اللجنة الوطنية للمناهج المجموعة المتخصّصة لمادّة الرياضيات

الوثيقة المرافقة لمنهج

الرياضيات

في مرحلة التعليم المتوسط

من إعداد: المجموعة المتخصّصة لمادّة الرياضيات

2016

فهرس المحتويات

1.تقديم المادة وكيفية مساهمتها في تحقيق الملامح

الرياضيات أداة لاكتساب المعارف ووسيلة لتكوين الفكر، فهي تساهم في نمو قدرات التلميذ الذهنية وتشارك في بناء شخصيته ودعم استقلاليته وتسهيل مواصلة تكوينه المستقبلي، وهي تسمح للتلميذ باكتساب أدوات مفهوماتية وإجرائية مناسبة تمكنه من القيام بدوره بثقة وفعالية، في محيط اجتماعي متطلب أكثر فأكثر، في عالم شمولي يتحول باستمرار. وينتظر من تدريس الرياضيات تحقيق غرضين إثنين: أحدهما ذو طابع تكويني ثقافي والآخر نفعي.

يحتل تعلم الرياضيات في التعليم القاعدي مكانة هامة بفضل مساهمته المعتبرة التي يمكن أن يقدمها لتحقيق الأهداف المسطرة لهذا المستوى، فمن الأهمية إذن تأكيد هذا الدور في تكوين التلميذ.

إنّ تعلّم الرياضيات واستعمالها يساهمان بقدر كبير في اكتساب قدرات ذهنية وتطويرها بشكل منسجم، وذلك على مستوى:

- اكتساب كفاءات التجريد، والقدرة على توظيف الرياضيات لترجمة مشكلة مجردة أو ملموسة لها علاقة بالحياة اليومية أو بالمواد التعليمية الأخرى (الفيزياء علوم الطبيعة والحياة والإحصاء والأعلام الآلي وعلم الزلازل...) في تعبير خاص بالرياضيات.
- اكتساب كفاءات مثل طرح مشكلة بكيفية سليمة قصد حلها.

وعلى مستوى آخر، ولكون هيكلة الرياضيات قارة ومنسجمة وصارمة، فإن الرياضيات تضمن من خلال تطبيقاتها في العلوم الأخرى تعبيرا ملائما يسمح لمختلف المواد التعليمية أن تُشرح وتُصاغ بوضوح وتُفهم وتتطور.

إنّ الغرض قبل كل شيء في التعليم المتوسط هو دعم مكتسبات المرحلة الابتدائية بضمان ترابط جيد مع المرحلة المتوسطة وتحضير المرحلة البعدية، ويتمثل الأمر فيما بعد في تزويد التلميذ بمعارف تسمح له بحل مشاكل يمكن أن يواجهها سواء في حياته اليومية أو في تعلمات مواد أخرى، وهذا بإرجاعها عند الحاجة، إلى نماذج رياضية.

كما ينتظر من تعلم الرياضيات أن تساهم في التكوين الفكري للتلميذ، إذ ينبغي لهذا التعليم بالخصوص، أن يُدرِّب التلميذ على التفكير الاستنتاجي ويحثه على الدقة ويثير عنده التخيل ويطور ميزاته في العناية والتنظيم.

كما تساهم الرياضيات في بناء شخصية التلميذ ودعم استقلاليته وتسهيل مواصلة تكوينه المستقبلي.

ولأن الرياضيات حاضرة أكثر من أي وقت مضى في المحيط الاجتماعي والاقتصادي والإعلامي والثقافي للإنسان، خاصة مع تطور الوسائل التكنولوجية للحساب السريع مثل الآلة الحاسبة والحاسوب...، فمن الطبيعي إذن إدخال هذا البعد في المنهاج حتى يتحكم التلميذ تدريجيا في هذه الوسائل.

2. صعوبات التعلم الخاصة بالمادة

2. 1 تقديم ميادين المادة

2. 1. 1 في السنة الأولى

1. الأنشطة العددية

- **الحساب الذهني وتقدير رتب**

إن أحد أشكال "القدرة على الحساب" الأكثر أهمية يتمثل في القدرة على الحساب ذهنيا، لأن ذلك يفترض اكتساب آليات وخاصة الذهنية منها، والتي تكون ضرورية،

إذ تعتبر حقيقةً أساس "الذكاء" و"المعنى". وكما كان الشأن في التعليم الابتدائي، فإن نشاطات الحساب الذهني، المتعددة والممتدة على طول السنة حول مختلف المواضيع (القسمة الإقليدية، الأعداد العشرية، التناسبية...)، تسمح للتلميذ بأن يكون فعالا أكثر في حل المشكلات العددية وتهيئه لتعلّم الحساب الجبري.

والمقصود بتقدير رتبة مقدار هو إصدار حكم عن معقولية نتائج، وهذا يسمح للتلميذ بنقد أعماله وبالتالي القيام بتقويم ذاتي لها.

- **الكتابات العشرية و الكتابات الكسرية**

إن مفهوم العدد العشري، الذي سبق أن تعرض له التلميذ في التعليم الابتدائي، يبقى مصدرا لكثير من الصعوبات عند الدخول في التعليم المتوسط. وتحسين المعارف في هذا الموضوع يتطلب ممارسة طويلة، خاصة وأن بعض العادات (مثل تعليم الأعداد العشرية انطلاقا من القياس أو العملة، أو طريقة قراءة الأعداد...) تخلق، عند التلاميذ، تمثيلات من النوع: العدد العشري هو تجاور عددين طبيعيين بينهما فاصلة، تؤدي هذه التمثيلات إلى وقوع التلاميذ في أخطاء عند مقارنة أعداد عشرية والحساب عليها. وعليه ينبغي حث التلاميذ على استعمال، حسب الحاجة والوضعية، قراءات تعطي معنى أكثر للعدد (مثال: يمكن قراءة العدد 15,256 بكيفيات مختلفة: خمسة عشر وحدة ومائتان وستة وخمسون جزءا من الألف أو خمسة عشر وحدة وجزءان من العشرة وخمسة أجزاء من المائة وستة أجزاء من الألف)، وعلى استعمال الكتابات المختلفة للعدد العشري (مثال: $15,256 = \frac{15256}{1000} = 15 + \frac{2}{10} + \frac{5}{100} + \frac{6}{1000} = 15 + \frac{256}{1000}$)

أما بالنسبة إلى الكتابات الكسرية، فقد تم إدخال الكسور البسيطة فقط في المرحلة الابتدائية. وفي هذه السنة نجعل التلميذ ينتقل تدريجيا من مختلف تمثيلات كسر(مؤثر، قيس، رسم) إلى تمثيلات عدد.

وفي الأخير، يكون التحكم في العمليات على الكتابات الكسرية عبر السنوات المختلفة للتعليم المتوسط.

- **القيم المضبوطة والقيم المقربة**

يصعب على كثير من التلاميذ إدراك أن الكتابة الكسرية هي ترميز يدلّ على عدد، كما هو الشأن بالنسبة إلى الكتابة العشرية. وأكثر من ذلك، فإن استعمال الآلة الحاسبة يجعل التلميذ يفضل الكتابة العشرية لنتيجة. وهذا ما يؤدي إلى الخلط بين القيمة المضبوطة وقيمة مقربة لعدد، لذا فمن الضروري تدقيق معنى كل من القيمة المضبوطة وقيمة مقربة لعدد.

- **استعمال الآلة الحاسبة**

- العمليات على الأعداد العشرية

إن استعمال الآلة الحاسبة:

- يساعد على التفكير في معنى العمليات.
- يسمح بطرح إشكالية التقريب.
- يجبر التلاميذ على التفكير في إجراءات تسمح باكتشاف أخطاء ترقينية.
- يطرح إشكالية تقدير رتبة مقدار نتيجة.
- يدخل صعوبة إضافية: عدد الأرقام بعد الفاصلة في حالة تجاوز قدرة استظهار الآلة.

- حواصل القسمة، تقريب حاصل قسمة

تسمح الآلة الحاسبة:

- بمساعدة بعض التلاميذ الذين يواجهون صعوبات في تعلّم خوارزمية القسمةأو إتقانها.
- بالقيام بالمقارنة الآلية بين حواصل القسمة $\frac{a}{b}, \frac{2a}{b}, \frac{3a}{b}, ...$ من جهة،و $\frac{a}{b}, \frac{a}{2b}, \frac{a}{3b}, ...$ من جهة أخرى.
- بطرح إشكالية تقريب حاصل القسمة والبحث عن قيمة مقربة له بحصر متتابع.

• حل معادلات والحساب الحرفي

الشروع في الحساب الحرفي وحل معادلات هما من بين أهداف برنامج السنة الأولى من التعليم المتوسط. سيتم هذا التعلّم انطلاقا من وضعيات مألوفة بالنسبة إلى التلميذ ستسمح له بإعطاء معنى دقيقا للرموز المستعملة.

- حل معادلات بسيطة

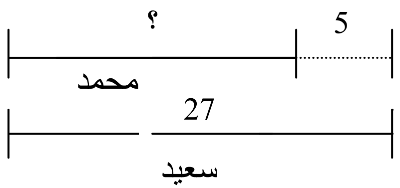
المعادلات المطلوب حلها هي من الشكل: $a + . = b$ ، $a - . = b$ ، $a \times . = b$ حيث a و b عددان معلومان.

في هذا المستوى ليس من الضروري الترميز إلى المجهولبحرف، يمكن استعمال رمز كيفي، مثل: . ، ؟، $\square$،...

ويتم حل مثل هذه المعادلات:

- باستعمال رسم يترجم المعادلة.

مثال:لسعيد 5 سنوات أكثر من محمد وعمر سعيد هو 27 سنة؛ ما هو عمر محمد؟



بمحاولة إتمام مساواة ذات فرغات.

مثال: $12 + ? = 135$

- باستعمال معنى العمليات.

في المثال السابق، ما هو هذا العدد الذي نضيفه إلى 12 للحصول على 135؟

ملاحظة: إذا كانت الأعداد صغيرة، فيمكن استعمال جداول الجمع وجداول الضرب.

- الشروع في الحساب الحرفي

الكفاءة المستهدفة هي" تطبيق قانون في وضعية بسيطة" (انظر إلى المنهاج). يمكن استعمال بعض القواعد (حساب محيطات، حساب مساحات) مع تنوع الأسئلة والوضعيات.

مثلا: احسب طول مستطيل إذا علم محيطه وعرضه.

احسب أبعاد مستطيل محيطه معطى وطوله هو ضعف عرضه.

احسب طول ضلع مربع له نفس محيط مستطيل بعداه معلومان.
يجب ألا ننسى استعمال عدة كتابات ممكنة لنفس القاعدة(مساحة شبه المنحرف مثلا). يمكن أيضا استعمال حرف لوصف حساب، مثال:
أن نطلب من التلاميذ وصف سلسلة الحسابات التالية بشكل بسيط: ... , $7 \times 1{,}5 + 3$, $7 \times 8 + 3$, $7 \times 5 + 3$
يتعلق الأمر بجعل التلميذ يدرك فائدة الكتابة الحرفية $7x + 3$ لتلخيص هذه السلسلة.
يمكن أيضا مطالبة التلميذ باستعمال كتابة حرفية لترجمة تعبير مثل: أخذ ضعف عدد، إضافة 1 وضرب النتيجة في 4.
إن هذا النوع من الأمثلة يسمح بالعمل على قواعد كتابة العبارات وعلى الأقواس. و يلاحظ أن في مثل هذه الأنشطة، الرمز " = " غير مرتبط بالحصول على نتيجة.

- **الأعداد النسبية**

كان بناء مختلف المجموعات العددية سابقا لا يأخذ بعين الاعتبار الأعداد العشرية رغم حضورها القوي في محيط التلميذ. إذا وضعنا أنفسنا في استمرارية التعليم الابتدائي، فمن الطبيعي إذن أن نمدد مجموعة الأعداد العشرية ونسميعددا نسبيا كل عدد عشري مسبوق بالإشارة **+** أو **ـــ**وبهذا الشكل تصبح الأعداد الصحيحة النسبية أمثلة خاصة للأعداد النسبية.

2. تنظيم معطيات والدوال

- **التناسبية**

قدّمت للتلميذ مقاربة أولى للتناسبية في التعليم الابتدائي، والأهم في السنة الأولى من التعليم المتوسط، هو التركيز على مختلف وضعيات التناسبية وعلى فكرة "نموذج" التناسبية الملائم، خاصة عندما يتعلق الأمر بـ :

- التقويم: مشكلات جمعية و ضربية، الرابع المتناسب...
- التقدير: عدد حبات الرز، القيمة المتوسطة لمقدار...
- التقسيم: التقسيمات المتناسبة، توزيع إرث...
- التكبير أو التصغير: المقياس...
- المقارنة: النسب المئوية.

وتكون الفائدة كذلك في اقتراح وضعيات لا تناسبية للتلاميذ. وعلى الأستاذ أن يترك الحرية للتلاميذ في تطبيق مختلف الإجراءات قبل تحقيق تناسق المعارف وتعميمها.

3. الأنشطة الهندسية

- **إنجاز مثيلات لأشكال هندسية.**

إن إنجاز مثيل لشكل هو نشاط يدعو التلميذ إلى تحليل هذا الشكل، بتعيين استقاميات ممكنة وزوايا خاصة وشرح بعض المميزات والاعتماد شيئا فشيئا على خواص العناصر الهندسية التي يجب إنجاز مثيلات لها وكذا استعمال إنشاءات وسيطية...
لإنجاز مثيلات لأشكال هندسية، كما ينص عليه المنهاج، يمكن استعمال عدة وسائل (الورق الشفاف، الورق المرصوف....)، ويتم ذلك بصفة إدراكية خصوصا. ولا

ننسى مطالبة التلميذ بإنجاز مثيل لشكل باليد الحرة. سيراقب التلميذ رسوماته شيئا فشيئا باستعمال الأدوات الهندسية(الكوس، المدور، المنقلة، المسطرة المدرجة،...). هذا ما يسمح بإعطائه أكثر استقلالية في اختيار الوسائل التي يوظفها في نشاطات إنشاء وتمثيل الأشكال المستوية. فمثلا، لإنشاء محور قطعة مستقيم، يمكن للتلميذ استعمال سواء الكوس أو المدور، وبالتالي ينبغي على التلاميذ معرفة محور قطعة: كمستقيم عمودي على القطعة في منتصفها، وكمجموعة النقط المتساوية المسافة عن طرفي هذه القطعة.

- **الأشكال المستوية: الأطوال والمحيطات والمساحات.**

إن مفهوم المساحة قد أدخل من قبل في التعليم الابتدائي. قصد دعم مكتسبات التلميذ في هذا المجال وتجنب تناول هذا المفهوم في شكل معالجة قوانين بالتركيز المبكر على الجانب الحسابي، يضع برنامج السنة الأولى من التعليم المتوسط كهدف "تعيين مساحة سطح مستو باستعمال ترصيف بسيط" بواسطة نقل وقص ولصق واستعمال مرصوفة.

بالفعل، فإن عدة أعمال حول تعلّم المساحة بينت أهمية إدخال مفهوم المساحة كمقدار بدلا أن يتم ذلك انطلاقا من قواعد حسابية.

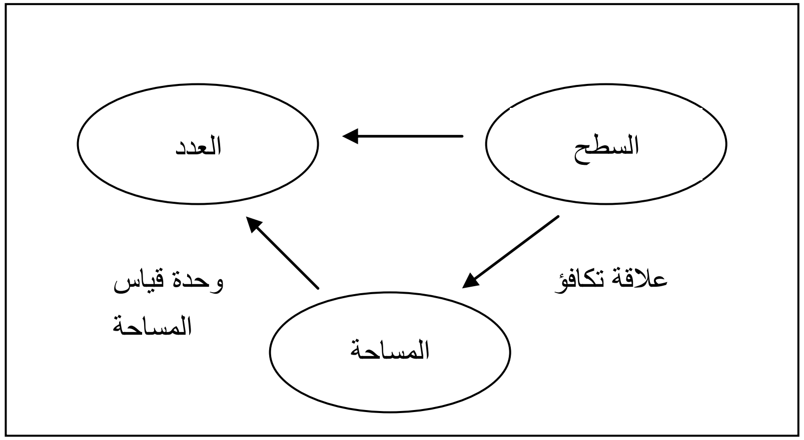
من وجهة النظر الرياضية البحتة، فإن علاقة التكافؤ"...لها نفس مساحة..." (التي تسمح باعتبار المساحة كمقدار) تكون معرفة باختيار وحدة مسبوقة بقيس السطح: لكل سطحين، لهما نفس القيس، نفس المساحة.

لكن من وجهة نظر تعلّم التلاميذ، ينبغي أن يرتكز بناء هذه العلاقة على استعمال سند قابلية التفكيك والمطابقة المتساوية باستعمال إجراء " القص واللصق"، وبالتالي فإن هذا البناء يكون سابقا للقياس.

وهذا يعني اعتبار مساحة السطح كخاصية صامدة بالنسبة إلى بعض العمليات.

تبنى دراسة المساحات على العناصر القاعدية المذكورة في المخطط المقابل:

- السطوح المستوية (المجال الهندسي).
- المساحات(مجال المقادير).
- أقياس المساحات، أعداد حقيقية موجبة(المجال العددي).
- علاقة التكافؤ "...لها نفس مساحة..." وتسمح بالانتقال بين المجال الهندسي ومجال المقادير.
- وحدات قياس المساحات(الانتقال بين مجال المقادير والمجال العددي).



إن العمل بهذه العناصر يسمح بتحليل الوضعيات التي تكون فيها المساحة عبارة على مقدار وحيد البعد. لكن، تعتبر المساحة أيضا مقدارا ثنائي البعد بالنسبة إلى الطول، وهو ما يمكن تمثيله بالمعادلة: $A = L^2$.

تقترح على التلاميذ مختلف الوضعيات التي تدخل،بكيفية مختلفة، كلا من عناصر المخطط الموالي:

المجال العددي	مجال المقادير	المجال الهندسي
العدد	الطول المساحة	السطح

- تكون وضعيات المقارنة متعلقة أساسا بمجال المقادير: عندما نقارن مساحتي سطحين نقرر إن كانتا من نفس صنف التكافؤ. هذا لا يمنع استعمال المجالات الأخرى، لكن ذلك يبقى ثانويا بالنسبة إلى المقادير.
- في وضعيات القياس، تعطى الأهمية للأعداد والانتقال من المقادير إلى الأعداد باختيار وحدة قياس. تكون النتيجة المنتظرة في مثل هذه الوضعيات عبارة على عدد متبوع بوحدة.
- تختلف وضعيات إنجاز سطوح ذات مساحات معطاة عن الوضعيات السابقة تبعا للمهمة المعرفية المطلوبة من التلميذ: فإذا كان الأمر يتعلق بالمقارنة والقياس فهناك إجابة وحيدة لكل وضعية، أما إذا تعلق بوضعيات إنجاز سطوح فهي تقبل عدة إجابات صحيحة.

- **الزوايا**

يستمر التلميذ خلال السنة الأولى من التعليم المتوسط في استعمال، كما تعود على ذلك في التعليم الابتدائي، وسائل" تجريبية " (العين المجردة، الورق الشفاف، القوالب،...) لمقارنة وإنشاء وقياس الزوايا، قبل أن يصل تدريجيا إلى استعمال الأدوات الهندسية (المسطرة، المدور، المنقلة).

تتمثل الزاوية، في نظر بعض التلاميذ في المرحلة الابتدائية، في ثنائية من قطعتي مستقيم لهما نفس المبدأ، أو كعبارة قطعتين لهما نفس الطرف وحاملان مختلفان كذلك. بمثل هذا التصور، الشكلان اللذان يختلفان فقط في أطوال القطع التي تشكلها يظهران كممثلين لزاويتين مختلفتين.

هذا التصور يبقى قائما في مرحلة التعليم المتوسط ويمكن أن يشكل مصدرا لصعوبات قد تعترض التلاميذ، فمن الضروري إذن تشخيصها واقتراح وضعيات تسمح بزعزعتها.

- **التناظر المحوري**: في التعليم المتوسط، تشكل التحويلات النقطية (التناظران، الانسحاب والدوران) أدوات قوية لحل مشكلات هندسية. في السنة الأولى، يدرس التناظر العمودي الذي أدخل من قبل في التعليم الابتدائي بواسطة الطي أساسا. وبمواصلة الارتكاز على أنشطة الطي، يكتشف التلميذ خواص هذا التحويل والتي ستستغل في إنشاء بعض الأشكال وتبرير بعض خواصها.

