

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)							
مجموع	مجزأة								
التمرين الأول (04 نقاط)									
1	0.5	n	$3k$	$3k + 1$	$3k + 2$	أ- بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^{2n} على 7			
		بواقي قسمة 2^{2n} على 7	1	2	4				
1	0.5	ب- $6^{2n} = 36^n$ ومنه $6^{2n} \equiv 1[7]$							
		n	$2k$	$2k + 1$	بواقي قسمة 6^n على 7				
		1	1	6					
1	0.5	لدينا $2021^{2022} \equiv (-2)^{2022} [7]$ ومنه $2021^{2022} \equiv 1[7]$							
	0.5	$1962^{1443} \equiv 2^{3k} [7]$ ومنه $1962^{1443} \equiv 1[7]$ ومنه $(2021^{2022} + 1962^{1443})^{1954} - 2 \equiv 0[7]$							
3	0.25×4	n	$6k$	$6k + 1$	$6k + 2$	$6k + 3$	$6k + 4$	$6k + 5$	أ
		2^n	1	2	4	1	2	4	
		6^n	1	6	1	6	1	6	
		a_n	2	1	5	0	3	3	
2	0.5	ب- لدينا $a_n = 2^n + 6^n$ ومنه $a_{n+6} = 2^{n+6} + 6^{n+6} = 2^6 \times 2^n + 6^6 \times 6^n$ اذن $a_{n+6} \equiv 2^n + 6^n [7]$ وبالتالي $a_{n+6} \equiv a_n [7]$ ومنه $S_{n+6} \equiv S_n [7]$							
		0.25	ج. لدينا $S_n = \sum_{k=0}^{n-1} 2^k + \sum_{k=0}^{n-1} 6^k = 2^n - 1 + \frac{6^n - 1}{5}$						
	0.25	ومنه $5S_n = 5 \times 2^n - 5 + 6^n - 1 = 5 \times 2^n + 6^n - 6$ و عليه $S_n \equiv 0[7]$ يكافئ $n = 6k + 5$							
التمرين الثاني: (04 نقاط)									
1	0.5 + 0.5	صحيح لأن: $v_{n+1} = \frac{1}{5}v_n + \frac{4\beta + \alpha}{5}$						1	
1	0.5 + 0.5	صحيح لأن: $u_n = \ln \sqrt{e^{n \cdot \ln 2}} = n \times \ln \sqrt{2}$						2	
1	0.5 + 0.5	خاطئ لأن: لدينا $x \equiv 3[7]$ و $x \equiv 1[3]$ ومنه $x = 7k + 3$ و $7k + 3 \equiv 1[3]$						3	
		اذن $k = 3k' + 1$ وعليه $x = 21k' + 10$ أي $x \equiv 10[21]$ (تقبل طرائق اخرى)							
1	0.5 + 0.5	صحيح لأن: $f(-x) + f(x) = 0$						4	

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1	0.25	$f(x) - x = \frac{5-x}{2x+1} - \Delta$
	0.5	
1.75	0.25×3	<p>ب- تمثيل الحدود</p>
	0.25	<p>التخمين: (u_n) متزايدة تماما</p>
2	0.5+0.25	<p>أ - البرهان بالتراجع لدينا $2 \leq u_0 < 5$ وإذا كان $2 \leq u_n < 5$ فإن $f(2) \leq f(u_n) < f(5)$ أي $\frac{13}{5} \leq u_{n+1} < 5$ ومنه $2 \leq u_{n+1} < 5$</p>
	0.25	<p>ب - لدينا $u_{n+1} - u_n = \frac{5-u_n}{2u_n+1} > 0$ ومنه (u_n) متزايدة تماما</p>
3	0.5	<p>$5 - u_{n+1} = 5 - \frac{2u_n^2 + 5}{2u_n + 1} = \frac{2u_n}{2u_n + 1} (5 - u_n)$</p>
4	0.5	<p>أ - $\frac{2u_n}{2u_n + 1} - \frac{10}{11} = \frac{2(u_n - 5)}{11(2u_n + 1)} \leq 0$</p>
	0.25	<p>ب - لدينا $0 < 5 - u_{n+1} \leq \frac{10}{11} (5 - u_n)$ ومنه $0 < 5 - u_n \leq 3 \left(\frac{10}{11}\right)^n$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 5$</p>

