المادّة: الرياضيات
المستوى: 2ت إ

التّاريخ: 2022/05/26
المدّة: 02 سـاعـة

اختبار الفصل الثّالث

التمرين الأول: (5 نقاط)

(u_n) متتالية حسابية متناقصة حدّها الأوّل u_1 وأساسها r معرّفة بالعلاقة التالية:

$$\begin{cases} u_1 - 3u_2 + u_3 = -7 \\ u_1 \times u_2 \times u_3 = 231 \end{cases}$$

1) بين أن $u_2 = 7$ و $r = -4$ ، ثم استنتج قيمة u_1 و u_3.

2) جد عبارة u_n بدلالة n ، ثم بين أن 2020 حد من حدود المتتالية (u_n).

3) أحسب بدلالة n المجموع: $S_n = u_1 + u_2 + \ldots + u_n$.

التمرين الثاني: (6 نقاط)

(u_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n:

$$u_n = 2\left(\frac{1}{4}\right)^n + 1$$

1) أحسب الحدود u_0 , u_1 , u_2

2) من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $v_n = u_n - 1$

أ) أحسب v_0 ثم أكتب عبارة v_n بدلالة n.

ب) بيّن أنّ (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{4}$.

3) من أجل كل عدد طبيعي n نضع:

$S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$ و $S'_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$

أ) أحسب بدلالة n عبارة S_n.

ب) استنتج أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$ فإن: $S'_n = n + \frac{11}{3} - \frac{8}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}$

التمرين الثالث: (9 نقاط)

I. الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\frac{-2x^2-x+a}{x^2-x+1}$

يرمز بـ (C_f) إلى المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1) عين قيمة العدد الحقيقي α بحيث (C_f) يقطع محور التراتيب في النقطة $(0,1)$.

2) نضع فيما يلي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\frac{-2x^2-x+1}{x^2-x+1}$

أ) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف .

ب)استنتج أن المنحني (C_f) يقبل (Δ) مستقيما مقاربا موازي لمحور الفواصل (أفقي) يطلب تعيين معادلته.

ت)أدرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ)

3)بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن: $f'(x)=\frac{3x^2-6x}{(x^2-x+1)^2}$

أ) عين اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4)أكتب معادلة للمماس (D) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

5)عين احداثيات نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل.

6)أرسم كلا من (Δ) و (D) و (C_f).

II. لتكن الدالة العددية h المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x)=\frac{|-2x^2-x+1|}{x^2-x+1}$

1) أكتب الدالة h دون رمز القيمة المطلقة.

2) استعمل منحني الدالة f وأنشئ (C_h) في نفس المعلم السابق.

سؤال اضافي: (0.5ن)

a ، $a+2$ ، $a+6$ ثلاث حدود متتابعة لمتتالية هندسية ، عين قيمة a.

بالتوفيق

$S_n = v_0 \left(\frac{1-q^{n+1}}{1-q}\right) = 2\left(\frac{1-\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}}{1-\frac{1}{4}}\right) = \frac{8}{3}\left(1-\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}\right)$

$S'_n = v_0 + v_1 + \dots\dots + v_n$

$= v_0 + 1 + v_1 + 1 + \dots\dots + v_n + 1$

$= \frac{8}{3}\left(1-\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}\right) + n + 1 = n + \frac{11}{3} - \frac{8}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}$

التمرين 03

$f(x) = \frac{-2x^2 - x + \alpha}{x^2 - x + 1}$

قيمة α: $\alpha = 1$

$f(x) = \frac{-2x^2 - x + 1}{x^2 - x + 1}$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = -2$ ، $y = -2$ م.م. أفقي بجوار $-\infty, +\infty$

الوضعية

$f(x) - y = \frac{-2x^2 - x + 1}{x^2 - x + 1} - (-2) = \frac{-3x + 3}{x^2 - x + 1}$

$-\infty$ (D) فوق (C) | 1 تقاطع | (D) تحت (C) $+\infty$

$f'(x) = \frac{3x^2 - 6x}{(x^2 - x + 1)^2}$ ؛ $3x^2 - 6x = 0$ ⟨ $x = 0$ ، $x = 2$

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	-2	↗	1	↘	-3	↗	-2

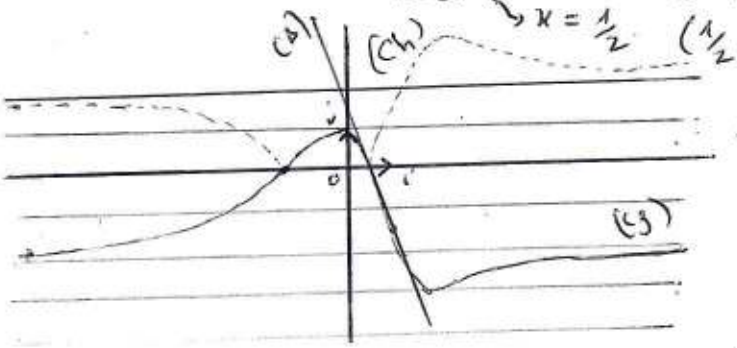
معادلة المماس: $y = f'(1)(x-1) + f(1)$

$y = -3(x-1) - 2$

$y = -3x + 1$

التقاطع مع حامل محور الفواصل:

$f(x) = 0$ ، $-2x^2 - x + 1 = 0$ ⟨ $x = -2$ $(-2, 0)$ ، $x = \frac{1}{2}$ $(\frac{1}{2}, 0)$



كتابة h دون رمز القيمة المطلقة

$h(x) = \begin{cases} f(x) & [-2, \frac{1}{2}] \\ -f(x) &]-\infty, -2] \cup [\frac{1}{2}, +\infty[\end{cases}$

السؤال الإضافي $\alpha = 2$

لتصحيح اختبار الفصل الثاني عن 1,5

في مادة الرياضيات (ثانية تسيير)

التمرين 01:

$U_1 - 3U_2 + U_3 = -7$

$-4U_2 + 3U_2 = -7$

$U_2 = 7$

$(7-r) \times 7 \times (7+r) = 231$

$49 - r^2 = 33$

$-r^2 = -16$ ⟨ $r = -4$ ، $r = 4$ متناقصة (U_n)

$U_1 = 11$ ، $U_3 = 3$

$U_n = U_p + (n-p)r$

$= U_1 + (n-1)r$

$= 11 + (n-1) \times (-4)$

$= 11 - 4n + 4$

$= -4n + 15$

$U_n = 2020$

$-4n + 15 = 2020$

$-4n = 2005$

$n = \frac{-2005}{4}$

$S_n = U_1 + U_2 + \dots\dots + U_n$

$= \frac{n(11 - 4n + 15)}{2} = \frac{n(-4n + 26)}{2} = n(-2n + 13)$

التمرين 02:

$U_n = 2\left(\frac{1}{4}\right)^n + 1$

$U_0 = 3$ ، $U_1 = \frac{3}{2}$ ، $U_2 = \frac{9}{8}$

$v_n = U_n - 1$

$= U_0 - 1 = 2$

$v_n = 2\left(\frac{1}{4}\right)^n + 1 - 1 = 2\left(\frac{1}{4}\right)^n$

$v_{n+1} = 2\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1} = \frac{1}{4} v_n$

ومنه (v_n) هندسية أساسها $q = \frac{1}{4}$