- **متوازي المستطيلات:** سبق للتلميذ، في التعليم الابتدائي، أن عالج متوازي المستطيلات (إنجاز مثيل، وصف، تمثيل، صنع). يتعلق الأمر، في هذه السنة بهيكلة هذه المكتسبات ودعمها بتمثيل أدق لهذا المجسم باستعمال المنظور المتساوي القياسات خاصة.

- **التعبير والترميز في الهندسة.**

قصد تسهيل تعلّم التعبير ومختلف الترميزات المقررة في المنهاج والسماح باستعمالها بفعالية،تقترح وضعيات متنوعة.

كما هو الشأن بالنسبة إلى الرموز، فتستعمل فقط حيث تكون الفائدة في ذلك وإلا، فيستحسن استعمال التعبير قصد تسهيل تعلّمه ومختلف الترميزات المقررة، وتمكين التلميذ من استعمال ذلك بفعالية.

2. 1. 2 في السنة الثانية

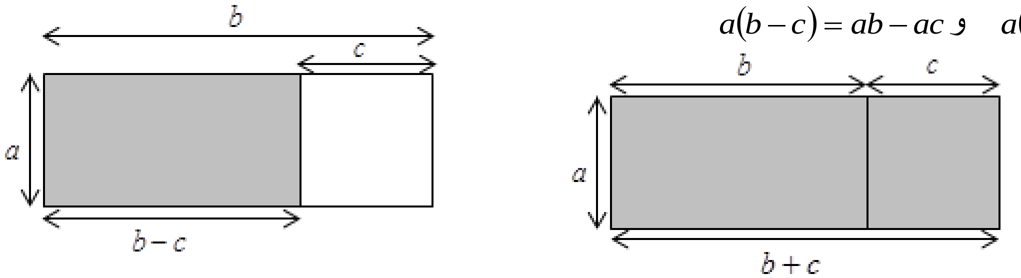
1. أنشطة عددية : تتمحور الأنشطة العددية في التعليم المتوسط، في ضوء البناء التدريجي للتعلمات، حول مفهوم العدد (العدد العشري، الكسور، العدد النسبي، العدد الأصم) ومختلف العمليات على هذه الأعداد وعلى التعلم التدريجي للحساب الحرفي.

في السنة الثانية، يتواصل العمل الذي شرع فيه في السنة الأولى متوسط لاكتساب آليات الحساب والتحكم فيها مع الحرص المزدوج على تدرج التعلمات وبالخصوص على منح معنى للعمليات انطلاقا من حل مشكلات من الحياة اليومية أو من الميادين الأخرى للمادة (الأنشطة الهندسية، المقادير والقياس، التناسبية،...).

- **الأعداد والعمليات:** إذا كانت بعض العمليات المدرجة في السنة الأولى (القسمة العشرية، الجمع والطرح على الكسور) والمقدمة في سياق معين (قاسم عدد طبيعي، الكسور العشرية) تتواصل دراستها بتوسيع سياق الأعداد المستعملة (القاسم العشري بالنسبة للقسمة، كسور ذات نفس المقام أو مقامات مضاعفة بالنسبة إلى الجمع والطرح على الكسور)، فإن عمليات أخرى سيتم إدراجها في السنة الثانية ويتعلق الأمر بالضرب على الكسور والجمع والطرح على الأعداد النسبية. أما بخصوص خواص هذه العمليات، فيجب ألا تقدم بكيفية آلية، لكن بروزها ينبغي أن يكون طبيعيا وتبعا للمشكلات التي ستطرح على التلميذ.

- **الأعداد العشرية والقسمة:** إن قسمة عدد عشري على عدد عشري غير معدوم، ترتكز على بعض خواص حاصل قسمة عددين ("لا يتغير حاصل قسمة عددين عند ضرب أو قسمة هذين العددين على نفس العدد") التي تسمح للتلميذ بالعودة إلى حالة القسمة على عدد طبيعي غير معدومالمكتسبة من قبل.

- **الأعداد العشرية والحساب الحرفي:** في السنة الثانية، يكون استخدام الأعداد العشرية مقتصرا على بعض المشكلات فقط، إذ يفترض أن بنيتها ومختلف العمليات المرتبطة بها قد اكتسبت من قبل. يتمحور العمل في هذا المجال على أولويات العمليات وتوزيع الضرب على الجمع والطرح. ولهذا الغرض، يمكن العمل في الإطار الهندسي(مفهوم المساحة) قصد تجسيد كل من المساويتين: $a(b+c)=ab+ac$ و $a(b-c)=ab-ac$



يمكن أن يتم حساب المساحة الملوّنة بطريقة مباشرة (الطرف الأيسر من كل من المساويتين المذكورتين أعلاه) أو بجمع (أو طرح) مساحتين (الطرفان يمين كل من المساويتين).

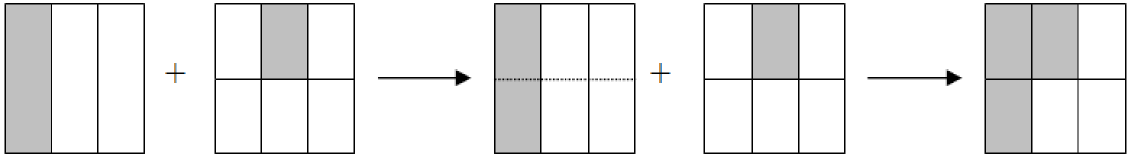
- **الكسور والجمع (أو الطرح)**

في السنة الأولى اكتسب مفهوم الكسر معنى العدد، وفي هذه السنة، سيتعلم التلميذ العمليات الأولية المرتبطة به: الجمع والطرح والضرب وكذلك الاختزال والمقارنة. أما بخصوص قسمة الكسور فسيقدم في السنة الثالثة.

في السنة الثانية، يكون استخدام الكسور قليلا في المحاور الأخرى للبرنامج. واعتمادا على البناء المتدرج والحلزوني للمفاهيم، ستقتصر الدراسة في هذا الموضوع على جمع(أو طرح) كسور ذات نفس المقام أو مقامات مضاعفة.

في حالة جمع أو طرح الكسور التي تقبل كتابات عشرية، فيمكن استعمال تلك الكتابات العشرية لإجراء هذه العملية. مثال: $\frac{2}{5}+\frac{3}{10}=0,4+0,3=0,7=\frac{7}{10}$

وفي الحالة العامة، تبقى ضرورة استعمال مقام مشترك لجمع أو طرح كسور أمرا تعلمه ليس سهلا. ولهذا الغرض، يمكن أن نجد السند الهندسي المتمثل في الأطوال والمساحات فعالا، لتبيين وتوضيح هذا المفهوم. فمثلا، لجمع ثلث وسدس يمكن الاستعانة بمستطيلات كما في الشكل الموالي:

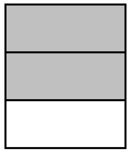


$$\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=\frac{2}{6}+\frac{1}{6}=\frac{3}{6}$$

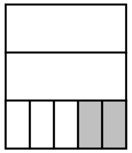
كما أن اللجوء إلى التعبير الطبيعي يمكن أن يكون مفيدا لفهم ضرورة توحيد المقامات. ففي المثال السابق، لا يمكن جمع أثلاث وأسداس لأن التقسيم ليس نفسه. فيجب اختيار تقسيم يكون ملائما لهذين التقسيمين، وعندئذ يمكن جمع أسداس كما جمعنا أعشارا في السنة الأولى.

- **الكسور والضرب:** يمكن أيضا تناول قاعدة ضرب الكسور انطلاقا من مفهوم المساحة. فالنمذجة الهندسية للوضعية تمنح سندا مرئيا كما يبينه المثال الموالي:

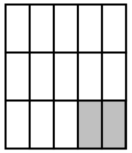
"أكلت صونيا ثلثي كعك في عيد ميلادها. وأكل أخوها ياسين خمسي الباقي. ما هو الجزء (الكسر) من الكعك الأصلي الذي أكله ياسين ؟ "
يمكن، بسهولة، تمثيل هذه الوضعية باعتماد سند هندسي (الأشكال الموالية).



أكلت صونيا ثلثي الكعك

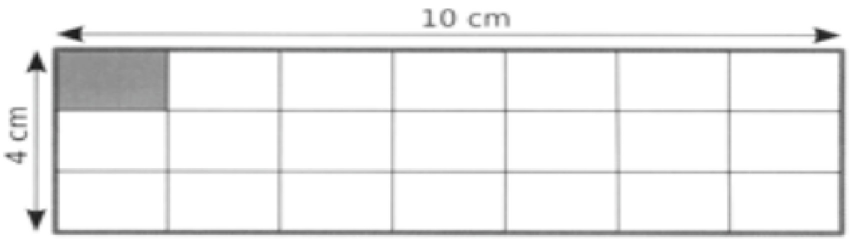


أكل ياسين خمسي الباقي



الجزء(الكسر) من الكعك الأصلي الذي أكله ياسين

تفترض هذه النمذجة تقسيم الكعك في اتجاهين مختلفين: أفقيا، ثم عموديا حتى يظهر التقسيم الأصلي لكعك، لأن التقسيم في نفس الاتجاه لا يعطي النتيجة بسهولة ونحصل هكذا $\frac{2}{5}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{15}$



على قاعدة ضرب الكسور تجريبيا:

مثال2:
نريد حساب مساحة الجزء الملون من المستطيل في الشكل المرفق:
الطريقة 1: $A = \frac{4}{3} \times \frac{10}{7} \ cm^2$ (مساحة المستطيل هي جداء البعدين)

الطريقة 2: نجد $A = \frac{40}{21} \ cm^2$ (لأن الجزء الملون ملون يمثل بـ: $\frac{1}{21}$ من المستطيل الكبير الذي مساحته $40cm^2$)
- نطلب الان إعطاء القاعدة التي تسمح بحساب جداء كسرين.

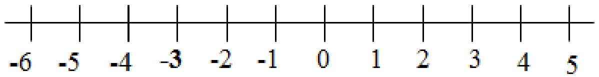
- **الأعداد النسبية والجمع (الطرح) :** سبق للتلميذ أن تعرّف على العدد النسبي في السنة الأولى من خلال وضعيات مأخوذة من مجالات متعددة من محيطهم الاجتماعي، مثل درجات الحرارة (تحت الصفر)، المصعد، الارتفاع والانخفاض عن مستوى سطح البحر، المداخيل المصاريف، ... ، وفي هذه السنة يعرف عمليتي الجمع والطرح عن طريق وضعيات مأخوذة دئما من المحيط الطبيعي للتلميذ، (كالمحرار، الربح والخسارة، التنقل على مستقيم مدرّج، ...).

حتى نسهل على التلميذ امتلاك مفهوم الأعداد النسبية وترتيبها والحساب المرتبط بها، يستحسن اعتبار الجوانب الثلاثة للأعداد: السياق، التمثيل على مستقيم، التجريد. هذه الجوانب لها خصوصياتها وهي تكمل بعضها البعض.

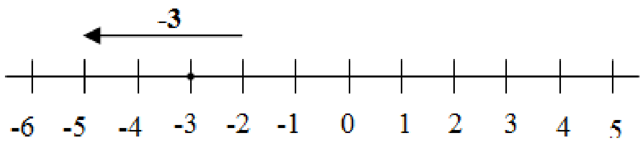
- **جانب السياق :** يرجع هذا الجانب إلى المعارف التي يعبر عنها التلاميذ من خلال الوضعيات العددية الملموسة. كأن نربط العدد السالب 5- بفكرة " خسارة 5 " أو "نزول 5 "، أو نعطي للمساواة $-4 = (-7) + 3$ المعنى " عندي 3 دنانير، خسرت 7. فأنا الآن مطالب بـ 4 دنانير من بين السياقات المعتبرة، نذكر الربح/الخسارة، المداخيل/المصاريف، درجات الحرارة، الارتفاعات، المصعد، ...

- **جانب التمثيل على مستقيم**

يمكن تمثيل الأعداد النسبية على مستقيم أُختير عليه المبدأ O والوحدة 1. ويتعين عندئذ ترتيب الأعداد بموقعها على المستقيم، هذا يعني: إذا كان لدينا عددان نسبيان فالعدد الأكبر هو الذي يقع على اليمين. كما يمكن أيضا تفسير الجمع والطرح على المستقيم عندما نرفق الأعداد بحركات (أشعة) على هذا المستقيم. ونلاحظ أن كل عدد تقابله نقطة من المستقيم، كما يمكن أيضا اعتبار كل عدد شعاعا يؤثر على المستقيم.

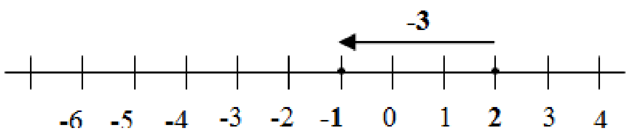


فمثلا، يمكن تمثيل العدد 3- بنقطة:

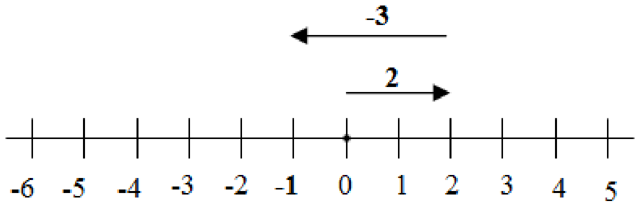


كما يمكن تمثيله بسهم، وفي هذه الحالة نمثله بأية قطعة مستقيم طولها 3 وموجهة نحو اليسار.

وأحيانا نستعمل التمثيلين معا. فلتمثيل المجموع $2+(-3)$، نمثل أحد الحدين (مثلا 2) بنقطة والحد الثاني (-3) بسهم بدايته هذه النقطة لنحصل على نقطة تمثل النتيجة(-1).



أو نمثل أحد الحدين(مثلا 2) بسهم بدايته المبدأ(0) ونمثل الحد الثاني(-3) بسهم بدايته نهاية السهم الأول(2) و تمثل النتيجة بنهاية السهم الثاني(-1)



- **الجانب التجريدي**

تعتبر المقاربة السابقة محطّة وسيطية للوصول إلى مرحلة المعرفة المجردة والرمزية والجبرية للأعداد وترتيبها والعمليات عليها. فتبنى خوارزميات ترتيب الأعداد النسبية والحساب عليها. فمثلا: حساب المجموع $3+(-7)$ يعد من هذا الجانب، فنطبق القاعدة: " لحساب مجموع عددين بإشارتين مختلفتين، نحسب فرق المسافتين إلى الصفر لهذين العددين ونحتفظ بإشارة العدد الذي له أكبر مسافة إلى الصفر" فيكون $3+(-7)=-4$.

- **من الحساب العددي إلى الحساب الحرفي**
- **الحساب العددي:** إذا كان التحكم بكفاية في الحساب العددي يسمح للتلميذ بحل مشكلات تتطلب كفاءات حسابية، فيعتبر أيضا بمثابة مكتسبات قبلية ضرورية لتحويل وتوسيع الكفاءات المكتسبة على العبارات العددية إلى المجال الجبري. ولهذا السبب يؤكد في الأنشطة على ممارسة الحساب في أشكاله المختلفة (الحساب الذهني، الحساب المتمعن فيه، الحساب الأداتي) وعلى معرفة الأولويات (استعمال الأقواس، أولوية العمليات، ...) واصطلاحات الكتابة والقراءة.

ترمي الأنشطة حول الأولويات إلى جعل التلميذ:

- يفهم دلالة الأقواس في برنامج حساب مكتوب سطريا(أفقيا).

أمثلة: - احسب العبارة التالية: $(2+3)\times(4+5)$.

- انقل العبارة عدة مرات مع تغيير موضع الأقواسفي كل مرة: $((2+3)\times4)+5$.
- احسب مختلف العباراتالتي انتجتها.

- يستعمل الأقواس لكتابة سلسلة عمليات سطريا (أفقيا).

أمثلة: - أكمل بالإشارات $+$، $-$، $\times$ ، $\div$ وبالأقواس العبارة الآتية بحيث تكون المساواة محققة: $6 = 3...3...3...3...3$.

- قارن الحلول المحصل عليها.

- يكشف الأولويات المتفق عليها حول العمليات في غياب الأقواس. وتعد الحاسبة العلمية أداة مناسبة لاكتشاف هذه الأولويات.

- يستعمل هذه الأولويات لإجراء حساب.

مثال: احسب العبارتين $12+3\times 7-6$ و $2+9\div 8-15{,}3$.

كما تشكل الأنشطة حول تنظيم الحسابات والحساب العددي حقلا مناسبا لتمكين التلميذ من:

- اكتساب ردود أفعال خاصة بالتقويم الذاتي والتحقق الذاتي لنتائجهم وبمختلف الوسائل(نتيجة ممكنة، تقدير رتبة مقدار، استعمال الحاسبة، ...).
- اختيار كتابة ملائمة لعدد قصد استعمالها في الشكل المرغوب.
- اختيار خطة ناجعة لإجراء حساب عددي.
- انتهاج خطة تجريبية في حل العديد من التمارين، بمعنى القيام بعدة تجارب ووضع تخمينات وتأكيدها بتبريرها أو رفضها بإظهار مثال مضاد مثلا.

كما أن التحكم في الحساب العددي من قبل التلاميذ يساهم بقسط كبير في الانتقال بسهولة إلى الحساب الحرفي.

- **الحساب الحرفي- المعادلات**

يتواصل، في السنة الثانية، التدريب على الحساب الحرفي الذي يعد إحدى النقاط المعقدة في تعلم الرياضيات بصفة متدرجة كما كان الحال في السنة الأولى، وترمي أنشطة الحساب الحرفي في السنة الثانية إلى جعل التلميذ يدرك أنه:

- يمكن أن يكون للحرف معنى **"متغير"** (الذي يمكن أن يأخذ العديد من القيم المختلفة) أو معنى **"مجهول"** (المقدار الذي نبحث عنه لحل مشكلة) أو معنى"عدد غير معين" (كما هو الشأن في المتطابقات).
- يمكن أن يكون للرمز **"="** معاني متعددة. يجب إذن التمييز بين ما يتعلق **بالمساواة** (كل ما هو صحيح أو خاطئ، مثال: المساواة $4+3=7$ صحيحة) و**بالمتطابقة** (كل ما هو صحيح، مثال: المساواة $3(x+2)=3x+6$ صحيحة دائما مهما كانت القيمة المعطاة لـ x) و**بالمعادلة** (كل ما يمكن أن يكون صحيحا من أجل بعض القيم المعطاة لـ x، مثال: المساواة $3x+5=9x-7$ لا تكون صحيحة إلاّ من أجل $x=2$).

يتمحور العمل الخاص بالحساب الحرفي كما في السنة الأولى، حول معالجة تعابير حرفية أثناء استعمال قواعد حساب المساحات والحجوم والتدريب على حل معادلات

(حل المعادلة $a\div x=b$ واختبار صحة مساواة تتضمن مجهولا من أجل قيم عددية لهذا المجهول) وحول استعمال حروف في المتطابقات $a(b+c)=ab+ac$ و $a(b-c)=ab-ac$.

سبق أن استعمل التلميذ حروفا في قواعد، وعالج تمارين بالتعويض. لهذا، غالبا ما يكون معنى الحرف مرفقا بالاختصار ومعنى "=" مرفقا بإعطاء نتيجة برنامج حساب((مثال: $17,5+2,1=19,6$)، وهو ما يجعل التلاميذ يجدون صعوبات لقبول أنه يمكن أن يكون للإشارة "=" معنى العلاقة بين كتابتين مختلفتين لنفس الكائن، مثال: $12+3=11+4$ أو $17=10+7$.

في السنة الثانية، نواصل (كما في السنة الأولى) اقتراح أنشطة تسمح بتطوير هذه المعاني. والغرض منها هو جعل التلميذ:

- يستعمل قيما عددية كرموز لتصبح فيما بعد حروفا (ينتقل تدريجيا من العددي إلى الحرفي).
- يلاحظ اقتصاد الترجمة الجبرية سواء كان ذلك كتابة أو قراءة.

مثال: يريد عمر إملاء نص التمرين الآتي بالهاتف لصديقه مالك المتغيب عن الحصة الأخيرة للرياضيات:

" احسب: $10+3\times5$ ، $10+3\times7$ ، $10+3\times13$ ، $10+3\times17$ ، $10+3\times22,5$ "

كيف يمكن أن يختصر عمر الرسالة؟(بمعنى يتجنب إملاء ما هو مكتوب بالضبط).

