الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

دورة: 2021

الشعبة: علوم تجريبية

اختبار في مادة: الرياضيات

المدة: 03 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

## الموضوع الأول

### التمرين الأول: ( 04 نقاط )

يُراد تشكيل بطريقة عشوائية لجنة تتكون من عضوين من بين ثلاثة رجال $H_1$، $H_2$ و $H_3$ و امرأتان $F_1$ و $F_2$.

نعتبر الحوادث $A$، $B$ و $C$ حيث: $A$ " عضوا اللجنة من نفس الجنس ".

$B$ " عضوا اللجنة من جنسين مختلفين ".

$C$ "$H_1$ عضو في اللجنة ".

**1)** أ. احسب $p(A)$، $p(B)$ احتمال $A$ و $B$ على الترتيب.

ب. بيّن أنّ $p(C)$ احتمال الحدث $C$ يساوي $\frac{2}{5}$.

**2)** المتغير العشوائي $X$ يرفق بكلّ إمكانية اختيار لعضوين عدد الرّجال في اللّجنة.

أ. برّر أنّ مجموعة قيم $X$ هي $\{0;1;2\}$.

ب. عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي $X$ و احسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

### التمرين الثاني: ( 04 نقاط )

**أجب بصح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية:**

**1)** الدّالة العددية $f$ معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x+\frac{2}{e^x+1}$

من أجل كلّ عدد حقيقي $x$ لدينا: $f(x)+f(-x)=2$

**2)** $(u_n)$ متتالية هندسية معرّفة على $\mathbb{N}$ بحدّها الأول 2 وأساسها $\frac{1}{3}$، نضع: $S_n=u_0+u_1+\ldots+u_n$

من أجل كل عدد طبيعي $n$ عبارة $S_n$ هي: $3-\frac{1}{3^{n+1}}$

**3)** الدّالة العددية $g$ المعرّفة على $[0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x+\ln(e^x+1)$

تمثيلها البياني $(C)$ في المستوي المنسوب إلى معلم يقبل مستقيما مقاربا مائلا $y=2x$ معادلة له.

**4)** الدّالة العددية $h$ المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=e^{3x}+\frac{1}{3}$ هي حلّ للمعادلة التفاضلية $y'-3y=1$

**التمرين الثالث: ( 05 نقاط )**

المتتالية العددية $(u_n)$ معرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_n = -4n+3$

**1)** بيّن أنّ المتتالية $(u_n)$ حسابية يُطلب تعيين أساسها $r$ وحدّها الأول $u_0$.

**2)** من أجل كلّ عدد طبيعي $n$ نضع: $S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$

**أ.** بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي $n$ : $S_n = -2n^2 + n + 3$

**ب.** عيّن قيمة العدد الطبيعي $n$ حيث: $S_n = -30132$

**3)** المتتالية العددية $(v_n)$ حدودها موجبة تماما و من أجل كلّ عدد طبيعي $n$ : $u_n = \ln(v_n)$

**أ.** اكتب عبارة الحد العام $v_n$ بدلالة $n$.

**ب.** بيّن أنّ المتتالية $(v_n)$ هندسية أساسها $e^{-4}$.

**4)** من أجل كل عدد طبيعي $n$ نضع: $S'_n = \ln[v_0(1-\frac{1}{2})] + \ln[v_1(1-\frac{1}{3})] + \cdots + \ln[v_n(1-\frac{1}{n+2})]$

احسب $S'_n$ بدلالة $n$.

**التمرين الرابع: ( 07 نقاط )**

**I )** الدّالة العددية $g$ معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = 2x^3 - 2x^2 + 3x - 2$

**1)** بيّن أنّ الدّالة $g$ متزايدة تماما على $\mathbb{R}$.

**2) أ.** بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ يُحقِّق: $0,7 < \alpha < 0,8$

**ب.** استنتج حسب قيم العدد الحقيقي $x$ إشارة $g(x)$.

**II)** الدّالة العددية $f$ معرّفة على $]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$ بـ: $f(x) = 2x - 1 + \ln\left(1 + \dfrac{1-x}{x^2}\right)$

$(C)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O\,;\,\vec{i}\,,\vec{j}\right)$.

