



أفريل 2022

المستوى: الثانية رياضيات

المدة : 40 د

فرض الفصل الثالث في مادة الرياضيات

التمرين 1

(I) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة من اجل كل عدد طبيعي n حيث $\frac{3}{2} \leq u_n \leq 3$

$$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = 3 - \frac{9}{4u_n} \end{cases}$$

(1) احسب الحدود u_1 ، u_2 و u_3

(2) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

(II) (v_n) متتالية عددية معرفة على \mathbb{N} كما يلي: $v_n = \frac{2}{2u_n - 3}$

(ا) بين أن (v_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

(ب) اكتب عبارة v_n بدلالة n ، ثم بين أن: $u_n = \frac{3(n+2)}{2(n+1)}$

(3) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

ثم استنتج بدلالة n المجموع S_n' حيث:

$$S_n' = u_0 v_0 + u_1 v_1 + \dots + u_n v_n$$

التمرين 2

(v_n) متتالية حسابية معرفة على \mathbb{N}^* بحدها الأول v_1 و اساسها r

(1) عين v_1 و r علما أن:

$$\begin{cases} v_1 + v_2 + v_3 = 24 \\ v_4 + v_5 + v_6 + v_7 = 74 \end{cases}$$

(2) استنتج عبارة v_n بدلالة n ، ثم عين اصغر عدد طبيعي n يحقق $v_n > 5978$

بالتوفيق

التصحيح النموذجي

التمرين الأول

1- حساب الحدود : $u_1 = \frac{9}{4}$ و $u_2 = 2$ و $u_3 = \frac{15}{8}$

2- اتجاه التغير : من أجل كل عدد طبيعي n لدينا

$$u_{n+1} - u_n = -\frac{1}{4} \left(u_n - \frac{3}{2} \right)^2 < 0 \quad \text{ومنه } (n \in \mathbb{N}) \text{ متناقصة تمتما على } \mathbb{N}$$

3- تبيان أن (v_n) حسابية :

من أجل كل عدد طبيعي n لدينا $v_{n+1} - v_n = \frac{2}{3}$ ومنه (v_n) متتالية حسابية أساسها $\frac{2}{3}$ وحدها الأول $v_0 = \frac{2}{3}$.

ب- كتابة v_n بدلالة n :

من أجل كل عدد طبيعي n لدينا : $v_n = \frac{2}{3} + \frac{2}{3}n$

ومنه $u_n = \frac{3(n+2)}{2(n+1)}$

حساب المجموع : من أجل كل عدد طبيعي n لدينا

$$S_n = \frac{1}{3}(n+2)(n+1) \quad \text{و}$$

$$S'_n = \frac{1}{2}(n+4)(n+1)$$

التمرين الثاني

1- حساب الحد الأول و الأساس : $v_1 = 5$ و $r = 3$

2- كتابة v_n بدلالة n : $v_n = 2 + 3n$

3- $n=1993$