- يقبل بأن الحرف لا يعين قيمة "مثبتة مسبقا" بإعطائه قيما مختلفة على التوالي (معنى المتغير).
- يعتبر المساواة كقضية يمكن أن تكون صحيحة أو خاطئة تبعا للقيمة المعطاة للحرف.

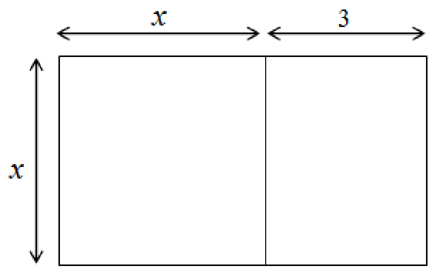
مثال: حسبت ياسمين العبارتين $x\times x$ و $2x$ من أجل $x=0$ ثم $x=2$.

فاستخلصت ما يلي:" العبارة $x\times x$ تساوي العبارة $2x$ ".

هل توافق ذلك؟ اشرح لماذا.

- يدرك معنى متطابقة، بمعنى " تساوي عبارتين حرفيتين" التي تكون صحيحة مهما كانت القيمة المعطاة للمتغير (أو للمتغيرات).

مثال: للتعبير عن محيط المستطيل المقابل، نكتب العبارات:



- $x+3+x+x+3+x$
- $4x+6$
- $2(2x+3)$

هل العبارات متساوية ؟

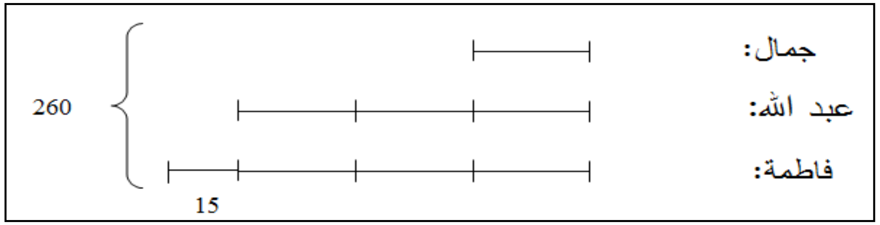
احسب المحيط من أجل $x=1$ ، $x=5$ ، $x=20$

- **المعادلات**

بغرض دعم كفاءات التلميذ على حل المشكلات بكيفية حسابية وتسهيل الانتقال إلى الإطار الجبري، فمن المفيد مواصلة (كما في السنة الأولى) اقتراح مشكلات يمكن

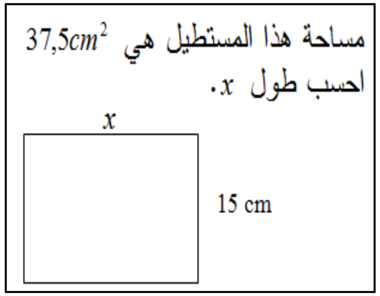
حلها باستعمال التجريب، رسومات ومخططات.

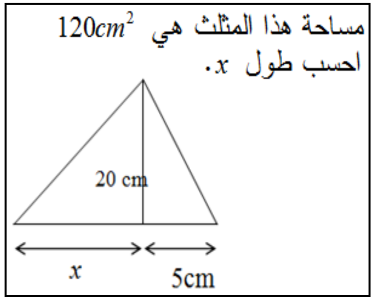
مثال: وزع أب $260DA$ على أولاده الثلاثة.
تحصل عبد الله على ثلاث مرات حصة جمال. وتحصلت فاطمة على حصة تزيد بـ $15DA$ عن حصة عبد الله.
ما هي حصة كل ابن ؟



باعتبار أن خوارزميات حل المعادلات خارج البرنامج، فإن حل المشكلات بمجهول واحد سيرتكز، كما في السنة الأولى، على "معنى" العمليات. ينبغي أن يكون باستطاعة التلميذ إيجاد سلسلة العمليات انطلاقا من المجهول للوصول إلى المعلوم، باستعمال القيم العددية المعطاة في النص، ثم القيام بفك العمليات في الاتجاه الآخر، وعدم الاطناب في إدخال الحرف على اعتباره أنّه وسيلة وليس غاية.
يمكن أن يساعد استعمال المخططات التلميذ في التحكم في كفاءة ترجمة برنامج حساب المجهول مباشرة.

مثال: بالنسبة إلى كل من المشكلتين التاليتين (انظر الشكل المقابل):
- اكتب برنامج الحساب الذي يعطي مساحة الشكل في كل حالة من الحالتين.
- باستعمال مدلول العمليات وترتيبها اكتب الحساب الذي يمكّن من الحصول على قيمة x.





المقصود في الحقيقة من السؤال الأول هو التعبير بمعادلة (وضع المشكل في صيغة معادلة)، وذلك في حالتين أين يمكن للترجمة الحرفية أن تنطلق من المجهول x، وهو ما يسمح بالحل حسابيا.

<u>الحالة1:</u> <u>الحالة 2:</u>

$x \times 15 = 37{,}5$

منه:

$x = 37{,}5 \div 15$

$[(x+5)\times 20] \div 2 = 120$

منه: (باستعمال معنى العمليات نجد)

$(x+5)\times 20 = 240$

$x+5 = 240 \div 20$

$x+5 = 20$

$x = 15$

- **الحاسبة:** لا تعتبر الحاسبة في الوقت الحالي وسيلة للحساب فقط، وإنما شريكا بيداغوجيا بأتم معنى الكلمة. إن أهمية الحاسبة لا يمكن حصرها في مفاهيم بسيطة للحساب، فاليوم أصبحت الحاسبة العلمية تسهل معالجة مفاهيم متعددة ومتنوعة كالقسمة الاقليدية والكسور وحساب المثلثات والدوال والإحصاء... فهي تحرر التلميذ من انشغالات الحساب التي تكون في أغلب الأحيان ثقيلة ومعوقة، ليصبح نشيطا أكثر ويصب كل اهتمامه في التمعن والتركيز في جوهر المشكل المقترح عليه، حيث تمكنه من إجراء تجارب عديدة وبسرعة، ليصل إلى وضع تخمينات قصد الحل. كما تمكن الأستاذ من القيام بأعمال بحث وتنويع الوضعيات. وهو الأمر الذي سيزيد دون شك، من اهتمام التلميذ ويحفزه أكثر.

إن التحكم الجيد في استعمالات الحاسبة وإدراك حدودها يعد بمثابة معرفة وقدرات جديدة للتصرف، إذ تسمح بتطوير روح النقد عند التلميذ وتكسبه طرق عمل صارمة، وخلافا للتحفظات الكثيرة المتعلقة باستعمال الحاسبة، فهي لا تنقص من قيمة الصياغة والبرهان اللذين تتميز بهما المادة، بل بالعكس، فهي تعززهما وتبررهما.

كما كان الشأن في السنة الأولى، يواصل الأستاذ البحث عن أنجع الطرق لاستعمال الحاسبة، ويجعل التلميذ يدرك أن استعمالها لا يتنافى مع الحساب الذهني من خلال نشاطات يبرز فيها:

- ضرورة مراقبة الحسابات الأداتية باستعمال الحساب الذهني (تقدير النتيجة، مراقبة الرقم الأخير، عدد الأرقام،...).
- التشابه بين استعمال الحاسبة والحساب الذهني من حيث ضرورة تحليل وتنظيم الحسابات والتحفيز الجيد لاستعمال خواص العمليات.

في السنة الثانية، تمثل الحاسبة أداة جد هامة لبناء ودعم العديد من المفاهيم مثل أولوية العمليات والحساب التقريبي (التدوير، حصر كسر بعددين عشريين، ...) وحساب معامل التناسبية والنسبة المئوية.

2. تنظيم معطيات: في هذا المجال وكما في السنة الأولى، يواصل التلاميذ العمل على مختلف مظاهر التناسبية (المقياس، النسبة المئوية) وعلى مختلف المقادير المتداولة في الحياة اليومية والمستعملة في المواد الأخرى (الطول، الزاوية، المساحة، الحجم).

في هذه السنة، نجعل التلاميذ يكتشفون علاقات بين متغيرات تحضيرا لمفهوم الدالة التي دراستها غير واردة في التعليم المتوسط في الحالة العامة.

إن أحد الأغراض العامة لمرحلة التعليم المتوسط يكمن في تكوين مواطن بصير قادرا على التفكير والتصرف بنفسه. ولتحقيق ذلك، ينبغي العمل على تطوير القدرة، لدى التلاميذ، على قراءة ونقد المعلومات الرقمية. في هذا الإطار، يواصل التلاميذ في السنة الثانية التدريب على قراءة الجداول والتمثيلات البيانية واستعمالها، كما يشرعون في اكتساب بعض المفاهيم المرتبطة بالإحصاء وتنظيم المعطيات.

3. أنشطة هندسية: درس التلميذ خلال السنة الأولى متوسط بعض الأشكال في المستوي والفضاء وذلك بإنجاز مثيلات لها وإنشائها ووصفها باستعمال تعبير دقيق أكثر فأكثر. يتعلق الأمر في السنة الثانية متوسط بدعم هذه المكتسبات وتوسيع مجال الأشكال المدروسة. كما يتعلق الأمر أيضا بالوصول بالتلميذ إلى الاستعمال الآلي للأدوات الهندسية في أنشطة الإنشاء الهندسي مع الاستمرار في التدريب على الرسم باليد الحرة عند إنجاز مثيلات لهذه الأشكال أو عند وضع تخمينات.
تستمر دراسة المجسمات في السنة الثانية بتناول الموشور القائم وأسطوانة دوران. كما يشكل التناظر المركزي (مثلما كان الأمر بالنسبة إلى التناظر المحوري في السنة الأولى) أداة فعالة لتسهيل إنجاز مثيلات وإنشاء أشكال وتبرير نتائج (مثل: خواص الأشكال المستوية).
تشكل الأنشطة الهندسية مرتكزا لمواصلة دراسة مفاهيم حول المقادير والقياسات (المساحات والحجوم) وتبقى مجالا مفضل لتنشيط التلاميذ وجعلهم يتدربون على التجريب والتخمين والتبرير تدريجيا. لهذا، تحتل الأنشطة الهندسية مكانة هامة في البرنامجوتشكل أرضية ملائمة لمواصلة التدريب علي الاستدلال الاستنتاجي وتقديم أنشطة حول المقادير والقياس (محيط، مساحة، حجم).

- **الأشكال في المستوي :** تتواصل في السنة الثانية دراسة الأشكال في المستوي بوحدات تعلمية من شأنها دعم مكتسبات التلميذ في السنة الأولى وبإدخال دراسة متوازي الأضلاع الذي يعتبر شكلا أساسيا في البرنامج.

نستمر، كما في السنة الأولى، في ترجيح الجانب "الوظيفي أو الأداتي" لأشكال المستوي وبناء صور ثرية قدر الإمكان بشكل يثير أفكارا وردود فعل عند قراءة نص مشكل أو ملاحظة رسم.

- **الأشكال في الفضاء :** يرتكز تعليم الهندسة في الفضاء في المرحلة المتوسطة على دراسة المجسمات البسيطة. هذا التعليم الذي لا يمكن أن ينحصر في معالجات بسيطة للأشياء بل تتعدى ذلك إلى مشكلة تمثيل هذه الأشياء وضرورة تشفيرها(أي الإشارة إليها برموز).

تتواصل دراسة الأشكال في الفضاء في السنة الثانية بتناول الموشور القائم وأسطوانة الدوران. وتتمثل الأهداف، كما في السنة الأولى، في تزويد التلميذ بسندات محسوسة ضرورية لدراسة الفضاء.
وتتمحور الأنشطة المرتبطة بهذه الأشكال حول:

- الملاحظة المباشرة لمجسمات ووصفها قصد تقديم التعابير المرتبطة بها واستخلاص بعض خواص التوازي والتعامد.
- إنجاز تصميمات لمجسمات وصنع هذه المجسمات.
- تمثيل مجسمات.

وفي هذا الإطار، يكون إدراك الاختلافات الهندسية بين الشيء(المجسم) وتمثيله ضروريا. فلا يمكن للتلميذ العمل على رسم شيء إلا إذا كانت لديه صورة ذهنية جيدة لهذا الشيء، وكذلك معرفة جيدة لقواعد التمثيل. هذا التمثيل الذي يعتمد على المنظور المتساوي القياسات قد يشكل اختيارا مفيدا في تمثيل الأشياء بشكل يقترب كثيرا من رؤيتها في الفضاء وحفظ التوازي وتناسب الأطوال في كل مناحي الفضاء. كما تكون المفاهيم الهندسية المطلوبة في متناول التلاميذ.

- **التحويلات في المستوي:** يشكل التناظر المركزي في السنة الثانية، كما كان الأمر بالنسبة إلى التناظر المحوري في السنة الأولى، أداة هامة ومكملة لأداة "الأشكال". فمن فوائده أنه يسمح بتبرير بعض خواص الأشكال.

في التعليم المتوسط، تعطى الأولوية للجانب الإجرائي للتحويلات. لهذا، ستستعمل كثيرا خواص التناظر المحوري المدروسة في السنة الأولى والتي ستستثمر في هذه السنة وكذا خواص التناظر المركزي بغرض تسهيل إنجاز مثيلات أشكال وإنشائها بكيفيات ناجعة، ولكن أيضا قصد تبرير النتائج وبناء استدلالات بسيطة.

2. 1. 3 في السنة الثالثة

1. أنشطة عددية: يتواصل العمل على التقنيات الحسابية بصفة تدريجية من خلال أنشطة وحلّ مشكلات متنوعة، ويظلّنشاط **"حلّ مشكلات"** (من الرياضيات أو من المواد الأخرى أو من الحياة اليومية) يحتلّ مكانة أساسية في مجال الأنشطة العددية إذْ يسمح للتميذ:

- بممارسة الحساب العددي في أشكاله المختلفة (الحساب الذهني والحساب الأداتي والحساب المتمعن فيه) حول الكسور ومختلف الأعداد (النسبية والناطقة).
- بمواصلة التدريب التدريجي على الحساب الحرفي.
- بحلّ معادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد.

- **العمليات على الكسور:** جمع وطرح الكسور قد قُدم في السنة الثانية في حالة كسرين مقام أحدهما مضاعف لمقام الآخر. في السنة الثالثة يتم التعميم على كسور كيفية مع استعمال مفهوم المقامات، كما نجعل التلميذ يعرف أنّ $\frac{a}{b}=a\times\frac{1}{b}$ و يُفسّرها ويعرف مقلوب كسر ويستعمل اللمسة x^{-1} للحاسبة لتعيينه. تُدعم مكتسبات التلميذ حول ضرب كسريين وتستغل لاستنتاج قاعدة قسمة كسريين $\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}$ من خلال أمثلة عددية:

1) أكمل ما يلي: $\frac{35}{27}\div\frac{7}{3}=\frac{\cdots}{\cdots}$ ومنه $\frac{\cdots}{\cdots}\times\frac{7}{3}=\frac{35}{27}$

2) أحسب $\frac{35}{27}\times\frac{3}{7}$

3) قارن بين نتيجتي السؤالين السابقين. انطلاقا من أنشطة مماثلة يُنص على القاعدة.

لتوحيد مقامي كسرين ليس من الضروري التطرّق إلى مفهوم المضاعف المشترك الأصغر بالاعتماد على التحليل إلى جداء عوامل أولية الذي هو خارج البرنامج. في الحالات البسيطة، كأن يكون المقامان بسيطين أو أحد المقامين مضاعفا للآخر...، يمكن تعيين المضاعف المشترك الأصغر ذهنيا ويؤخذ جداء المقامين في الحالات الأخرى.

نذكرأنه في حالة كسور بمقامات عشرية تُحوّل المقامات إلى أعداد طبيعية.

إنّ حلّ المعادلات من الشّكل $ax+b=cx+d$ يُؤدي إلى حلول كسرية، الشيء الذي يسمح بترسيخ مفهوم الكسر كعدد أكثر ويجعل التلاميذ يتقبلون ممارسة الحساب الكسري أكثر و لا يلجأون آليا إلى القيم العشرية المقربة.

كما تتدخل أيضا الكسور بصفتها أعدادا في محور نظرية طالس حيث تسمح بترجمة تناسبية الأطوال.

تسمح هذه المضامين بالعمل عل المضاعفات والقواسم وقواعد قابلية القسمة(عند اختزال الكسور)، لكن يبقى مفهوم الكسر غير القابل للاختزال من برنامج السنة الرابعة.

- **الأعداد النسبية**

- بالاستمرارية مع السنة الثانية سنحاول، قدر الإمكان، إعطاء معنى للحساب على الأعداد النسبية مع تفادي الإفراط في التمارين التقنية المحضة.

مثال1: عيّن كلّ الإمكانيات الممكنة لكتابة العدد -8 في شكل جداء abc حيث a، b، c أعداد صحيحة نسبية مختلفة.

- يمكن إدخال قاعدة الإشارات في عملية الضرب بالاستعانة بالحاسبة.

مثال2:

a، b، c أعداد نسبية غير معدومة حيث:

1) a و الجداء ab لهما نفس الإشارة.

2) إشارتا العدد a و الجداء abc مختلفتان.

3) الجداءان ac و bc لهما نفس الإشارة.

هل يمكن تعيين إشارة كل من الأعداد a، b، c ؟ علّل.

- كما نجعل التلميذ يدرك المعاني المختلفة للإشارة ناقص (المعبرة مرّة على العدد السالب ومرة على عملية الطرح ومرة أخرى على معاكس عدد) الشيء الذي يحدث في الحساب الحرفي $-a$ قد يمثل عددا موجبا وقد يمثل عددا سالبا.

- يكتب برنامج حساب يناسب عبارة عددية أو يترجم عبارة عددية إلى برنامج حساب.

مثال: اكتب برامج الحساب التي يقابل كلا من العبارات العددية الآتية: $C=-5\times(6-3)$; $B=-5+6\times(-3)$; $A=(-5+6)\times(-3)$

اكتب العبارة العددية المناسبة لبرنامج الحساب الآتي: " مجموع العدد -3 و جداء العددين -6 و 3"

- **الأعداد الناطقة:** إن ضرب وقسمة الأعداد النسبية عمليتان تسمحان بإدخال مفهوم العدد الناطق كحاصل قسمة عددين نسبيين. ولتسهيل العمل على هذه الأعداد يمكن اعتبار كل عدد ناطق ككسر مسبوق بإشارة ويُعتمد، عندئذ، على القواعد الحسابية على الكسور وعلى الأعداد النسبية عند تقديم العمليات على الأعداد الناطقة. نُعوّد التلاميذ على كتابة العدد الناطق $\frac{a}{b}$ في شكله المُبسط بإشارة واحدة تُستنتج من إشارتي a و b بتطبيق قاعدة إشارات الجداء ab مع الاختزال عند الإمكان.

لإدخال مفهوم العدد الناطق يمكن استغلال مثلاً نشاط البحث عن القيمة المضبوطة لحاصل قسمة العدد 8 على العدد 3

- **القوى ذات أسس صحيحة نسبية:** الهدف الأساسي لهذا المحور هو العمل بقوى العدد 10 مع أنشطة مرتبطة بالمواد الأخرى خاصة الفيزياء والعلوم الطبيعية والعلوم الاجتماعية ، كما نعطي معنى للقوى ذات الأسس السالبة و القوى ذات الأسس الموجبة و على استعمال المساويات : $10^m\times10^n=10^{m+n}$ ، $\frac{1}{10^n}=10^{-n}$ ، $(10^m)^n=10^{mn}$

حيث m و n عددان صحيحان نسبيان.

- كتابة عدد عشري على الشكل العلمي ، تعني التعبير عنه على الشكل $a\times10^n$ (أو $-a\times10^n$) حيث a عدد عشري يحقق $1\le a\prec10$ و n عدد صحيح نسبي.

تستعمل الكتابة العلمية للتعبير عن أعداد كبيرة جدا (مثل المسافة بين الأرض والقمر) أو أعداد صغيرة جدا (مثل قطر ذرة). كما تُستغل الكتابة العلمية لحصر عدد عشري بقوتين للعدد 10 ذات أسين متتاليين، أو لتعيين رتبة مقدار نتيجة حساب

- لإيجاد رتبة مقدار عدد: نكتب العدد على الشكل العلمي ثم ندور العدد العشري في كتابته العلمية إلى العدد الصحيح الأقرب منه و نحتفظ بقوة 10

مثال:
أكتب كلا من العددين 000 125 و0,00358 على الشكل العلمي ثمّ احصره بقوتين للعدد 10 ذات أسين متتاليين.
نجد: $125\,000 = 1,25 \times 10^5$
$10^5 < 125\,000 < 10^6$
وبالمثل نجد: $0,00358 = 3,58 \times 10^{-3}$
$10^{-3} < 0,00358 < 10^{-2}$
مثال: $46\,000 = 4,6 \times 10^4$ والمدور إلى الوحدة للعدد 4,6 هو 5. فالعدد 5×10^4 هو رتبة مقدار للعدد 000 46.