**1) أ.** بيّن أنّ: $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = +\infty$ ثم فسِّر النتيجة هندسيا.

**ب.** احسب $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$.

**2) أ.** بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي غير معدوم $x$ : $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x\left(x^2 - x + 1\right)}$

**ب.** استنتج أنّ $f$ متزايدة تماما على كلّ من $]-\infty;0[$ و $[\alpha\,;+\infty[$ ومتناقصة تماما على $]0;\alpha]$.

**جـ.** شكّل جدول تغيّرات الدّالة $f$ .

**3)** بيّن أنّ المستقيم $(\Delta)$ ذا المعادلة $y = 2x - 1$ مقارب مائل لـ$(C)$ ثمّ ادرس وضعية $(C)$ بالنسبة إلى $(\Delta)$

**4)** بيّن أنّ $(C)$ يقبل مماسا $(T)$ موازيا لـ $(\Delta)$ في النّقطة $A$ ذات الفاصلة $2$ ثمّ اكتب معادلة له.

**5)** بيّن أنّ $(C)$ يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها $\beta$ تُحقِّق: $-0,5 < \beta < -0,4$

**6)** ارسم $(\Delta)$، $(T)$ و المنحنى $(C)$. ( نأخذ: $f(\alpha) \approx 0,87$ ).

**انتهى الموضوع الأول**

## الموضوع الثاني

**التمرين الأول: ( 04 نقاط )**

صندوق به 9 بطاقات متماثلة لا نفرّق بينها باللمس، مكتوب على كلّ منها سؤال واحد، منها ثلاثة أسئلة في الهندسة مرقمة بـ: 1، 2 و 3، أربعة أسئلة في الجبر مرقمة بـ: 1، 2، 3 و 4 وسؤالين في التحليل مرقمين بـ: 1 و 2

نسحب عشوائيا بطاقة واحدة من الصندوق ونعتبر الحوادث التالية:

$A$ "سحب سؤال في الهندسة "، $B$ "سحب سؤال في التحليل " و $C$ "سحب سؤال في الجبر يحمل رقما زوجيا".

**1)** احسب $p(A)$ ، $p(B)$ و $P(C)$ احتمال الحوادث $A$ ، $B$ و $C$ على الترتيب.

**2)** احسب احتمال سحب سؤال رقمه مختلف عن $1$.

**3)** المتغيّر العشوائي $X$ يرفق بكلّ بطاقة مسحوبة رقم السؤال المسجل عليها.

**أ.** برّر أنّ مجموعة قيم $X$ هي $\{1;2;3;4\}$.

**ب.** عيّن قانون الاحتمال للمتغيّر العشوائي $X$ ثمّ احسب $E(X)$ أمله الرّياضياتي.

**جـ.** استنتج قيمة $E(2021X+1442)$ .

**التمرين الثاني: ( 04 نقاط )**

**لكلّ سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة، عيّنه مع التعليل.**

**1)** لتكن $(u_n)$ متتالية حسابية معرّفة على $\mathbb{N}$ بحدّها الأول 1 و أساسها 2

نضع من أجل كلّ عدد طبيعي $n$ : $P_n = e^{u_0} \times e^{u_1} \times \cdots \times e^{u_n}$ . عبارة $P_n$ هـي:

أ) $e^{n(n+1)}$     **ب)** $e^{(n+1)^2}$     **جـ)** $e^{-n(n+1)}$

**2)** الدّالة العددية $f$ معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\ln(x^2+2x+3)$ . من أجل كلّ عدد حقيقي $x$ لدينا:

أ) $f(-2-x)=f(x)$     **ب)** $f(2-x)=f(x)$     **جـ)** $f(-x)=f(x)$

**3)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\ln(x+1)-\ln(x+2)\right]$ تساوي:

أ) $1$     **ب)** $+\infty$     **جـ)** $0$

**4)** $(w_n)$ متتالية هندسية معرفة على $\mathbb{N}$ حدودها موجبة تماما وأساسها عدد حقيقي $q$ موجب تماما و يختلف عن $1$

نضع: من أجل كلّ عدد طبيعي $n$، $v_n=\ln w_n$

$(v_n)$ هـي متتالية :

أ) هندسية.     **ب)** حسابية.     **جـ)** لا حسابية و لا هندسية.