التمرين الرابع: (07 نقاط)															
0.5	0.25+0.25	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$	1												
1.75	0.5	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$e(x)-1$</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$e(x)-x$</td> <td colspan="3" style="text-align: center;"> </td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">تقبل الاجابة باستعمال: بيان الدالة $x \mapsto e^x$ و المستقيم ذي المعادلة $y = x$</p>	x	$-\infty$	0	$+\infty$	$e(x)-1$	-	0	+	$e(x)-x$				2
	x	$-\infty$	0	$+\infty$											
	$e(x)-1$	-	0	+											
$e(x)-x$															
0.5	ب - $f'(x) = \frac{(x-2)(e^x - x)}{(x-1)^2}$														
0.25	ج - f متناقصة تماما جدول التغيرات	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>$+\infty$</td> <td>$-\infty$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	1	$f(x)$	$+\infty$	$-\infty$							
x	$-\infty$	1													
$f(x)$	$+\infty$	$-\infty$													
1	0.5	أ - $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) + x) = -1$	3												
	0.25	ب - معادلة للمستقيم المقارب المائل لـ (C) عند $-\infty$													
0.5	0.5	معادلة $(T): y = -2x - 1$	4												
1.75	0.75	أ - مبرهنة القيمة المتوسطة	5												
	0.25	ب - إنشاء													
	0.25	(T) (Δ) (C)													
0.5	0.5														

0.75	0.25	$f(x) = mx - 1$ تكافئ $\frac{e^x - x^2 + x - 1}{x - 1} = mx$	6									
	0.5	<table border="1"> <tr> <td>m</td> <td>$-\infty$</td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>الحلول</td> <td>حل موجب تماما وحل معدوم</td> <td>حل معدوم</td> <td>حل سالب تماما وحل معدوم</td> <td>حل معدوم</td> </tr> </table>	m	$-\infty$	-2	-1	$+\infty$	الحلول	حل موجب تماما وحل معدوم	حل معدوم	حل سالب تماما وحل معدوم	حل معدوم
m	$-\infty$	-2	-1	$+\infty$								
الحلول	حل موجب تماما وحل معدوم	حل معدوم	حل سالب تماما وحل معدوم	حل معدوم								
0.75	0.5	$\begin{cases} g(x) = -f(x) & : x \leq \alpha \\ g(x) = f(x) & : \alpha \leq x < 1 \end{cases}$	7									
	0.25	<p>إنشاء (C_g)</p>										
عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)												
التمرين الأول: (04 نقاط)												
1.5	0.5	أ لدينا. $A_n = (n^2 + 3n + 1)B_n + 7$ ومنه $\text{pgcd}(A_n; B_n) = \text{pgcd}(B_n; 7)$	1									
	0.5	ب - $\text{pgcd}(A_n; B_n) \in \{1; 7\}$										
	0.5	ج - $\text{pgcd}(A_n; B_n) = 7$ تكافئ $n + 2 \equiv 0[7]$ اذن قيم n المطلوبة هي كل الأعداد الطبيعية ما عدا $7k + 5$ مع $k \in \mathbb{N}$										
1.5	0.75	أ - لدينا $51x - 4y \equiv 29[4]$ اي $3x \equiv 1[4]$ ومنه $x \equiv 3[4]$	2									
	0.75	ب - الحلول: $(x; y) = (4k + 3; 51k + 31)$ مع $k \in \mathbb{Z}$										
1	0.5	أ $51x - 4(y + 4) = 29$ تكافئ $51x - 4y = 45$ و منه الحلول: $(x; y) = (4k + 3; 51k + 27)$ مع $k \in \mathbb{Z}$	3									
	0.5	ب - $ y - 12x \leq 3$ تكافئ $2 \leq k \leq 4$ اذن الثنائيات هي $(11; 129)$ $(15; 180)$ و $(19; 231)$										
التمرين الثاني: (04 نقاط)												
1	0.5+0.5	<p>حيث $f(0) = 0$ و $f'(0) = 0$ تكافئ $\ln b = 0$ و $ab + \frac{1}{b} = 0$ ومنه</p> <p>اذن $b = 1$ و $a = -1$ ان $f(x) = -1 + \frac{1}{x+1} + \ln(x+1)$</p>	1									