يمكن تفسير معنى " قوة عدد نسبي" انطلاقا من المربعات والمكعبات المألوفة عند التلاميذ. عند التطرق لهذا المحور نميّز بين القوى ذات الأسس الموجبة والقوى ذات الأسس السالبة ونجعل التلميذ يستنتج إشارة قوة عدد نسبي سالب تبعا لطبيعة الأسّ. كما يتدرب على استعمال اللمسة y^x أو ^ لحساب القوة.

و يتدرب التلميذ من خلال أمثلة عددية وباختيار أسس بسيطة على استعمال المساويات:

1) $a^m \times a^n = a^{m+n}$

2) $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ حيث $a \neq 0$ و m و n عددان صحيحان نسبيان.

3) $(a \times b)^n = a^n \times b^n$

4) $(a^n)^m = a^{nm}$ حيث a و b عددان غير معدومين و n و m عددان صحيحان نسبيان.

- عند إجراء سلسلة حسابات تتضمن قوى، تعطى الأولوية لحساب القوى.

مثال: لنحسب $A = -2 + 3 \times 5^2$
نجد: $A = -2 + 3 \times 5^2 = -2 + 3 \times 25 = -2 + 75 = 73$

- **الأعداد الصماء:** إن هذا المفهوم لم يرد صراحة في البرنامج لكن يتطرق التلميذ إلى الجذر التربيعي لعدد موجب من خلال حساب أطوال في محور نظرية فيثاغورث.
إن كلّ دراسة مفصلة وخاصة الحساب على الجذور خارج البرنامج. وعند البحث عن الجذر التربيعي لعدد، تستعمل الحاسبة.

- **الترتيب والعمليات:** نتطرق لهذا بغرض معرفة تأثير الجمع والضرب على الترتيب تحضيرا لدراسة المتراجحات في السنة الرابعة. (بالنسبة إلى الضرب في عدد سالب هو ليس من التعلمات المستهدفة في هذه السنة ولكن يمكن إدراجه من خلال بعض الأمثلة البسيطة).
لمقارنة عددين ناطقين، يمكن استغلال تعليم نقاط على مستقيم مُدرج ويربط ذلك بإشارة الفرق لاستخلاص التكافؤات التالية:

- $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ يعني $ad=bc$ (a ، b ، c ، d أعداد نسبية مع b و d غير معدومين).
- $x<y$ يعني $x-y<0$ (الفرق $x-y$ سالب)
- $x>y$ يعني $x-y>0$ (الفرق $x-y$ موجب) (x و y عددان ناطقان).

يمكن تقديم المتباينة بالمعنى الواسع $\leq$ (أو $\geq$) دون الإفراط في استخدام الرمز $\leq$ (أو $\geq$). ولإدخال هذا المفهوم يمكن الاعتماد على المستقيم المدرج حيث يُطلب تعيين عددين نسبيين a و b عليه ثم تحديد $a+1$ و $b+1$، $a-2$ و $b-2$. ثمّ يُطلب مقارنة a و b ، $a+1$ و $b+1$، $a-2$ و $b-2$.
كسند لاستخلاص القواعد التالية:
1) a و b و c أعداد نسبية. العددان $a+c$ و $b+c$ مرتبان في نفس ترتيب العددين a و b.
2) a و b و c أعداد نسبية.
- إذا كان c موجبا تماما فإنّ العددين ac و bc مرتبان في نفس ترتيب العددين a و b.
- إذا كان c سالبا تماما فإنّ العددين ac و bc يرتبان عكس ترتيب العددين a و b.

وتقترح أمثلة عددية أخرى لوضع التخمين المناسب ثم يقدم البرهان بمقارنة الفرق مع 0 في كلّ حالة.

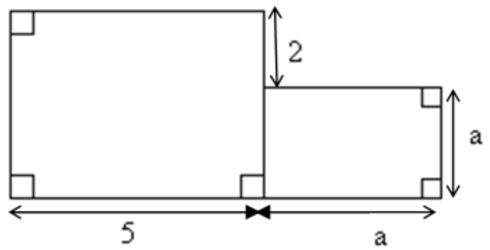
يمكن استغلال هذه الخواص في إيجاد حصر مقدار (محيط، مساحة، حجم..) بمعرفة حصر أحد الأبعاد.
مثال: أوجد حصرا لمحيط مستطيل طوله 4cm وعرضه محصور بين 2,5 cm و 3 cm.

- **الحساب الحرفي:** كما كان الحال بالنسبة للسنتين الأولى والثانية فإن تعلّم الحساب الحرفي وحلّ معادلات يتواصل في السنة الثالثة بصفة تدريجية، ويتواصل العمل على المعاني المختلفة للحرف في كتابة العبارات الحرفية ومعنى المساواة من خلال أنشطة مركبة، ولإعطاء دلالة أكثر للحساب الحرفي يستحسن أن تختار التمارين المتعلقة بتحليل وإنتاج وتحويل عبارة جبرية مرتبطة بوضعيات ملموسة.

مثال$_1$:

1. مساحة الشكل المقابل تعطى بالعبارة الحرفية:
$a^2+5a+10$

2. باستعمال نفس الطول a ارسم شكلا مساحته تكون معينة بالعبارة الحرفية: $2a(a+1)$



الغرض من هذا المثال هو إنتاج عبارة حرفية باختيار وضعية تعطي معنى للعبارة الحرفية المنتجة باستعمال سند هندسي، وهكذا نعمل على الحروف ونجعل التلميذ

- يُغيّر السجل بالمرور من الإطار العددي إلى الإطار الهندسي أو العكس.
- يوظف الخاصية التوزيعية كما يمكن الاعتماد على مفهوم المساحة لتبرير المساواة: $(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$ كأن نحسب بطريقتين مختلفتين مساحة مستطيل بعداه $(a+b)$ و $(c+d)$.
- يتدرب التلميذ على تبسيط عبارات جبرية من الشكل: $3x+(x-1)$ ؛ $3x-(x-1)$ ؛ $3x^2+2x-x^2$. حيث يؤكد على قاعدة حذف الأقواس واستعمال توزيع الضرب على كلّ من الجمع والطرح. مثال: $2x+3x=(2+3)x=5x$

إنّ العمل على تحويل عبارات جبرية يؤدي حتما إلى أنشطة حول النشر والتحليل رغم أنّ هذه الكفاءة من برنامج السنة الرابعة ولذا يجب أن تكون الأمثلة المقترحة بسيطة وتعتمد عل توزيع الضرب على الجمع والطرح، مع محاولة، قدر الإمكان، ربطها بوضعيات متنوعة(هندسية مثلا) وبحلّ مشكلات.

نحرص في هذا المجال على جعل التلاميذ يدركون الاختلاف بين المجموع والجداء، وهو أمر أساسي وضروري بالنسبة إلى إتقان الحساب الحرفي ومنه تبسيط الكتابات الحرفية.

مثال$_1$:

عيّن من بين العبارات الآتية التي تمثل مجاميع والتي تمثل جداءات:

$5a$ ، $2x-3$ ، $3(a+2)$ ، $(x+1)(y+3)$ ، $4+(x+7)$ ، πr^2 .

مثال$_2$:

إليك عدة مساويات:

1) $23-2=3\times5$ 2) $2a\times4b=8ab$ 3) $AB^2+AC^2=BC^2$ 4) $7+x=y$

5) $(a+1)^2=a^2+1$ 6) $3(x+-2)=5$ 7) $(x+1)(x+2)=x^2+3x+2$

8) إذا كان r نصف قطر قرص فمساحته هي: $A=\pi r^2$

كيف يمكن تصنيف هذه المساويات؟

يمكن اقتراح هذا النشاط في عمل الأفواج. بعد تصنيف أوليّ (هنا مساويات بدون حروف ومساويات بحروف). يصل التلاميذ الى تصنيف المساويات إلى مساويات صحيحة، مساويات خاطئة، مساويات لا يمكن الفصل فيها. وتُستغل هذه الفرصة لـ: مقاربة مفهوم المتطابقة(مساواة محققة مهما كانت قيمة الحرف).

- لإثبات عدم صحة مساواة : يكفي أن نجد مثالا مضادا أي قيمة(أو قيم) للحرف(أو للحروف) تجعل المساواة خاطئة، و يمكن توظيف هذا لتبرير أن نشرا ما هو خاطئ
- مواصلة التعامل مع المعاني المختلفة للحرف: متغير (القيم التي يمكن للحرف أن يأخذها تتغير في مجال أو مجموعة) أو معنى مجهول (نصادف هذا الوضع في وضعيات تربيض مشكل أو أثناء حل معادلة) أو معنى"عدد غير مُعيّن" (الحرف لا يمثل أعدادا خاصة، لكنه يمثل أعدادا كيفية (في حالة المتطابقات)).

- **المعادلات :** شرع التلميذ، في السنة الثانية، في حلّ معادلات بسيطة باستعمال طرق حسابية (استعمال العمليات المختلفة وبعض الرسومات) ويتطرق في السنة الثالثة إلى خوارزمية حلّ معادلات من الشكل $ax+b=cx+d$. ولتحقيق هذا الهدف يجب مواصلة العمل على جعل التلميذ يدرك ضرورة استعمال الإطار الجبري بدلا من الإطار الحسابي من خلال وضعيات وجيهة.

كما نستمر في اقتراح تمارين تمهيدية تسمح بجعل التلميذ يدرك أكثر مفهوم المعادلة ويميز بين معادلة وعبارة حرفية، ويتحقق بنفسة من ترجمة مشكلة بمعادلة: وجود مساواة ومجهول.

مثال:حدّد من بين الكتابات الآتية التي قد تمثل معادلات:

1) $(x+2)+4x$

2) $x=1$

3) $3x-1=2x+5$

4) $2=a+1$

5) $5(2+1)=12+3$

6) $2y+1=3$

كما يتواصل العمل على مشكلات وجيهة تسمح للتلميذ بالتطرق إلى المراحل المختلفة للحلّ (اختيار المجهول، ترجمة الوضعية بالمعادلة المناسبة، حلّ المعادلة والتحقيق).

مثال$_1$: x هو عدد مجهول، والحرف n يمثل عددا طبيعيا.

عبّر لغويا عن كل من المساويات الآتية: $x=n+2$ ؛ $x=n-1$ ؛ $x=2n$ ؛ $x=n^2$

مثال$_2$:(برنامج حساب)

عبّر بمعادلة عن النصّ الآتي: "أختار عددا، أضاعفه ثم أضيف العدد 2 للناتج، وسأجد نفس النتيجة لو اخترت نفس العدد وضربته في 3 وطرحت العدد 1 من الناتج".

مثال$_3$:

يحمل حمار 15 كيسا من الفرينة وكيلوغرامين من البطاطس. ويحمل حصان كيسين من الفرينة و 40 كيلوغراما من البطاطس. حسّ الحصان بأنّ الحمار يتنفس كثيرا فقال له: لماذا تشتكي أيها الحمار، فلنا نفس الحمولة."

ما هو وزن كيس من الفرينة؟

مثال$_4$:(برنامج حساب)

استعمل عمر ومصطفى حاسبتيهما.

عمر يتابع تعليمات البرنامج الآتي:

أ- احجز عددا

ب- اطرح 3 من هذا العدد

ت- أضرب في 5 النتيجة المتحصل عليها في (ب)

ث- أضف لنتيجة (ت) ضعف العدد المحجوز في (أ) ثم اكتب النتيجة النهائية.

مصطفى يتابع برنامج من ثلاث تعليمات.

أ- احجز عددا

ب- اضرب هذا العدد في 7

ت- اطرح 15 من النتيجة المتحصل عليها في (ب)

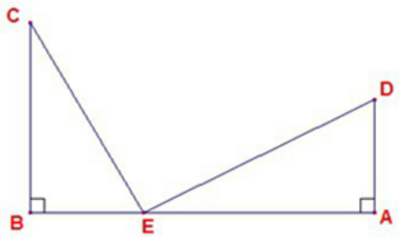
لاحظ كل منهما أنه إذا حجزا نفس العدد في المرحلة (أ) وتابع كل منهما برنامجه فسيحصلان على نفس النتيجة النهائية

هل نستطيع أن نتأكد بأنّه من أجل نفس العدد المحجوز في البداية، نجد نفس النتيجة في كل من البرنامجين؟ برّر؟

مثال5:

على الشكل المقابل :

- $AB = 9cm$
- (CB) عمودي على (BA) و $BC = 5,6cm$
- (DA) عمودي على (BA) و $DA = 2,4cm$



أين يمكن وضع النقطة E حتى يكون للمثلثين BCE و ADE نفس المساحة؟

مثال6: طلب الأستاذ من التلاميذ حل المعادلة : $7x + 3 = 4x + 4$

إليك إجابة أحدهم :

$$\boxed{\begin{aligned} &7x + 3 - 3 = 4x + 4 - 3 \\ &7x = 4x + 1 \\ &7x - 4x = 4x + 1 - 4x \\ &3x = 1 \\ &x = 0,33 \end{aligned}}$$

- في المعادلة المعطاة عوض x بالحل المحصل عليه من قبل هذا التلميذ، ماذا تلاحظ؟

ما هو الخطأ المرتكب ؟ صحّحه.

2. تنظيم معطيات

- **التناسبية:** تُعد التناسبية أحد المواضيع الأساسية في التعليم المتوسط. في السنة الثالثة يكون التعرض لهذا المحور من جانب التمثيل البياني من خلال دراسة الخاصية المتعلقة باستقامية النقاط مع مبدأ المعلم. كما تُوظف التناسبية في التعرّف على الحركة المنتظمة وفي استعمال الوحدات المألوفة لقياس الزمن.

تستغل خاصية التناسبية المتمثلة في استقامية النقاط مع مبدأ المعلم للتعرّف على وضعية تناسبية ممثلة بيانيا في المستوي المزوّد بمعلم.
نتعرّف على الحركة المنتظمة انطلاقا من التناسبية بين المسافة والزمن، وتوظف الحركة المنتظمة في حساب المسافة المقطوعة والسرعة والزمن. كما توظف التناسبية في استعمال وحدات لقياس الزمن تجمع بين النظام العشري والنظام الستيني. مثال: $1h30\min = 1{,}5h$
تعطى الترميزات المتعلقة بالوحدات المألوفة للسرعة في الشكلين km / h و $km.h^{-1}$ أو m/s و $m.s^{-1}$. كما يمكن تقديم أمثلة أخرى عن مقادير حاصل قسمة كتدفق الماء لحنفية هو ℓ/min و $\frac{\text{حجم الماء}}{\text{وحدة الزمن}}$ ، أو استهلاك البنزين لسيارة $8\ \ell$ في $100\ km$، ...

تدعم مكتسبات التلميذ المتعلقة بحساب أو تطبيق نسبة مئوية وتثرى بوضعيات جديدة تدخل فيها في آن واحد نسب مئوية وكميات أو نسب مئوية وتكرارات، وحساب مؤشر تطور ظاهرة معينة (سكان، أسعار...).

- **الإحصاء:** ترمي التعلمات في ميدان الإحصاء إلى تحقيق هدفين عامين، هما:
  - التدرّب على قراءة واستعمال البيانات.
  - اكتساب بعض المفاهيم الأساسية في الإحصاء الوصفي.

في السنة الثالثة من التعليم المتوسط، يتطرق البرنامج إلى السلاسل الإحصائية وتتمثل الكفاءات المستهدفة في جعل التلميذ قادرا على تجميع معطيات في فئات وتقديم سلسلة إحصائية في شكل جدول وتمثيلها بمخطط أو بيان وحساب التكرارات والتكرارات النسبية. ويتوسع البرنامج باستهداف حساب متوسطسلسلة إحصائية لنشرع هكذا في مرحلة جديدة تتمثل في تلخيص سلاسل إحصائية.

يتدرب التلميذ على استعمال التعابير: مجتمع، ميّزة، تكرار،... من خلال أمثلة تكون مختارة من محيطه(العلامات المحصل عليها في اختبار، هرم الأعمار، القامة...).
عند حساب تكرارات نسبية، تعطى النتائج كذلك في شكل نسب مئوية.

في توزيع معطيات إحصائية إلى فئات وتمثيلها بمدرج تكراري، يمكن ملاحظة تناسب مساحات المستطيلات مع التكرارات.
تقترح أمثلة متنوعة لسلاسل إحصائية بحيث تعطي معنى للتكرار النسبي، ويمكن أن تكون المجتمعات المدروسة غير الكائنات الحية مثال: تكرار ظهور حرف معين في نص بالنسبة إلى مجموعة الحروف المستعملة في النص.

المقصود بالمتوسط المتوازن لسلسلة إحصائية متوسط قيم هذه السلسلة المتوازنة بالتكرارات المتعلقة بهذه القيم.

مثال: في السلسلة الإحصائية التالية:

القيمة	6	7	9	14	15
التكرار	1	5	3	2	4

المتوسط المتوازن للسلسلة هو:

$$m = \frac{6\times1+7\times5+9\times3+14\times2+15\times4}{1+5+3+2+3}$$

$$= \frac{156}{15} = 10{,}4$$

المتوسط المتوازن بالتكرارات يسمى أيضا المتوسط المتوازن بالمعاملات.

ملاحظة: يمكن أن يكون متوسط قيم الميزة والمتوسط المتوازن لسلسلة مختلفين وذلك عندما لا تؤخذ التكرارات في الحساب.

في المثال السابق متوسط قيم الميزة هو:

$$m' = \frac{6+7+9+14+15}{5} = \frac{51}{5} = 10{,}2$$

3. أنشطة هندسية

يواصل التلميذ في السنة الثالثة العمل على الأشكال المألوفة من المستوي (المثلث، الدائرة...) والمجسمات المألوفة، وتعتبر حالات تقايس المثلثات أداة إضافية قد يلجأ التلميذ إلى توظيفها في بناء بعض البراهين.

إنّ إدخال مفهوم المثلثين المعينين بمستقيمين متوازيين يقطعهما قاطعان يسمح بتجنيد مفهوم التناسبية. أما نظرية فيثاغورث فتسمح بتمييز المثلث القائم وإجراء حسابات عليه. كما يتوسع حقل التحويلات النقطية بالتطرق إلى الانسحاب الذي يُربط بمتوازي الأضلاع.

أما المجسمات فتتوسع بدراسة الهرم ومخروط الدوران وهو ما يسمح بمواصلة تنمية قدرات التلاميذ على التصور في الفضاء وتمثيل أشياء من الفضاء بنماذج وعلى سطوح مستوية، وتجنيد مكتسباتهم حول الأشكال المستوية.

تسمح الأنشطة الهندسية، بقدر كبير، بمواصلة تنمية قدرات التلميذ على البحث واكتشاف نتائج جديدة (خواص، نظريات) ومواصلة تدريبه على الاستدلال الاستنتاجي من خلال براهين مهيكلة أكثر فأكثر. ويُعد استعمال بعض وسائل الإعلام الآلي ، عند توفُرها، مناسبة تسمح للتلميذ بمعاينة ومشاهدة بعض الوضعيات وإجراء تجارب عليها تساعده على وضع تخمينات يعمل على تبريرها.

- **المثلثات**
  - **حالات تقايس المثلثات:** يعرف المثلثان المتقايسان على أنهما مثلثان قابلان للتطابق ويُستنتج أنّ كل العناصر المتماثلة فيهما (الأضلاع والزوايا) متساوية مثنى مثنى. لتبرير حالة من حالات التقايس ينشأ مثلثان يحققان شروط هذه الحالة ثم يعلل تقايسهما بالتحقق من قابلية تطابقهما باستعمال الورق الشفاف أو بالتحقق من تساوي الأضلاع والزوايا الأخرى بالمدور مثلا. وتستغل هذه الحالة لتبرير الحالات الأخرى. تعتبر حالات تقايس المثلثات أداة إضافية تمكن التلميذ من معالجة بعض المشكلات يصعب فيها استعمال أداة "التناظر". إلا أن استعمال أداة التناظر وخواص متوازي الأضلاع يكون أكثر نجاعة للبرهان على أغلبية النظريات المقررة في البرنامج.
  - **مستقيم المنتصفين في المثلث:** يمكن توظيف التناظر المركزي وخواص متوازي الأضلاع للبرهان على النظريتين 1 و 2 المتعلقتين بمستقيم المنتصفين في المثلث.