**التمرين الثالث: ( 05 نقاط )**

المتتالية العددية $(u_n)$ معرفة بحدّها الأوّل $u_0$ حيث: $u_0=0$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي $n$: $u_{n+1}=\dfrac{3}{8}(u_n+5)$

**1)** برهن بالتراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي $n$: $u_n<3$

**2)** بيّن أنّ $(u_n)$ متزايدة تماما ثمّ استنتج أنّها متقاربة.

**3)** المتتالية العددية $(v_n)$ معرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = 3(3-u_n)$

**أ.** احسب $v_0$ ثمّ بيّن أنّ المتتالية $(v_n)$ هندسية أساسها $\frac{3}{8}$.

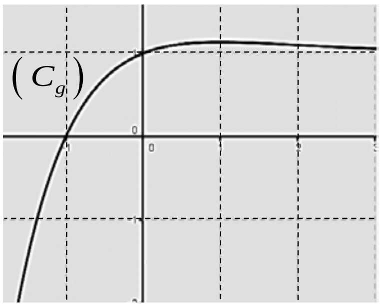
**ب.** اكتب بدلالة $n$ عبارة الحد العام $v_n$ ثمّ استنتج أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي $n$: $u_n = 3 - 3\left(\frac{3}{8}\right)^n$.

**جـ.** احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

**4)** نضع من أجل كلّ عدد طبيعي $n$: $P_n = (3-u_0)\times(3-u_1)\times\cdots\times(3-u_n)$

احسب $P_n$ بدلالة $n$.

**التمرين الرابع: ( 07 نقاط )**




**I)** الدّالة العددية $g$ معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = 1 + xe^{-x-1}$، $(C_g)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O\,;\vec{i}\,,\vec{j})$(الشكل المقابل)

**1)** احسب $g(-1)$.

**2)** بقراءة بيانية، حدّد حسب قيم $x$ إشارة $g(x)$.

**II)** الدّالة العددية $f$ معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x - (x+1)e^{-x-1}$

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i}\,,\vec{j})$

**1)** تَحقّق أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي $x$ غير معدوم: $f(x) = x[1-(1+\frac{1}{x})e^{-x-1}]$

ثمّ احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

**2)** أ. بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي $x$: $f'(x) = g(x)$

**ب.** استنتج أنّ الدالة $f$ متزايدة تماما على $]-1;+\infty[$ ومتناقصة تماما على $]-\infty;-1]$ ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

**3)** أ. احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-x)$ ثمّ فسّر النّتيجة هندسيا.

**ب.** ادرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة إلى المستقيم $(\Delta)$ ذي المعادلة $y = x$

**جـ.** بيّن أنّ $(C_f)$ يقبل مماسا $(T)$ موازيا للمستقيم $(\Delta)$ يُطلب كتابة معادلة له.

**4)** أ. بيّن أنّ $(C_f)$ يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتاهما $\alpha$ و $\beta$

حيث: $0{,}3 < \alpha < 0{,}4$ و $-1{,}9 < \beta < -1{,}8$

**ب.** ارسم المستقيمين $(\Delta)$ و $(T)$ ثمّ ارسم المنحنى $(C_f)$ على المجال $]-2;+\infty[$.

**5)** الدّالة العددية $h$ معرّفة على المجال $[-2;2]$ بـ: $h(x) = -|x| + (|x|-1)e^{|x|-1}$

$(C_h)$ تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ. بيّن أنّ الدّالة $h$ زوجية.

**ب.** بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي $x$ من المجال $[-2;0]$ : $h(x) = f(x)$

**جـ.** اشرح كيف يمكن رسم $(C_h)$ انطلاقا من $(C_f)$ ثمّ ارسمه.

**انتهى الموضوع الثاني**