1.5	0.5 01	$g'(x) = 1 + \ln(x+1)$ $x \mapsto -2x + (x+2)\ln(x+1)$ دالة أصلية للدالة f على $]-1; +\infty[$	2						
1.5	0.25	$u_{2022} = \int_{2021}^{2022} f(x) dx = -2 + 2024 \ln 2023 - 2023 \ln 2022$ - أ	3						
	0.25	u_{2022} هو مساحة الحيز المحدد بـ (C) و المستقيمت التي معادلاتها: $y=0$ ، $x=2021$ ، $x=2022$							
	0.5	ب - $u_n = -2 + (n+2)\ln(n+1) - (n+1)\ln n$							
	0.5	ج - $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(-2 + \ln(n+1) + \frac{n+1}{n} \times \frac{\ln\left(1 + \frac{1}{n}\right)}{\frac{1}{n}} \right) = +\infty$							
التمرين الثالث: (05 نقاط)									
1	01	$v_{n+1} = u_{n+1} - 1 = -\frac{1}{3}(u_n - 1)^2 = -\frac{1}{3}(v_n)^2$	1						
1	01	البرهان بالتراجع	2						
0.75	0.25+0.25 0.25	$v_{n+1} - v_n = -v_n \left(\frac{1}{3}v_n + 1 \right) > 0$ ومنه (v_n) متزايدة تماما (v_n) متزايدة تماما ومحدودة من الأعلى فهي متقاربة	3						
1.75	0.25+0.5	أ - $w_0 = \ln 3$ و $w_{n+1} = \ln \left(-\frac{3}{v_{n+1}} \right) = 2 \ln \left(-\frac{3}{v_n} \right) = 2w_n$	4						
	4x 0.25	ب - $u_n = -3^{1-2^n} + 1$ ، $v_n = -3^{1-2^n}$ ، $w_n = 2^n \ln 3$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$							
0.5	0.5	لدينا $\frac{1}{v_n} = -3^{2^n-1}$ ومنه $P_n = (-1)^{n+1} \times 3^{2^{n+1}-n-2}$	5						
التمرين الرابع: (07 نقاط)									
0.5	0.5	h متزايدة تماما على $]0; +\infty[$	I 1						
0.75	0.5	أ - تطبيق مبرهنة القيم المتوسطة	2						
	0.25	ب - <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>α</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$h(x)$</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> </table>		x	0	α	$+\infty$	$h(x)$	-
x	0	α	$+\infty$						
$h(x)$	-	0	+						
0.75	0.5+0.25	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$	II 1						
1	0.5	أ - $f'(x) = \frac{(2-x)h(x)}{x}$	2						
	0.25	ب - اتجاه التغير							

		<p>f متزايدة تماما على $[\alpha; 2]$ ومتناقصة تماما على كل من $]0; \alpha]$ و $[2; +\infty[$</p> <p>جدول التغيرات</p> <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>α</td> <td>2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>$+\infty$</td> <td>$f(\alpha)$</td> <td>$f(2)$</td> <td>$-\infty$</td> </tr> </table>	x	0	α	2	$+\infty$	$f'(x)$	-	0	+	0	-	$f(x)$	$+\infty$	$f(\alpha)$	$f(2)$	$-\infty$	
x	0	α	2	$+\infty$															
$f'(x)$	-	0	+	0	-														
$f(x)$	$+\infty$	$f(\alpha)$	$f(2)$	$-\infty$															
0.5	0.25+0.25	$1,8 \leq f(\alpha) \leq 2,4$ و $f(\alpha) = \frac{3}{2}\alpha(\alpha+2)$	3																
1.75	0.25+0.5	$g(1) = 0$ و $g'(x) > 0$. $g'(x) = \frac{2x^2 + x + 2}{x}$ - أ	4																
	0.25+0.25	ب - لدينا $f''(x) = \frac{-g(x)}{x^2}$ ، f'' تتعدم عند 1 و تغير اشارةها و بالتالي نقطة انعطاف $A\left(1; \frac{5}{2}\right)$																	
	0.5	ج - معادلة المماس (T) هي : $y = x + \frac{3}{2}$																	
0.75	0.5+0.25	<p>إنشاء (T) و (C) في المجال $]0; 5]$</p>	5																
1	0.25	أ - $k'(x) = -e^{-x} f'(e^{-x})$	6																
	0.25	f متناقصة تماما على $[-\ln 2; -\ln \alpha]$ و متزايدة تماما على كل من $[-\ln \alpha; +\infty[$ و $]-\infty; -\ln 2]$																	
	0.25	$\lim_{x \rightarrow +\infty} k(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} k(x) = -\infty$																	
	0.25	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>$-\ln 2$</td> <td>$-\ln \alpha$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$k'(x)$</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$k(x)$</td> <td>$-\infty$</td> <td>$f(2)$</td> <td>$f(\alpha)$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	$-\ln 2$	$-\ln \alpha$	$+\infty$	$k'(x)$	+	0	-	0	+	$k(x)$	$-\infty$	$f(2)$	$f(\alpha)$	$+\infty$	
x	$-\infty$	$-\ln 2$	$-\ln \alpha$	$+\infty$															
$k'(x)$	+	0	-	0	+														
$k(x)$	$-\infty$	$f(2)$	$f(\alpha)$	$+\infty$															