أما بالنسبة إلى النظرية الثالثة ("إذا كان مستقيم يشمل منتصف أحد أضلاع مثلث ويوازي ضلعا ثانيا فإنه يشمل منتصف الضلع الثالث")، فيمكن أن تبرهن باستعمال النظريتين السابقتين و خواص متوازي الأضلاع.
تسمح هذه النظريات بحلّ مشكلات متعلقة بالبرهان على توازي مستقيمين أو إثبات أن نقطة هي منتصف قطعة أو حساب طول قطعة.

- **المثلثان المعينان بمستقيمين متوازيين يقطعهما قاطعان غير متوازيين**

يستنتج ويقبل تساوي النسب المختلفة بعد مقارنتها في حالات متنوعة بالاعتماد على القياس والحساب التقريبي كما يمكن استخدام الإعلام الآلي (برمجيات الهندسة الحركية) للتجريب والتخمين.
يعتبر هذا المفهوم جزءا من نظرية طالس التي ستُعمّم وتُفصّل في السنة الرابعة، لذلك سنكتفي بالحالة التي يكون فيها المثلثين معينين بمستقيمين متوازيين يقطعان نصفي مستقيمين لهما نفس المبدأ.
يمكن إثبات هذه الخاصية في حالات خاصة بسيطة ($\frac{1}{2}$ باستعمال مستقيم المنتصفين، $\frac{1}{4}$ ، $\frac{1}{3}$).
يسمح هذا المفهوم بحساب بعد مجهول (طول أحد الأضلاع في أحد المثلثين) بتوظيف الرابع المتناسب وحلّ معادلات).

- **المستقيمات الخاصّة في المثلث:** يتم البرهان على هذه الخواص ما عدا خاصية الارتفاعات .

بالنسبة إلى خاصية المتوسطات يمكن الاعتماد على التناظر المركزي و خواص متوازي الأضلاع.
التطرق إلى منصف زاوية و خواصها في المثلث (الخاصية المميزة و الخاصية العكسية لها و خاصية الدائرة المرسومة في مثلث) يتم بعد تناول موضوع بعد نقطة مباشرة.
يتعرف التلميذ على التعابير المختلفة: مركز الثقل، نقطة تلاقي الارتفاعات، الدائرة المحيطة بالمثلث، الدائرة المرسومة في المثلث.

- **المثلث القائم والدائرة:** تسمح هذه التعلمات بالرجوع إلى محاور مثلث وخاصية تقاطعها المدروسة في السنة الثانية. إن خاصية الدائرة المحيطة بالمثلث القائم واستعمالها ومعرفة خاصية المتوسط المتعلق بالوتر في مثلث قائم و استعمالها تسمحان من جهة بتمييز المثلث القائم من رسمه داخل نصف دائرة قطرها أحد أضلاع المثلث ومن جهة أخرى بتمييز نقاط دائرة عُلم قطرها بخاصية الزاوية القائمة ومن ثمّ تستغل الخواص للبرهان على أنّ المثلث قائم أو لإثبات انتماء نقطة إلى دائرة وتُستثمر فيها نظرية فيثاغورث. كل هذه الخواص يبرهن عليها.

- **نظرية فيثاغورث وعكسها:** تستنتج خاصية فيثاغورث من خلال نشاط يتمثل في القياس التقريبي لأضلاع عدة مثلثات وحساب مربعات الأطوال الناتجة ومقارنة هذه المربعات في كل حالة. كما يمكن انجاز هذا النشاط باستعمال برمجيات للهندسة.
يمكن البرهان على نظرية فيثاغورث بالاعتماد على المساحات ونقبل دون برهان النظرية العكسية.
تُوظف خاصية فيثاغورث في البرهان إن كان مثلث قائما أو غير قائم وفي حساب طول ضلع مثلث قائم بمعرفة طولي الضلعين الآخرين. في هذه الحالة نستعمل اللمسة $\sqrt{}$ للحاسبة لإعطاء قيمة مقربة للطول الناتج.
ولحساب الأطوال، نستعمل الحاسبة ونستثمر هكذا العمل على القيم التقريبية والحصر.

- **بعد نقطة عن مستقيم، المماس لدائرة :** إنّ مفهوم " أقصر طريق" من نقطة إلى مستقيم يبدو طبيعيا بالنسبة للتلميذ. لكن يمكن إثبات هذه النتيجة بالاعتماد على نظرية فيثاغورث أو على المتباينة المثلثية والتناظر المحوري المقدمان في السنة الثانية.

كما تستنتج، من خلال أنشطة، العلاقات المختلفة الموجودة بين بعد مركز دائرة عن مستقيم ونصف قطر الدائرة حسب الوضعية النسبية لهذا المستقيم وهذه الدائرة. يمكن تبرير هذه العلاقات بالاعتماد على مفهوم بعد نقطة عن مستقيم.

- **جيب تمام زاوية حادة:** إذا كان من الطبيعي أن نعتمد على وضع تخمين انطلاقا من بعض الأمثلة لإدخال مفهوم جيب تمام زاوية حادة، فمن الأهمية أيضا أن نبرهن أنّ جيب التمام لا يرتبط إلا بالزاوية الحادة المختارة وهذا بتوظيف نظرية طالس.

تمثل هذه التعلمات مناسبة لاستعمال الحاسبة. يجب إذن مساعدة التلاميذ في الاستعمالات المختلفة لها، لتعيين قيمة جيب تمام زاوية معلومة أو لتحديد قيس زاوية جيب تمامها معطى.

مثال: تقترح للتلاميذ عدّة مثلثات قائمة لها نفس زاوية حادة وأطوال أضلاعها مختلفة ويطلب منهم تسجيل الأطوال المختلفة للضلع المقابل لهذه الزاوية وأطوال الوتر المرفقة في جدول. نجعل التلميذ يلاحظ أنّ هذا الجدول هو جدول تناسبية ويستنتج أنّ نسبة طول الضلع المقابل للزاوية والوتر ثابتة (يمكن تبرير هذه النتيجة بالاعتماد على تناسبية الأطوال لأضلاع المثلثين المعينين بمستقيمين متوازيين يقطعهما قاطعان غير متوازيين). كما يستنتج أنّ جيب تمام زاوية حادة محصور بين 0 و1.

يتدرب التلميذ على حساب جيب تمام زاوية حادة باستعمال ربع دائرة ويستنتج تغير جيب التمام مع قيس الزاوية.

كما يتدرب على استعمال اللمستين $\cos$ و$\cos^{-1}$ للحاسبة لتعيين قيمة مقربة لجيب تمام زاوية حادة أو لتعيين قيس زاوية بمعرفة جيب التمام لها.

لحساب زاوية حادة أو طول ضلع مثلث باستعمال جيب التمام، نجعل التلميذ يتأكد (أو يُبرر) أنّ المثلث قائم ويُميّز الضلع المجاور والوتر ويتمكن من الانتقال من $\cos\alpha = \frac{a}{b}$ إلى $a = b\times\cos\alpha$ أو $b = \frac{a}{\cos\alpha}$ بعد تمثيل الوضعية برسم باليد الحرة.

- **الانسحاب:** الهدف الأساسي لهذا المحور هو إدخال تحويل نقطي جديد، انطلاقا من المفاهيم المتعلقة بمتوازي الأضلاع، المقدمة في السنة الثانية والتي يتم استثمارها طوال هذه السنة. بالإضافة إلى التعاريف المختلفة وخواص الانسحاب، فإن التمارين المقترحة حول هذا المحور ستسمح بتوضيح وجاهة هذه الأداة والتمييز بين الانسحاب والتحويلات النقطية الأخرى المدروسة من قبل(التناظر المحوري ، التناظر المركزي). يجب العمل على جعل التلاميذ قادرين على تعريف الانسحاب انطلاقا من متوازي الأضلاع والعكس، أي تشخيص متوازي الأضلاع (عند الإنشاء) انطلاقا من الانسحاب. ويتواصل هذا العمل في السنة الرابعة مع إدخال مفهوم الشعاع.

يمكن مقاربة الانسحاب باستعمال الأفاريز والتبليط ليدرك التلميذ من خلال هذه الأنشطة أن انسحاب شكل هو إزاحته (دون دوران) بحيث تنقل كل نقاط الشكل على مستقيمات متوازية في نفس الاتجاه وبنفس المسافة. لتعيين انسحاب يكفي أن نعطي نقطة وصورتها.

لإنشاء صورة نقطة M بالانسحاب الذي يُحوّل النقطة A إلى النقطة B (A و B نقطتان متمايزتان من المستوي) نعتمد الخاصية التالية:

- إذا كانت النقطة M لا تنتمي إلى المستقيم (AB)، فإنّ صورة النقطة M هي النقطة 'M بحيث يكون الرباعي AMM'B متوازي أضلاع.
- إذا كانت النقطة M تنتمي إلى المستقيم (AB) ، فإنّ صورة النقطة M هي النقطة 'M بحيث يكون $MM' = AB$ و نصفا المستقيمين$[AB)$ و $[MM')$ لهما نفس الاتجاه.

لإنشاء مُحولات الأشكال البسيطة الأخرى (مستقيم، نصف مستقيم، قطعة مستقيم) والأشكال المألوفة(دائرة، رباعي) والأشكال المركبة نعتمد على إنشاء مُحولات نقط من هذه الأشكال. تستنتج من هذه الإنشاءات خواص الانسحاب (قابلية تطابق الشكل وصورته، حفظ المسافات والزوايا والاستقامية والتوازي...،).

إن مفهوم الشعاع خارج البرنامج.

- **الهرم ومخروط الدوران:** كما هو الشان بالنسبة إلى متوازي المستطيلات في السنة الأولى والموشور القائم وأسطوانة الدوران في السنة الثانية فإن المعالجة اليدوية للمجسمات وانجاز تصاميم لها وتمثيلها تبقى من أولويات هذا الجانب.

يسمح هذا الجانب أيضا باستثمار التناسبية (حساب نصف قطر قاعدة مخروط دوران بعلم مساحة سطحه الجانبي) وبعض نظريات الهندسة المستوية.

يرتكز تعلّم الهندسة في الفضاء في مرحلة التعليم المتوسط على دراسة المجسمات البسيطة. هذا التعلّم الذي لا يمكن أن يختصر في المعالجة البسيطة للأشياء تواجهه صعوبات تتعلق بتمثيل هذه الأشياء وتشفيرها.

سواء كان ذلك في الهندسة المستوية أو في الفضاء فالتلميذ الذي يبحث عن حلول مشكلة غالبا ما يعمل بمواجهة الفرضيات والخطة التجريبية. وإذا كان ذلك ممكنا في الهندسة المستوية، لأنّ الأشياء هي ذاتها مواضيع الدراسة فهو لا يصح في الفضاء. فالعمل حول المثلث، مثلا، يتم انطلاقا من رسمه باعتباره موضوع الدراسة، وهذا الأمر يكون مخالفا لما يتعلق الأمر بالمكعب.

إن نجاح تعلّم الهندسة في الفضاء يتوقف على شرط التدرب، من بداية التعليم المتوسط، على طريقة للتمثيل في الفضاء، بكلّ ما تتضمنه من قدرات تعلّمية.

من الضروري أن يدرك التلميذ الاختلافات الهندسية بين الشيء وتمثيله. فلا يمكنه العمل على رسم الشيء إلا إذا كان له صورة ذهنية جيدة لهذا الشيء وكذلك معرفة جيدة لقواعد التمثيل التي تسمح له بفك تشفير هذا الرسم.

بالنسبة لكلّ المجسمات المدروسة: متوازي المستطيلات، الموشور القائم، الهرم، الأسطوانة، ... يكون العمل على مرحلتين، مرحلة لمعالجة أشياء تسمح بامتلاك التعابير الأساسية، تتبعها مرحلة لتعلّم تمثيل هذه الأشياء.

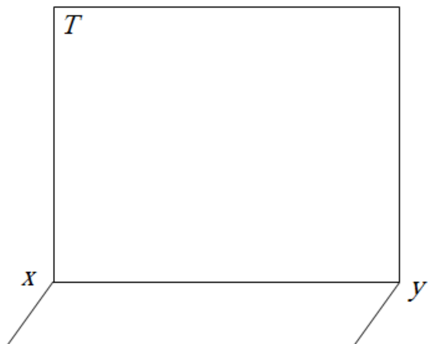
يرتكز تعلم الهندسة في الفضاء في برامج الرياضيات للمرحلة المتوسطة على المنظور المتساوي القياسات الذي يعتبر إحدى طرق التمثيل في الفضاء. والفائدة من هذا الاختيار تتمثل في الاحتفاظ برؤية الشيء والتوازي وكذا بالقياسات في كلّ منحى للفضاء.

يمكن تعريف المنظور المتساوي القياسات لشيء كإسقاط هذا الشيء على المستوي وفق منحى مائلا بالنسبة إلى هذا المستوي. وتسمح دراسة خواص هذا الإسقاط عندئذ بإيجاد علاقات معينة بين الشيء وصورته أو بالأحرى بين مختلف عناصر هذا الشيء وصورها. ومن الخواص الأساسية للمنظور المتساوي القياسات نذكر:

- حفظ التوازي
- حفظ المنتصفات
- حفظ نسبة طولي قطعتين متوازيتين
- حفظ الاستقامية

وهي الخواص المستعملة في غالب الأحيان مع التلاميذ.

لإنشاء صورة شيء بالمنظور المتساوي القياسات، يمكن أن نضع هذا الشيء عل مستو أفقي H (الأرضية) ونختار مستويا شاقوليا T (السبورة). H و T يتقاطعان وفق المستقيم (xy)كما في الشكل المقابل.

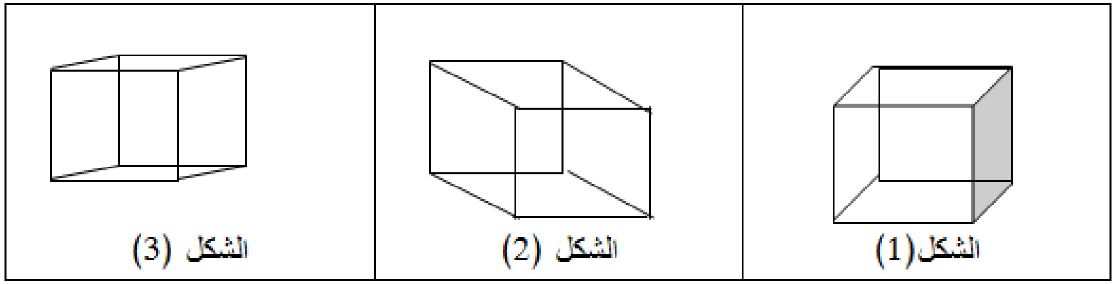


ونستعمل القواعد الموالية الناتجة من الخواص المذكورة أعلاه:

- كلّ قطعة محتواة في مستو مواز للمستوي T تمثّل بالأبعاد الحقيقية (دون اعتبار المقياس).
- كلّ مستقيم يعامد المستوي T يمثّل بمائل (fuyante) يشكل مع (xy) زاوية ثابتة. تقاس هذه الزاوية المسماة "زاوية الميل" إيجابيا في الإتجاه المعاكس لعقارب الساعة. غالبا ما تختار لها القيمة $45°$.
- كلّ قطعة $[MN]$ محمولة على مستقيم عمودي على المستوي T تكون ممثلة بقطعة $[mn]$ طولها $mn = k\ MN$ حيث k معامل التصغير للمنظور، وعمليا نختار $k=1/2$.

تأثير زاوية الميل على المنظور

من أجل وضعية معطاة لشيء يطلب تمثيله بالمنظور، يتغير كثيرا تمثيل هذا الشيء بتغيير زاوية الميل.



بالنسبة إلى المجسمات المستديرة (مثل الأسطوانة والمخروط)، فإنّ تمثيلها يستعمل المنظور بزاوية ميل قدرها $90°$ عكس المنظور بزاوية $30°$ أو $45°$ أو $60°$ المستعمل عادة بالنسبة إلى الموشورات.

يكون الانطلاق من الملاحظة والمعالجة اليدوية لأشياء من محيط التلميذ لها شكل الهرم أومخروط الدوران، وبالنسبة إلى الهرم، نكتفي بهرم منتظم قاعدته مثلث متساوي الأضلاع أو مربع، كما نجعل التلميذ يدرك أن مخروط الدوران يُولد بدوران مثلث قائم حول أحد الضلعين القائمين. وفي وصف المجسمين يتعود التلميذ على استعمال التعابير الخاصة بهما (الرأس، القاعدة، الأوجه الجانبية، الأحرف الجانبية، الارتفاع).

كما تعطى الأهمية للتمثيل بالمنظور متساوي القياسات وإنجاز التصاميم حتى يتواصل العمل على تنمية قدرة التلميذ على الرؤية والتمثيل في الفضاء، أما بالنسبة إلى الحجم تستنتج القواعد الحسابية باستعمال وسائل تجريبية.

مثال: لإيجاد قاعدة حساب حجم مخروط الدوران، نقارن بين سعتي علبتين إحداهما لها شكل مخروط الدوران والأخرى أسطوانة الدوران بحيث تكون للعلبتين قاعدتان متساويتان وارتفاعان متساويان.

أما فيما يخص المساحة الجانبية لكلّ من المجسمين، يمكن التطرق لها في شكل نشاط يعتمد التلميذ على تصميم كلّ من المجسمين دون أن يكون الهدف منه البحث على

استخراج قاعدة الحساب.
وتعدّ هذا التعلمات مجالا مناسبا لتجنيد مكتسبات التلميذ المتعلقة بعدة مفاهيم مثل نظرية فيثاغورث.

2. 1. 4 في السنة الرابعة

1. أنشطة عددية: يتواصل تعلّم الحساب العددي في أشكاله المختلفة (اليدوي، الذهني، الأداتي) من خلال حلّ مشكلات متنوّعة بهدف التحكّم في الحساب على الأعداد الناطقة والشروع في الحساب على الجذور التربيعية. كما يواصل التلميذ تعلّم الحساب الحرفي من خلال أنشطة نشر وتبسيط وتحليل عبارات جبرية وحلّ معادلات وإنجاز بعض البراهين وحلّ بعض المشكلات في مجال الحساب.

- **قواسم عدد طبيعي، القاسم المشترك الأكبر، الكسور غير القابلة للاختزال:** يسمح هذا المحور بتزويد التلميذ بأداة لتحويل كسر إلى كسر غير قابل للاختزال بالاعتماد على القاسم المشترك الأكبر، علما أن اللجوء إلى الخوارزمية المدروسة غير ضروري لاختزال الكسور البسيطة.

يهدف إدخال مفهوم القاسم المشترك الأكبر بخوارزمية إقليدس إلى ربط هذا المفهوم بالقسمة الإقليدية وكذا استغلال أدوات الحساب (المجدولات على الخصوص)، لذا فإنّ مفهوم العدد الأوّلي وبالتالي التحليل إلى جداء عوامل أولية خارج البرنامج.
كما يوّفر هذا المحور فرصا عديدة لتقديم أنشطة لاستثمار التعلّمات المتعلقة بالاستدلال الاستنتاجي (خارج المجال الهندسي) والحساب الحرفي وهذا من خلال انجاز بعض البراهين لخواص مقررة في هذا البرنامج أو عند معالجة بعض المشكلات (انظر الفقرة الخاصة بالاستدلال والبرهان).

- **الحساب على الجذور:** سبق للتلميذ أن صادف في السنة الثالثة أعدادا مثل $\sqrt{2}$ من خلال أنشطة متعلقة بخاصية فيثاغورس. تتوسع معارف التلميذ حول الأعداد الصمّاء ويمكن في هذا الإطار البرهان على أنّ $\sqrt{2}$ مثلا، ليس عددا ناطقا.

تستغلّ خواص الجذور التربيعية والعمليات عليها، بالخصوص، في تبسيط عبارات عددية. يجب آلا يتمّ هذا التبسيط بصفة آلية، بل تختار الكتابة الأكثر ملائمة مع المشكل المطروح.
فمثلا، الكتابة $5\sqrt{2}$ ليست بالضرورة "أحسن" من $\sqrt{50}$، فالكتابة الأولى مفيدة ومناسبة لتبسيط المجموع ($\sqrt{50}+\sqrt{18}$) والثانية هي المفضلة عند حساب أطوال واستعمال عكس نظرية فيثاغورس.
يسمح هذا المحور للتلميذ بمواصلة ممارسة الحساب المضبوط والحساب التقريبي.

- **الحساب الحرفي:** يتواصل تعلّم الحساب الحرفي باستعمال الحروف في وظائفها المختلفة من خلال العمل على العبارات الجبرية (النشر، التبسيط، التحليل) مع إدخال الجداءت الشهيرة وحلّ معادلات ومتراجحات.

فيما يخصّ موضوع الجداءات الشهيرة، وقصد استباق الأخطاء المتداولة (مثل الكتابة $(a+b)^2 = a^2+b^2$)، يمكن اقتراح وضعيات مشكلات تجعل التلميذ يدرك بنفسه هذه الأخطاء ويتجاوزها. يجب السهر على عدم المبالغة في التمارين التقنية والاكتفاء في مجال التحليل بأمثلة بسيطة.
ونحرص في هذا المجال، كما كان الشأن في السنة الثالثة متوسط، عل جعل التلميذ يدرك الاختلاف بين المجموع والجداء، وهو أمر أساسي وضروري بالنسبة إلى إتقان الحساب الحرفي ومنه تبسيط الكتابات الحرفية.
وكما ذُكر بالنسبة للسنوات السابقة ، فإن تعلّم الحساب الحرفي مهمة تتطلّب الوقت والصّبر ويبقى الانتقال من الحساب العددي إلى الحساب الحرفي صعبا بالنسبة إلى بعض التلاميذ، يجب إذن تكثيف وتنويع الأنشطة التي تساعدهم في تجاوز هذه الصعوبات.

كما يتواصل العمل على حل معادلات من الدرجة الأولى لمجهول واحد مع إدخال "معادلة الجداء" وجملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين. إنّ الهدف ليس توظيف خوارزمية (تقنية) حل معادلات فقط بل هو معالجة مشكلات من المادة (هندسة، حساب) و من المحيط الاجتماعي للتلميذ. كما كان الأمر في السنة الثالثة، نحرص على مراحل معالجة هذه المشكلات (اختيار المجهول أو المجهولين، ترييض المشكلة، المعالجة الرياضياتية للمشكلة وأخيرا مراقبة وتفسير النتائج المحصل عليها).
بالنسبة إلى المتراجحات، فإن طريقة حلها قريبة جدا من طريقة حلّ معادلات مع الانتباه إلى اتجاه المتباينة عندما نضرب طرفيها في عدد موجب أو سالب.
وكما كان الحال لعدّة مفاهيم من كلّ الميادين، ينبغي إدخال العناصر الجديدة لهذا المحور (معادلة جداء، جملة معادلتين، متراجحات) اعتمادا على حلّ مشكلات من المادة أو من المواد الأخرى أو من الحياة اليومية للتلميذ، بجعله يدرك فائدة هذه المفاهيم وفعاليتها في معالجة هذه المشكلات.

2. تنظيم معطيات

- **الدالة الخطية، الدالة التآلفية:** يُقدّم هذا الجزء من البرنامج بالاعتماد على مكتسبات التلميذ ويحضّر الأرضية لإدخال المفاهيم اللاحقة (مفهوم الدالة عموما) مع الحرص على عدم التطرّق للأشياء النظرية مبكرا.

يقدّم هذان المفهومان (الدالة الخطية، الدالة التآلفية) انطلاقا من وضعيات ملموسة وبارتباط وثيق مع التناسبية (تناسبية قيم المقدارين في حالة الدالة الخطية وتناسبية التزايدات في حالة الدالة التآلفية). ينبغي أن تكون هذه الوضعيات متنوعة ومن ميادين مختلفة.

- **الإحصاء :** تعتبر محتويات الإحصاء للسنة الرابعة من التعليم المتوسط امتدادا لبرامج السنوات السابقة وتبقى الأهداف الأساسية لهذا الميدان والمذكورة أعلاه متمثلة في التدريب على قراءة واستعمال تمثيلات وبيانات واكتساب بعض مفردات الإحصاء الوصفي والعمل بالتكنولوجيات الجديدة للإعلام والاتصال.

شُرع في السنة الثالثة، في تناول مؤشرات الموقع بإدخال مفهوم الوسط الحسابي المتوازن لسلسلة إحصائية ويُزوّد التلميذ في السنة الرابعة بمؤشر آخر يتمثّل في الوسيط، حيث يمكن أن نلاحظ، في بعض الحالات لسلاسل إحصائية مرتبة ترتيبا تصاعديا، أنّ الوسط الحسابي لا يقسم السلسلة إلى جزأين لهما نفس عدد العناصر، وهو الأمر الذي يمكن تحقيقه بحساب الوسيط.
إنّ البرنامج يقتصر على مؤشرات الموقع ليكمّل بإدخال مؤشرات التشتت في بداية التعليم الثانوي وهو ما سيسمح بتعويد التلاميذ على امتلاك منهجية في الإحصاء عندما يتعلق الأمر بتلخيص معلومات بحساب مؤشرات تقيس النزعة المركزية أو التشتت للسلسلة المدروسة.
بالإضافة إلى ذلك، يساهم تدريس الإحصاء في تطوير الكفاءات الرياضية المرتبطة بالحساب وقراءة واستعمال البيانات.

3. أنشطة هندسية

- **خاصية طالس:** يسمح هذا المحور باستثمار وتوظيف مفهوم التناسبية كما يسمح أيضا بالتطرّق إلى مفهوم التكبير والتصغير. نكتفي بدراسة خاصية طالس (النظرية وعكسها) في المثلث ويكون برهانها نشاطا مفيدا لتوظيف مكتسبات التلاميذ حول الاستدلال والبرهان.
- **حساب المثلثات في المثلث القائم:** بعد إدخال مفهوم جيب تمام زاوية حادة في السنة الثالثة، يتوسع العمل في هذه السنة إلى جيب وظل زاوية حادة دائما في المثلث القائم.

أما التطرّق إلى الدائرة المثلثية، الذي يسمح خصوصا بتوضيح تغيّرات النسب المثلثية لزاوية عندما تتغيّر هذه الزاوية، فيتمّ دون توسّع.
بالنسبة إلى قيم النسب المثلثية لبعض الزوايا الخاصة ($30°$، $45°$، $60°$)، فلا يطلب من التلميذ حفظها. تقترح تمارين لتعيينها أو تعطى في تمارين أخرى.
لا يتم التوسع عند تقديم العلاقات المثلثية المقررة في البرنامج، بل توظّف وتستثمر هذه العلاقات في وضعيات حساب أطوال بدلا من التمارين التقنية مثل إعطاء إحدى النسب المثلثية لزاوية ثم تعيين النسب المثلثية الأخرى لهذه الزاوية.

- **الأشعة والانسحاب:** يهدف إدخال مفهوم الشعاع انطلاقا من الانسحاب إلى جعل التلميذ يدرك هذا الكائن الرياضي من خلال مميّزاته (المنحى، الاتجاه، الطول) ويتواصل الأمر بربط تساوي شعاعين بمفهوم متوازي الأضلاع. أما بالنسبة إلى مجموع شعاعين، فالاعتماد على تركيب انسحابين يسمح للتلميذ باكتشاف علاقة شال وامتلاكها بشكل أحسن.
يجب تجنّب الإفراط في التمارين التقنية حول هذا المفهوم لأنّ إتقان الحساب الشّعاعي يبقى من أهداف التعليم الثانوي.

- **المعالم:** يسمح هذا المحور للتلميذ بالشروع في الهندسة التحليلية. تقتصر الدراسة في هذا المحور على مفاهيم قليلة وبسيطة (إحداثيا شعاع في المستوي، المسافة بين نقطتين) وتكون معالجتها في معلم متعامد ومتجانس.

- **الدوران، المضلعات المنتظمة، الزوايا:** كما كان الأمر بالنسبة إلى التحويلات النقطية المدروسة في السنوات السابقة، يتمّ إدخال مفهوم الدوران من خلال أنشطة ملموسة ونركز على إنشاء صور أشكال وفق هذا التحويل مع استخراج الخواص المختلفة واستثمارها في بعض البراهين. أما بالنسبة إلى إنشاء المضلعات المنتظمة المقررة في البرنامج فيتمّ ارتباطا بالزاوية المركزية في الدائرة وكذا مفهوم الدوران.

- **الهندسة في الفضاء**

إنّ المبدأ المعتمد في السنوات السابقة، أي الملاحظة والممارسة اليدوية على المجسمات، يتواصل في هذه السنة مع إدخال الكرة والشروع في البحث على مقاطع مستوية لمجسمات في حالات بسيطة (مستو مواز لوجه أو لحرف أو لمحور،...) وتمثيلها على ورقة (أي في مستو). كما كان الحال في السنة الرابعة، يوظف ويستثمر التلميذ بعض نظريات الهندسة المستوية لحساب أبعاد هذه المقاطع المستوية.

2. 2 صعوبات التعلم الخاصة بالمادة

- **المراهق كائن في طور النمو:** يغادر التلاميذ المرحلة الابتدائية ويلجون مرحلة المتوسطة، قبل سن البلوغ ويدخلون في مرحلة المراهقة الغنية بتحولات جسدية وذهنية.
تمتد هذه المرحلة على عدة سنوات، من 11 إلى حوالي 18 عاما، وبالتالي فهي تغطي كل مرحلة التعليم المتوسط والثانوي. سنقتصر هنا على التطرق وبإيجاز، إلى التحولات الفكرية الأساسية التي لها تأثيرات على قدرتهم على خوض التعلمات التي تقترحها المدرسة.
يمكن تلخيص المميزات الرئيسية للتعلم في كونه:- طويل ويأخذ مكانه على أسابيع أو على أشهر...

- يرافق النمو.
- يرتكز على نشاط التلميذ (لكن، ليس فقط على المعالجة اليدوية) بهدف تحويل أشياء معالجة إلى مفاهيم.
- يعتبر الخطأ مؤشرا جيدا لتقدم تعلم ما، فمهما كان سن المتعلم، يمكن ملاحظة أن لديه دائما معرفة حول المفهوم الذي نقترحه عليه (موضوع التعلم)، غالبا ما تكون هذه المعرفة ناقصة، لكن ذلك لا يمنع المتعلم من استعمالها في مجال تطبيق معين ومحدود وهذا يجعل الأستاذ يأخذ بعين الاعتبار ما يعرفه التلاميذ قصد تطوير معارفهم. إن الأخطاء التي يرتكبها التلاميذ والتي يحلّلها الأستاذ تمكنه من الاضطلاع على ما يعرفونه حول الوضعية لأن ذلك يكون ترجمة للتمثيلات التي يشكلونها حول المشكلة المقترحة لهم.

إحدى المميزات الأساسية لتفكير المراهقين تتعلق بالانتقال إلى التجريد.
إن التجريد نشاط ذهني يتمثل في القدرة على تمييز خصائص مشتركة لعدة ظواهر أو أشياء، في مجموعة مركبة، والرجوع إليها بواسطة تعبير من صنف رمزي.

ونعني كذلك بالتجريد سيرورة مَفْهمة (conceptualisation) وتصنيف، كما نعني به كذلك نتيجة هذه السيرورة: مفهوم، فئة. تساهم كل المواد التعليمية في بناء هذا الشكل الجديد للتفكير، والذي يبرز تدريجيا عند المراهقين، لكن الرياضيات تحتل مكانة خاصة في ذلك.
يعتبر المفهوم، الذي هو نتيجة لهذه السيرورة، في آن واحد أداة لفهم الواقع، لأنه يعطي معنى للواقع المعيش، ومرآة تعكس ما فهمناه. إن المفهوم لا يعكس الواقع في شموليته، لكنه يوافق ترجمتنا الأقرب له في سياق معين، سواء كان عمليا أو نظريا. يمكن أن نلخص ونقول أن الوظيفة الأساسية لسيرورة التجريد تتمثل في إعطاء معنى للواقع المركب الذي يحيط بنا.

- **الاستدلال عند المراهق:** تكون أدوات التفكير للتجريد قابلة للملاحظة في نشاطات المراهقين. وهي تكتسب تدريجيا على فترة ممتدة على عدة سنوات ولا تظهر تبعا لقاعدة (الكل أو لا شيء) لكنها تقتصر في البداية على بعض الحالات لتصل إلى التعميم بعد ذلك.
- الانتقال من الواقع إلى الممكن: ويتعلق الأمر هنا بالميزة الأساسية، بحيث كل الميزات الأخرى تكون مستخلصة منها. إنها القدرة على تصور كل الإمكانيات التي تمنحها وضعية مفروضة وذلك بربط مختلف العلاقات الممكنة ذهنيا.
- إن تفكير المراهق ومن ثمّ تفكير الراشد لا يقتصر، عكس ما هو عند الطفل، على المحتويات المحسوسة فقط، لكنه يمكن أن يمارس على فرضيات وقضايا دون سند محسوس وإجراء تحولات عليها. تصبح الاستدلالات التي يتعلق الأمر بها هنا تدريجيا مستقلة عن المضمون والسياق التي توظف فيها. يمكن العمل على أرقام أو رموز جديدة أو نصوص لفظية.
- أمام وضعية، يمكن للمراهق أن يضع فرضيات ويتحقق من صدقها بشكل آلي ليستخلص نتائج.
- أمام وضعية تتدخل فيها عدة عوامل، يمكن للمراهق أن يضع تدريجيا فرضيات على كل تشكيلات الأحداث الممكنة دون أي نسيان.

إن التعلّم، في بعض الأحيان، هو ترك طريقة اعتبار وضعية نتحكم فيها نوعا ما و الخوض في وضعية جديدة تكون مجهولة.
حتى و إن كان هذا النمو طبيعيا، فإن المساعدة التي تقدمها المدرسة للتلاميذ ينبغي أن تكون قائمة على هذه المعارف حول تفكير المراهق. إن هذا الأخير يبني أدواته للتفكير في المدرسة وخارجها بمواجهة وضعيات إشكالية متنوعة. ولهذا الغرض يمكن للمدرسة أن تقترح وضعيات في متناول التلميذ ومحتويات منظمة ومعارف جاهزة ومساعدة ودعم عند الحاجة.

- **المعارف العلمية:** إن تطورات التجريب خلال المراهقة تكتسي أهمية بالغة في مجال بناء المعارف العلمية وفي مجال طرق البحث.

مثال: التنسيق بين عدة أبعاد للقياس هو شرط لازم لفهم عدة أنظمة فيزيائية.
كل الآليات ذات عدة عوامل(الوزن، المسافة..) والنمذجات (modélisations) الرياضية تفرض تنسيقا عمليا لأبعاد مهيكلة بصفة منفصلة عندما يكون التلميذ صغيرا وتوظّف على الملموس. في هذه المرحلة الأولى، يمكن للطفل أن يستدل بالتناوب على بعد(الوزن، المسافة) ثم على آخر. وفي مرحلة المراهقة سيعمل تدريجيا على الاستدلال على عدة أبعاد في آن واحد، وتعتبر الهندسة الاقليدية مثالا جيدا لكونها تستعمل الاستنتاج انطلاقا من فرضيات تتعلق في نفس الوقت بالعناصر وقواعد تنظيمها.

- **الاستدلال التجريبي:** هو أداة اكتساب معارف والتكيف مع وضعيات الحياة اليومية. يتعلق الأمر بالطريقة المستعملة للبحث عن أسباب أو عوامل إنتاج ظاهرة.

يمكن تمييز جانبين فيه:
- تبيان أن عاملا يؤثر على ظاهرة مع إبراز هذا التأثير بإبعاد العوامل الأخر من جهة.
- و من جهة أخرى، و عكس ذلك، نحكم على عامل أنه عديم التأثير على ظاهرة إذا كان، ضمن شروط معينة، لا توجد أي علاقة آلية بين العامل والظاهرة.

3.اقتراح مخطط التعلم السنوي: يهدف مخطّط التعلّم السنوي إلى تنظيم التعلّمات السنوية وفقا لِحُزَم من المفاهيم المتكاملة التي تسمح بخدمة الكفاءة الختامية الخاصة بالميدان من خلال التكفل مختلف مركباتها والذي يتم في شكل حلزوني ذهابا وإيابا. ينطلق مخطط التعلّم السنوي من ضبط التداخلات الممكنة للكفاءات الختامية ومركباتها، ثمّ توزيع المحتويات المعرفية ضمن محاور حسب ما تقتضيه طبيعة مادة الرياضيات وأخيرا بناء وضعيات تعلمية بسيطة وفق هذا التوزيع. وعليه فإنّ خدمة مركبة بعينها لا يتم بشكل خطي ولا بمعزل عن بقية المركبات بل في تكامل وانسجام معها. كما أنّ معالجة المحور الواحد يساهم في خدمة المركبات الثلاثة للكفاءة الختامية ويتكرّر ذلك مع كل محور بحيث يفترض أنه عندما تنتهي معالجة جميع المحاور يكون الفعل التعليمي/التعلّمي قد أتى على جميع متطلبات الكفاءة الختامية في الميدان الخاص بها.

إنّ تقديم مخطط تعلّمات السنوي وفق النموذج أدناه لا يعني بأي حال من الأحوال أنّ التعلّمات تسير بشكل خطي، والقصد من تقديمه وفق هذا النموذج هو إبراز مختلف مكوّنات الكفاءة الختامية وكيفية العمل على تحقيقها وتسهيل عملية القراءة بما يسمح للأستاذ بإجراء تقويم لأدائه وأداء تلاميذه.
نقدم في الفقرة التي تلي هذا المخطط نماذج لوضعيات تعلمية بسيطة ثمّ وضعيات تعلّم إدماج المركبات المكوّنة لكفاءة الختامية.

للتذكير فإن وظائف مركبات الكفاءة تتوزع على إرساء المفاهيم وتوظيفها وفسح المجال للتلميذ بممارسة سلوكات تعبر عن القيم والمواقف التي تبناها المنهاج. ففي ميدان الأنشطة العددية نجد أنّ المركبة الأولى مخصصة لإرساء المفاهيم الرياضية والثانية مخصصة لتوظيف هذه المفاهيم بينما خصّصت المركبة الثالثة للتعبير والتبليغ وممارسة السلوكات التي تعبر عن المواقف والقيم التي لا يمكن أن تظهر عند المتعلّم إلاّ من خلال ممارسة الوضعيات المشكلة عبر المركبتين السابقتين. ونفس السياق والتصور يبقى قائما بالنسبة لميدان الأنشطة الهندسية وميدان تنظيم معطيات والدوال.

- **منوال مخطط التعلّمات السنوي**

الكفاءة الختامية المستهدفة	المركّبة	وضعية انطلاقية	وضعيات تعلّمية (إرساء وتوظيف الموارد)	وضعية تعلّم الإدماج	وضعيات تقويمية	معالجة بيداغوجية
	المركّبة1	وضعية انطلاقية	وضعيات تعلّمية (إرساء وتوظيف الموارد)			
	المركّبة2					
	المركبة 3		**يتم التكفل بهذه المركبة عبر المركبتين السابقتين**			

- **مخطط التعلّمات السنوي**

الكفاءة الشاملة	يحل مشكلات ويبرر نتائج ويوظف مكتسباته في مختلف ميادين المادة (العددي، الهندسي، الدوال وتنظيم معطيات).
الكفاءات العرضية والمواقف والقيم	عد الى المنهاج

أنشطة عددية	تنظيم معطيات	أنشطة هندسية
ك خ 1	ك خ 2	ك خ 3
القيم والمواقف والكفاءات العرضية		

الفصل الأوّل

	الموارد	وضعية انطلاقية	وضعيات تعلّمية	تعلم الإدماج	التقويم	المعالجة	تقدير الزمن
الأعداد الطبيعية	• معرفة واستعمال قيمة أرقام حسب مرتبتها في كتابة عدد طبيعي (ترسيخ مكتسبات). • جمع وطرح وضرب أعداد طبيعية في وضعيات معطاة. • تعيين حاصل وباقي القسمة الإقليدية لعدد طبيعي على عدد طبيعي مكتوب برقم واحد أو رقمين. • معرفة قواعد قابلية القسمة على 2، 3، 4، 5، 9، واستعمالها.						
إنجاز مماثلات أشكال مستوية بسيطة	• الرسم على ورقة غير مسطرة ودون التقيد بطريقة: - لمواز لمستقيم معلوم يشمل نقطة معلومة. - لعمودي على مستقيم معلوم يشمل نقطة معلومة. - لقطعة مستقيم لها نفس طول قطعة مستقيم معطاة. وكذا: - تعيين منتصف قطعة مستقيم. - إنجاز مثيل لزاوية معلومة. • الاستعمال السليم، في وضعية معطاة، للمصطلحات: مستقيم ، نصف مستقيم، قطعة مستقيم، منتصف قطعة مستقيم، مستقيمات متوازية، مستقيمان متعامدان، استقامية نقط، زاوية، رأس، ضلع .						
الأعداد العشرية	• معرفة واستعمال قيمة أرقام حسب مرتبتها في كتابة عدد عشري (ترسيخ مكتسبات). • استعمال الكتابة العشرية. • ضرب وقسمة عدد عشري على 10، 100، 1000 أو على 0,1، 0,01، 0,001. • جمع وطرح وضرب أعداد عشرية في وضعية معينة. • تعيين حاصل وباقي القسمة الإقليدية لعدد طبيعي على عدد طبيعي مكتوب برقم واحد أو رقمين. • إجراء القسمة العشرية لعدد طبيعي أو عشري على عدد طبيعي. • تعيين القيمة المقربة إلى الوحدة بالزيادة (أو بالنقصان) لحاصل قسمة عشري. • تدوير عدد عشري إلى الوحدة. • تحديد رتبة مقدار لنتيجة حساب على الأعداد العشرية.						
إنجاز مماثلات	• إنجاز مثيل لكل من: مثلث، مثلث متساوي الساقين، مثلث قائم، مثلث متقايس الأضلاع ، مستطيل، مربع، معين ، على ورقة غير مسطرة.						

أشكال مستوية بسيطة	• رسم دائرة، إنجاز مثيل لقوس معطاة. • الاستعمال السليم للمصطلحات: دائرة، مركز، قوس دائرة، وتر، نصف قطر، قطر.						
الكتابات العشرية والكتابات الكسرية	• تحديد موضع حاصل قسمة عددين طبيعيين على نصف مستقيم مدرج في وضعيات بسيطة. • استعمال حاصل قسمة عددين في حساب دون إجراء عملية القسمة. • التعرف في حالات بسيطة على الكتابات الكسرية لعدد. • اختزال كتابة كسرية (كسر). • الانتقال من الكتابة العشرية لعدد عشري إلى كتابة كسرية له. • ترتيب أعداد عشرية. • جمع وطرح وضرب كسور عشرية. • قراءة فاصلة نقطة (أو إعطاء حصر لها) أو تعيين نقطة ذات فاصلة معلومة على نصف مستقيم مدرج.						
السطوح المستوية: الأطوال، المحيطات، المساحات.	• تعيين مساحة سطح مستو باستعمال رصف بسيط. • مقارنة مساحات في وضعيات بسيطة.						

الفصل الثاني

	الموارد	وضعية انطلاقية	وضعيات تعلّمية	تعلم الإدماج	التقويم	المعالجة	تقدير الزمن
الأعداد النسبية	• إدراج الأعداد السالبة في وضعيات متنوعة.						
السطوح المستوية: الأطوال، المحيطات، المساحات.	• حساب محيط ومساحة مستطيل. • حساب مساحة مثلث قائم. • حساب محيط قرص.						
التناسبية	• التعرف على وضعيات تناسبية أو لا تناسبية في أمثلة بسيطة. • ترجمة نص إلى جدول منظم. • تمييز جدول تناسبية من جدول لا تناسبية. • إتمام جدول تناسبية بمختلف الطرق. • مقارنة حصص. • تطبيق نسبة مئوية في حالات بسيطة.						
الأعداد النسبية	• توظيف الأعداد النسبية في: - تدريج مستقيم. - قراءة فاصلة نقطة معلومة أو تعيين نقطة ذات فاصلة معلومة على مستقيم مدرج. - قراءة إحداثيتي نقطة معلومة أو تعليم نقطة ذات إحداثيتين معلومتين في مستو مزود بمعلم.						

الزوايا	• مقارنة زاويتين، إنجاز مثيل لزاوية. • تسمية زوايا شكل. • الاستعمال السليم، في وضعية معطاة، للمصطلحات: زاوية حادة، زاوية منفرجة، زاوية قائمة، زاوية مستقيمة. • التعرّف على الدرجة كوحدة قياس زوايا. • قياس زاوية بمنقلة. • قياس زوايا شكل بسيط. • رسم زاوية قيسها معلوم.						
تنظيم المعطيات	• قراءة جداول واستخراج معلومات.						
الحساب الحرفي	• إتمام مساويات من الشكل: $a+.=b$ ، $a-.=b$ ، $a\times .=b$						
التناظر المحوري	• التعرف على أشكال متناظرة. • تعيين ورسم محور أو محاور تناظر لها. • إنشاء على ورق مرصوف وعلى ورق غير مسطر، نظائر كل من: نقطة، مستقيم، قطعة مستقيم، دائرة، وكذا شكل بسيط. • التعرّف على خواص التناظر المحوري (حفظ المسافات والزوايا والأشكال) .	مثال لمقطع تعلّمي مقترح في الفقرة 4					

الفصل الثالث

	الموارد	وضعية انطلاقية	وضعيات تعلّمية	تعلّم الإدماج	التقويم	المعالجة	تقدير الزمن
الحساب الحرفي	• تطبيق قاعدة حرفية في وضعية بسيطة. • إنتاج عبارة حرفية بسيطة.						
التناظر المحوري	• استعمال التناظر المحوري لإنشاء كل من: مثلث متساوي الساقين، مستطيل، مربع، معين. • التعرف على محور قطعة مستقيم وإنشائه. • التعرف على منصف زاوية وإنشائه.						
التناسبية	• استعمال مفهوم المقياس في وضعيات بسيطة للتكبير أو التصغير. • استعمال مقياس مخطط أو خريطة لتعيين المسافة على المخطط أو على الخريطة. • إجراء تحويلات لوحدات الأطوال والمساحات والحجوم.						
متوازي المستطيلات (والمكعّب)	• وصف متوازي مستطيلات واستعمال المصطلحات (وجه، حرف، رأس) بشكل سليم. • تمثيل متوازي مستطيلات بالمنظور متساوي القياس. • تمثيل تصميم متوازي مستطيلات ذي أبعاد معطاة. • صنع متوازي مستطيلات بأبعاد مفروضة. • حساب حجم متوازي مستطيلات.						
تنظيم المعطيات	• قراءة جداول واستخراج معلومات. • تنظيم معطيات في جداول أو مخططات، واستغلالها. • ترجمة معلومات مصنّفة في جداول أو مخططات بسيطة.						

4. اقتراح مقطع تعلمي: نقترح في هذه الفقرة أمثلة لوضعيات تعلّمية تخدم مركبات الكفاءة الختامية، وهي تمس المركبات الثلاثة بدرجات متفاوتة نظرا للترابط الموجود بينها، إذ لا يمكن عزل امتلاك المعارف والإجراءات الوارد في المركبة الأولى عن توظيفها الوارد في المركبة الثانية أو عن ممارسة الكفاءات العرضية والقيم والمواقف الواردة في المركبة الثالثة. ولهذا وجب علينا أن ننظر إلى هذا التصنيف للكفاءة من منظور نظري يفترض أنّ الممارسة التعليمية/التعلّمية تجرى بشكل حلزوني ذهابا وإيابا بين المركبتين الأولى المعنية بإرساء المفاهيم والثانية المعنية بتوظيف هذه المفاهيم، بينما المركبة الثالثة المعنية بالكفاءات العرضية والقيم والمواقف نجدها حاضرة في كليهما. إنّ هذا التوضيب يعطي للأستاذ هامش مبادرة أكبر في تنظيم المقاطع التعلّمية في إطار الموارد المعرفية والموارد المنهجية التي تبناها المنهاج كما يمنح له ولتلاميذه مرونة أكبر في ممارسة الفعل التعليم/التعلّمي بما يسمح لهذا الفعل بالتكفل بشكل عملي بالمواقف والقيم التي لا يمكن أن تظهر إلا من خلال الممارسة في القسم وخارجه.

نقدم في هذه الفقرة مثالا لمقطع تعلّمي مرتبط بالكفاءة الختامية الثالثة.
نحتاج في إعداد الوضعيات التعلمية المتعلّقة بمقطع، إلى تحديد موارد الحد الأدنى اللازمة لتحقيق المستوى المستهدف من الكفاءة، والتي تكون أساس بناء أو انتقاء هذه الوضعيات.

المستوى المستهدف من ك خ 3:

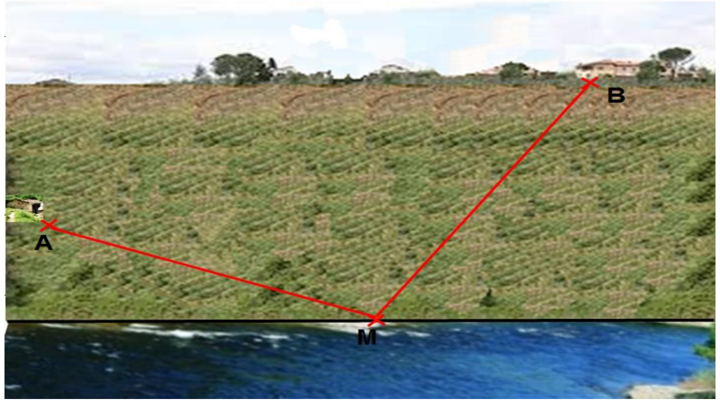
يحلّ مشكلات تتعلق بالأشكال الهندسية وإنشائها باستعمال التناظر المحوري.

المقطع التعلمي: التناظر المحوري.

الموارد المستهدفة	الوضعية
• التعرّف على شكل متناظر بالنسبة إلى محور • تعيين نظير نقطة • تعيين نظير شكل	البحث عن نظير
• طريقة إنشاء نظير نقطة بالنسبة إلى مستقيم	تعليم نظير
• ترجمة إجراء تعيين نظير نقطة بالنسبة الى محور بالتشفير. • تعيين النقط المتناظرة اعتمادا على التشفير.	تشفير
• الاستعمال السليم للمصطلحات. • التعبير عن التناظر المحوري بعبارات متكافئة.	تثبيت مصطلحات
إنشاء نظير شكل على: **.** مرصوفة **.** ورقة بيضاء باستعمال: الكوس والمسطرة بالكوس والمدور بالمدور فقط	إنشاء نظير شكل
حفظ الأطوال، الزوايا، الاستقامة، المساحة	خواص التناظر
التعرف على محور قطعة مستقيم وإنشائه. التعرف على منصف زاوية وإنشائه. استعمال التناظر المحوري لإنشاء كل من: مثلث متساوي الساقين، مستطيل، مربع، معين.	تطبيقات التناظر المحوري

- **وضعية انطلاقية**

يريد العم ابراهيم وضع مضخة ماء على حافة النهر وربطها بمنزله (النقطة B) وبمعصرته المتواجدة بالنقطة A.(أنظر الشكل المرفق)

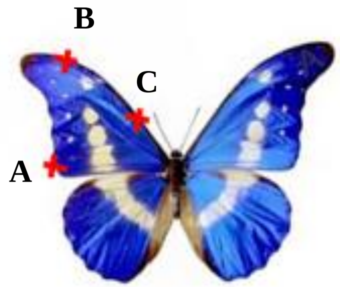
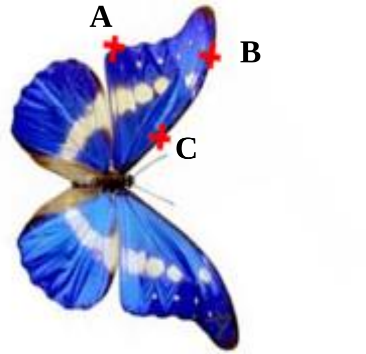
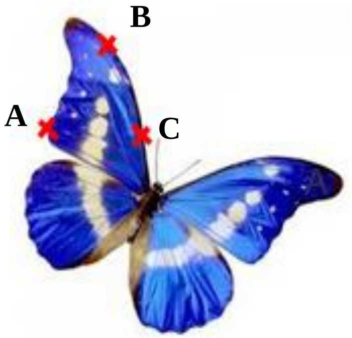
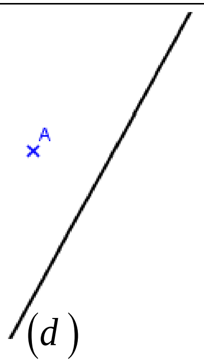


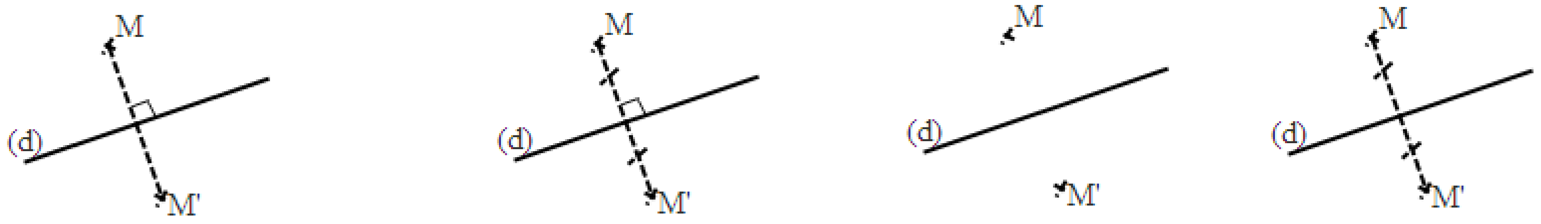
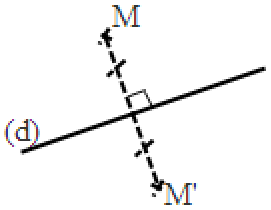
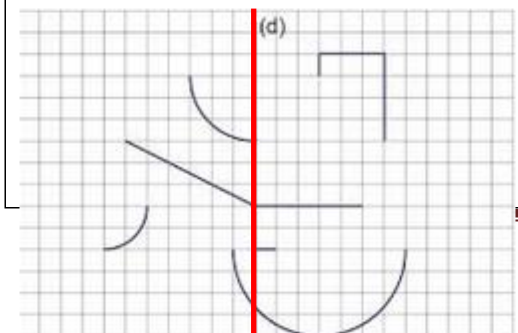
لكي تكون تكلفة الانجاز أقل ما يمكن، ساعد العم ابراهيم على تحديد مكان المضخة (موضع النقطة M على المستقيم الذي يمثل حافة النهر).

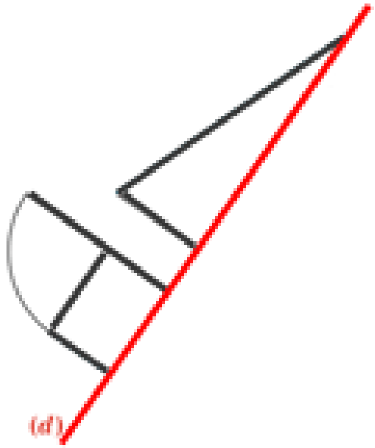
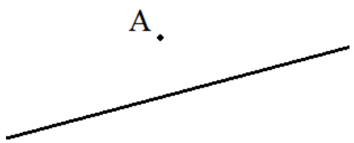
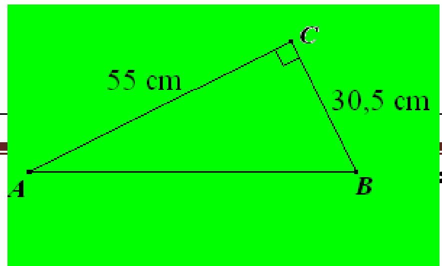
تحليل وضعية الانطلاق

أهداف وضعية الانطلاق	• تحقيق مستوى معيّن من كفاءة جديدة. • اكتساب التناظر المحوري كأداة جديدة لحل مشكلات
خصائص الوضعية التعلمية وطبيعتها (المتغيرات التعليمية)	• الوضعية من الواقع المعيش، جذابة ومحفزة. • مكتسبات التلميذ لا تمكنه من إعطاء حل مباشرة. • المعطيات غير بارزة وتستدعي تعيينها، وتحليلها من قبل التلميذ. • تتيح الفرصة لإبراز إجراءات شخصية
السندات التعليمية المستعملة	• نص مكتوب. • صورة توضيحية.
صعوبات متوقّعة	• نص المشكلة جديد بالنسبة للتلميذ، ولا يمكن أن يكون الجواب مباشر (الأمر هنا في حاجة الى تحليل وتركيب). • مستوى عمومية صياغة النص، لا يقود الى إجراء معيّن. • عدم وجود تقنية خاصة لحل المشكلة، فهي تعتمد في البداية أساسا على إجراءات ذاتية.
الموارد المعرفية والموارد المنهجية المجندة لحلّ الوضعية	• مفاهيم هندسية مألوفة. • الطي، النسخ واللصق. • التناظر المحوري.
الكفاءات العرضية المجندة لحلّ الوضعية	• يلاحظ ويستكشف ويحلل ويستدل منطقيا. • يحل مشكلة. • يبلغ.
القيم والمواقف	• الاقتصاد عدم التبذير.

- **وضعيات تعلّمية:**

رقم	الوضعية	الموارد المستهدفة	نص الوضعية
1	البحث عن نظير	• التعرّف على شكل متناظر بالنسبة إلى محور • تعيين نظير نقطة • تعيين نظير شكل	نلاحظ بالتمعن في الفراشة أنّ جانبيها الأيمن والأيسر متماثلان (بالطي ينطبقان).  الحالة (1)  الحالة (2)  الحالة (3) 1. على الجانب الآخر من الفراشة، في كل حالة، عيّن ما يماثل: • النقط A و B و C. • قطعة المستقيم $[AB]$. 2. لوّن حافة الجناح بين النقطتين C و B وما يماثلها في الجانب الاخر في كل حالة. 3. أرسم في كل حالة أثر محور طي الجانبين.
2	تعليم نظير نقطة	• طريقة إنشاء نظير نقطة بالنسبة إلى مستقيم.	لتعيين النقطة A' نظيرة النقطة A بالنسبة الى مستقيم (d)، يقوم رشيد بطي الورقة وفق (d)، لكن الأستاذ طلب منه إنجاز ذلك على السبورة وفقا للشكل المرفق • باستعمال أثر الطي ووضع قطعة المستقيم $[AA']$ بالنسبة الى (d)، ساعد رشيد على تعيين النقطة A' على السبورة. 

3	التّشفير	• ترجمة إجراء تعيين نظير نقطة بالنسبة الى محور بالتشفير. • تعيين النقط المتناظرة اعتمادا على التشفير.	الأشكال المرفقة هي أجابات كل من رشيد، زينب، مصطفى وأمال حول سؤال يتعلّق بتعيين نظيرة النقطة M بالنسبة الى (d). باعتمادك على التشفير فقط، حدّد الإجابة الصحيحة.  رشيد زينب مصطفى أمال
4	تثبيت المصطلحات المرتبطة بالتناظر	• الاستعمال السليم للمصطلحات. • التعبير عن التناظر المحوري بعبارات متكافئة.	اعتمادا على الشكل المرفق، أكمل الفراغات في العبارات الآتية:  • النقطة M' هي .... النقطة M بالنسبة الى المستقيم (d) • النقطتان M و M' .... بالنسبة إلى المستقيم (d) معناه (d) .... على المستقيم (MM') وتقاطع المستقيمين (d) و (MM') هو .... $[MM']$ • في التناظر المحوري بالنسبة الى المستقيم (d) .... M هي النقطة M'. • (d) هو .... قطعة المستقيم $[MM']$. • التناظر المحوري بالنسبة (d) الى يحوّل النقطة M ....
5	إنشاء نظير شكل	إنشاء نظير شكل على: • مرصوفة • ورقة بيضاء باستعمال:	1. الإنشاء على مرصوفة: أكمل الشكل المقابل بالتناظر بالنسبة الى المستقيم (d). 

		✓ الكوس والمسطرة ✓ بالكوس والمدور ✓ بالمدور فقط	2. الإنشاء على ورقة بيضاء: أكمل الشكل المقابل بالتناظر بالنسبة الى المستقيم (d) باستعمال الكوس والمسطرة.  بتغيير الوسيلة: يعاد إنجاز نفس المطلوب باستعمال الكوس والمدور. 3. الإنشاء على ورقة بيضاء لنظيرة النقطة A بالنسبة الى (d). 
6	خواص التناظر	حفظ الأطوال حفظ الزوايا حفظ الاستقامة حفظ المساحة	لكي تطير الطائرة الورقية وتتوازن في طيرانها، يلزمها أن تكون متناظرة بالنسبة إلى محور لها. شرع فريد في إنجاز لعبته وذلك برسم مثلث ABC قائم C (انظر الشكل المرفق). • أكمل انجاز اللعبة. • حدّد طبيعة نظير المثلث ABC بالنسبة إلى المستقيم (AB) ومساحته. • تحقق من أنّ التناظر المحوري يحفظ الأطوال والزوايا والاستقامية والمساحات.  

7	تطبيقات التناظر المحوري	التعرف على محور قطعة مستقيم وإنشائه.	تريد وزارة السياحة انجازاستراحة على نفس البعد بين مدينتي تيميون T و تامنراست S. 1. حدد على الخريطة المكان المناسب لذلك. 2.عند دراسة الموقع وجدت صعوبات طبيعية متعلقة بتضاريس المنطقة حالت دون ذلك. اقترح على وزارة السياحة مكانا آخر M. هل يوجد مكان واحد؟ 3. حدّد ثلاث نقط أخرى متساوية المسافة عن كل من T و S. 4. استخلص موقع النقط المتساوية المسافة عن T و S. 

- **تعلّم الادماج**
- **وضعية 1**

	خاصة بالمادة	كفاءات عرضية وسلوكات وقيم
أهداف وضعية تعلّم الإدماج	• التعرف فيما إذا كان شكل يقبل محور تناظر أو محاور تناظر. • رسم محور تناظر شكل. • إكمال شكل بالتناظر المحوري.	• معرفة مدلولات بعض إشارات المرور، والتي سيناقش مدى احترامها ونتائج ذلك خلال الحوصلة. • يلاحظ ويستكشف ويحلل ويستدل منطقيا.

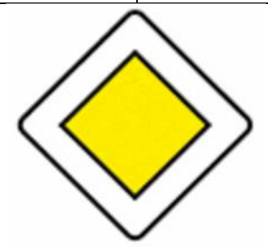
- يعد استراتيجية ملائمة لحل وضعيات مشكلة بسيطة.
- يستعمل مختلف أشكال التعبير: الرموز والأشكال والمخططات والجداول .
- يعبر بكيفية سليمة ويبرر بأدلة منطقية.
- يكيف استراتيجيات الاتصال والتبليغ وفق متطلبات الوضعية.

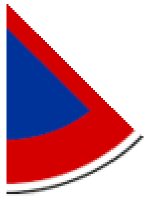
نص الوضعية

عندما رافقت أميرة والدها في السيارة، شد انتباهها أنّ بعض إشارات المرور تقبل محور تناظر أو محاور تناظر، والبعض ألآخر لا تقبل محور تناظر.

- تعرّف أنت على كل من هذه الإشارات بكتابة اسمها أدناها.

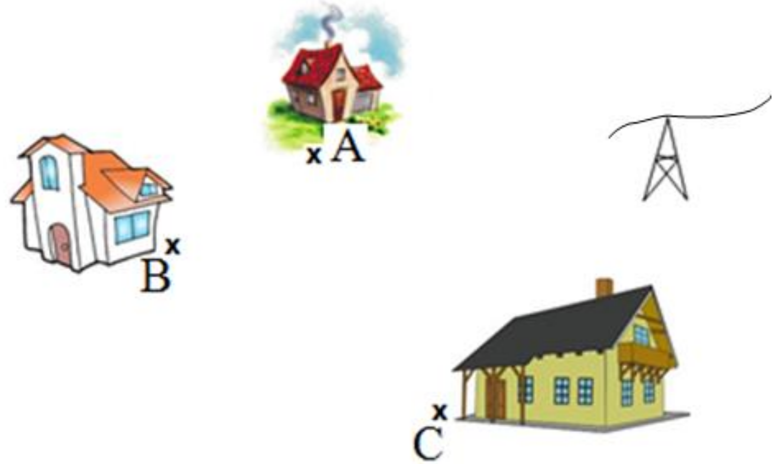
ارسم محور تناظر أو محاور تناظر الإشارة التي تقبل ذلك.



	أميرة تزعم أنّ بإمكانها رسم إشارة ممنوع التوقف انطلاقا من الجزء المرفق والتناظر المحوري، هل توافقها في ذلك؟ إذا كان الجواب بنعم بيّن كيف يمكنها ذلك. 
خصائص الوضعية التعلمية وطبيعتها (المتغيرات التعليمية)	• السند مألوف بالنسبة إلى التلاميذ ويسمح بالتصديق على الحلول هندسيا. • بإمكان كل التلاميذ إعطاء إجابة كنتيجة لإجراء شخصي. • بعض الأشكال مختارة بحيث يبدو أن لها محور تناظر. • الوضعية من الواقع المعيش، جذابة ومحفزة.
السندات التعليمية المستعملة	• نص مكتوب على قصاصات او السبورة مرفق بالأشكال. • يقدّم إلى كل تلميذ ورقة تحمل الأشكال المقترحة.
العقبات المطلوب تخطيها (صعوبات متوقّعة)	• عدم وجود تقنية خاصة لحل المشكلة، فهي تعتمد أساسا على البحث والتجريب والاستخلاص. • محور التناظر في الجزء المطلوب إتمامه غير واضح.

- **وضعية 2**

	خاصة بالمادة	**أهداف عرضية وسلوكات وقيم**
أهداف وضعية تعلّم الإدماج	• توظيف خاصية محور قطعة مستقيم. • رسم محور تناظر قطعة واستغلاله.	• التخطيط كمرحلة الأساسية قبل التنفيذ، الاقتصاد. • يلاحظ ويستكشف ويحلل ويستدل منطقيا. • يعد استراتيجية ملائمة لحل وضعيات مشكلة بسيطة. • يستعمل مختلف أشكال التعبير: الرموز والأشكال والمخططات. • يعبر بكيفية سليمة ويبرر بأدلة منطقية. • يكيف استراتيجيات الاتصال والتبليغ وفق متطلبات الوضعية.

<table>
<tr><td>نص الوضعية</td><td>لربط المنازل A ، B ، C بشبكة الكهرباء تريد الشركة إقامة عمود على نفس المسافة من المنازل الثلاثة.
اقترح على الشركة المكان المناسب لإقامة العمود.</td><td>
</td></tr>
<tr><td>خصائص الوضعية التعلمية وطبيعتها (المتغيرات التعليمية)</td><td colspan="2">• السند مألوف بالنسبة إلى التلاميذ ويسمح بالتصديق على الحلول هندسيا.
• الشكل المعطى يسمح للتلميذ بوضع تخمين.
• بإمكان كل التلاميذ إعطاء إجابة كنتيجة لإجراء شخصي (العودة إلى الطي مثلا).
• الوضعية من الواقع المعيش، جذابة ومحفزة.</td></tr>
<tr><td>السندات التعليمية المستعملة</td><td colspan="2">• نص مكتوب على قصاصات او السبورة مرفق بالشكل.
• يقدّم إلى كل تلميذ ورقة مدوّن فيها النشاط (الرسم خاصة).</td></tr>
<tr><td>العقبات المطلوب تخطيها (صعوبات متوقّعة)</td><td colspan="2">• نص المشكلة جديد بالنسبة للتلميذ، ولا يمكن أن يكون الجواب عبارة على تطبيق بسيط لقانون يعرفه التلميذ أو تقنية.
• عدم وجود تقنية خاصة لحل المشكلة، فهي تعتمد أساسا على قدرة التلميذ على ترجمة معنى نفس المسافة، وربطها بخاصية محور قطعة مستقيم.</td></tr>
</table>

5. التقويم: كما ورد في المنهاج يعتبر التقويم جزءا ملازما للعملية التعلمية، وهو مدمج ضمن سيرورة بناء الكفاءات وتطويرها. وهو عملية مستمرة تبدأ بتقويم تشخيصي وتتواصل بتقويم تكويني لتنتهي بتقويم إشهادي. وتتمثل وظيفته التكوينية في مراقبة مسار المتعلم وتحسين تعلماته وتعديلها، لذا وجب علينا التوقف عند كل محطّة من المقطع والتساؤل حول موضوع التقويم والوسيلة والكيفية، بغرض اتخاذ قرارات مناسبة للمعالجة والتعديل.

أما فيما يتعلق بالوظيفة الإشهادية للتقويم، فبالإضافة إلى الوقوف على مدى اكتساب المتعلم للموارد يهمنا أن نعرف مدى تحقيق المستوى المستهدف من الكفاءة الشاملة: بمعنى قدرة المتعلم على تجنيد الموارد، درجة تحقيق الكفاءات العرضية، وإرساء المواقف والقيم.

نقترح فيما يلي كيفية لممارسة التقويم التكويني خلال مختلف فترات مقطع تعلّمي، ونموذجا لتقويم إشهادي مرفق بشبكات للتصحيح والمتابعة.

5. 1. التقويم التكويني

المرحلة الأولى: الوضعية الإنطلاقية

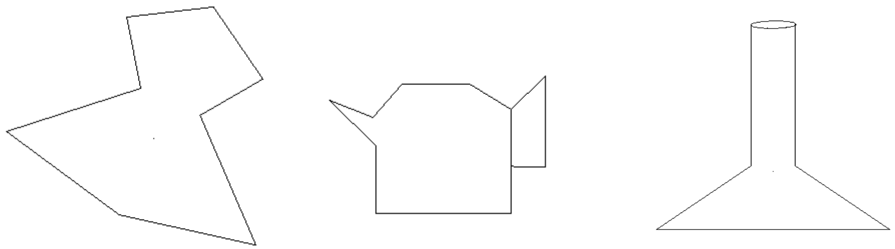
تتصف الوضعية الانطلاقية بعدم قدرة التلميذ على حلّها ولو بإجراءاته الشخصية لافتقاده الموارد اللازمة للحل.
والغرض منها إثارة التعلمات التي ستسمح له بحلها فيما بعد. و.

التقويم: ماذا؟	التقويم: لماذ؟	التقويم: كيف؟	التقويم: وبم؟	المعالجة
فهم الوضعية: فهم المشكل. فهم المهمة المطلوبة.	حتى نضمن شروع التلميذ في المحاولات ينبغي التأكد من فهمه للمشكل وتبنيه له	تقويم تفاعلي شفهي من قبل الأستاذ ومن الأقران.	أسئلة شفهية تتعلّق بمعاني بعض المفردات أو العبارات، أو السندات	شرح المفردات تقريب المعاني توضيح السندات
تحليل الوضعية: تمثّيلات التلاميذ للوضعية. الكفاءات العرضية (الملاحظ والتحليل، حل مشكلات، ...) البعد القيمي والمواقف (عدم التبذير، الجانب الجمالي في الرياضيات،...)		التبادل حول تمثيلات التلاميذ (أستاذ-تلاميذ) أو (تلاميذ- تلاميذ). ملاحظة تصرفات ومساعي وسلوكات التلاميذ.		في حالة عجز التلاميذ في تحليل الوضعية يمكن تقديم مساعدات حسب الحاجة.

المرحلة الثانية: إرساء الموارد وتوظيفها

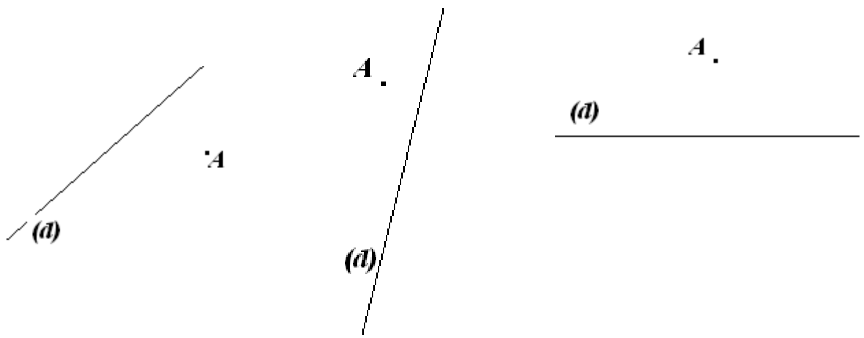
التقويم				المعالجة
ماذا؟	لماذا؟	كيف؟	وبم؟	
الموارد: التعرّف على شكل متناظر بالنسبة إلى محور. تعيين نظير نقطة. تعيين نظير شكل. اتمام شكل بالتناظر.	التأكد من مدى اكتساب الموارد	حل تمارين تطبيقية، تمارين إعادة استثمار. ت.ت: انظر 1 ت.ث: انظر 2	تمارين، أسئلة متعدّدة الخيارات، تمارين أصحيح أم خاطئ، ... إلخ.	يمكن أن ترتبط بعض أخطاء التلاميذ بوضع المحور (شاقولي، أفقي، مائل)، أو درجة تركيب الشكل، أو الوضع النسبي للشكل والمحور... إلخ وعندئذ يمكن استغلال مقارنة انتاجات التلاميذ، أو العودة الى إجراءات مألوفة كالطي ...

1. أي من الأشكال الآتية له محور تناظر؟
في حالة الإيجاب المطلوب رسمه.



2. يعطى رسم جزء من شكل متناظر بالنسبة الى محور، ويطلب إكماله.

التقويم				المعالجة
ماذا؟	لماذا؟	كيف؟	وبم؟	
الموارد: طريقة إنشاء نظير نقطة بالنسبة إلى مستقيم. استعمال مختلف أدوات الإنشاء. ترجمة إجراء تعيين نظير نقطة بالنسبة الى محور بالتشفير. تعيين النقط المتناظرة اعتمادا على التشفير.	التأكد من مدى اكتساب الموارد	حل تمارين تطبيقية، تمارين إعادة استثمار. ت.ت:انظر 1 ت.ث: انظر 2	تمارين، أسئلة متعدّدة الخيارات، تمارين أصحيح أم خاطئ، ... إلخ.	يمكن أن ترتبط بعض أخطاء التلاميذ بوضع المحور (شاقولي، أفقي، مائل)، أو الوضع النسبي لقطعة المستقيم والمحور... إلخ وعندئذ يمكن استغلال مقارنة انتاجات التلاميذ، أو العودة الى إجراءات مألوفة كالطي نحث التلاميذ في مثل هذه الوضعيات على البدء بوضع تخمينات قبل الشروع في العمل باستعمال الأدوات. تدريب التلاميذ على الاستعمال السليم للأدوات الهندسية. استغلال الفرص التي تسمح بها برمجيات الهندسة الديناميكية.



1. أنشيء نظيرة النقطة في كل حالة مما يأتي، وشفّر الشكل.

(مع تحديد أدوات الإنشاء)

2. تعطى قطعة مستقيم ويطلب إنشاء نظيرتي طرفيها بالنسبة الى محور، ونظيرة نقطة كيفية منها، ثم الاستخلاص.

إضافة حالة النقطة من المستقيم.

ماذا؟	لماذا؟	كيف؟	وبم؟	المعالجة
التقويم				
الموارد: الاستعمال السليم للمصطلحات. التعبير عن التناظر المحوري بعبارات متكافئة. الانتقال بين مختلف الإطارات (رسم، شكل، نص)	التأكد من مدى اكتساب الموارد	حل تمارين تطبيقية، تمارين إعادة استثمار. ت.ت: انظر 1 ت.ث: انظر 2	تمارين، أسئلة متعدّدة الخيارات، تمارين أصحيح أم خاطئ، ... إلخ.	ترتكز المعالجة أساسا في هذا المستوى على معاني المصطلحات والروابط المنطقية وبعض التعابير التي من دونها يصعب على التلميذ التقدم في تعلّم المادة.

1. تقترح نصوص وأشكال ويطلب من التلاميذ ربط النص بالشكل المناسب.

2. ترجمة نص الى شكل باليد الحرّة أو العكس.

3. إتمام نصوص.

المرحلة الثالثة: تقويم تعلّم الإدماج

التقويم				المعالجة
ماذا؟	**لماذا؟**	**كيف؟**	**وبم؟**	
• تجنيد الموارد المعرفية والمنهجية المرساة لحل المشكلة المقترحة. • مدى نمو الكفاءات العرضية. • ملاحظة وتقدير سلوكات ومواقف التلاميذ اتجاه القيم المقصودة من خلال سياق هذه الوضعية	التأكد من قدرة التلميذ على تجنيد مكتسباته للتصرّف.	معالجة فردية.	وضعية من عائلة الوضعيات المتدرّب عليها.	• في البداية نميّز بين فئتين من التلاميذ: • الذين لا يمتلكون الموارد الضرورية لحل المشكلة: تخصص لهم حصص استدراكية. • الذين يظهرون صعوبات في تجنيد مواردهم: تخصص لهم حصص لتدريبهم على تحويل الموارد المكتسبة، والبحث عن علاقات بين الموارد وكيفيات إدماجها للقيام بالمهمة المطلوبة في مشكلات مركبة.

نص الوضعية:

الوثيقة (1) هي صورة لجانب من قصر الحمراء.

الوثيقة (2) تحتوي معلومات حول هذا القصر.

الشكل المرفق بداية مخطط الواجهة الظاهرة في الصورة منجز في إطار برنامج الصيانة والترميم.

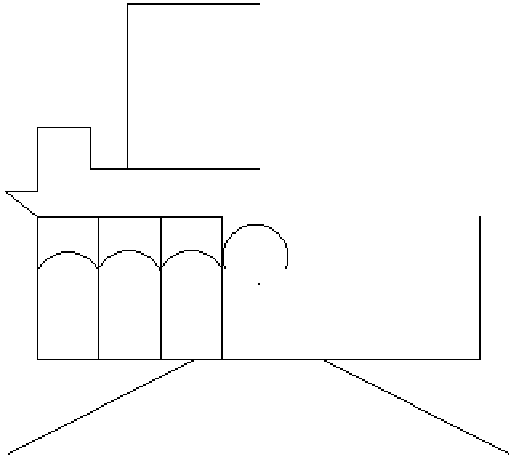
أ) أكمل الشكل.

ب) اكتب ملخصا في 5 أسطر تبين فيه مميزات القصر.

نص تاريخي تقني حول القصر

الوثيقة (2)

الوثيقة (1)



تحليل الوضعية:

1. الموارد المعرفية والموارد المنهجية المجندة لحلّ الوضعية

الموارد المعرفية	الموارد المنهجية
التعرّف على شكل متناظر بالنسبة إلى محور. تعيين نظير نقطة. تعيين نظير شكل. طريقة إنشاء نظير نقطة بالنسبة إلى مستقيم. استعمال مختلف أدوات الإنشاء. ترجمة إجراء تعيين نظير نقطة بالنسبة الى محور بالتشفير. تعيين النقط المتناظرة اعتمادا على التشفير. الاستعمال السليم للمصطلحات. التعبير عن التناظر المحوري بعبارات متكافئة.	تشخيص معلومة، الاستفادة منها. نمذجة الوضعية: ترجمة الوضعية إلى ما يسمح بمعالجتها رياضيا. اختيار الأدوات المناسبة. انتهاج مسعى مناسب للإنجاز.

2. الكفاءات العرضية المجندة لحلّ الوضعية، والمواقف والقيم.

الكفاءات العرضية	المواقف والقيم
قراءة وفهم نصّ. استخراج معلومات من رسم، من وثيقة..... اختيار استراتيجية. تنفيذ الاستراتيجية. التقويم الذاتي. تبليغ الحلّ.	الاعتزاز بالتراث الاسلامي. تقدير مساهمة المادة في الجانبين النفعي والاتقان. تقدير الجانب الجمالي في الرياضيات.

شبكة تقويم إرساء وتوظيف الموارد

	(م 1)	(م 2)	(3م)	
المعايير	وجاهة المنتوج: ترجمة سليمة للوضعية	توظيف أدوات المادة	كفاءات عرضية وقيم ومواقف	
المؤشرات	• يرسم محور التناظر. • يعين نظير: - نقطة بنقطة - قطعة بقطعة مستقيم - قوس بقوس	• ينشئ النظير باحترام التقايس. • ينشئ النظير باحترام التعامد. • يستعمل أدوات الانشاء بدقة.	• آثار الإنشاء بارزة. • لا يوجد شطب. • الرسم نظيف وواضح.	أنظر الجدول أدناه

شبكة تقويم الكفاءات العرضية المجندة لحلّ الوضعية، والمواقف والقيم.

			المؤشرات	التقدير		
				تحكم	تحكم جزئي	عدم تحكم
الكفاءات العرضية	طابع فكري	قراءة وفهم نصّ.	يستخرج معلومات من الرسم، من الوثيقة.....			
	طابع منهجي	تنفيذ الاستراتيجية	ينفذ استراتيجية معينة: وتظهر من خلال تعيين نظائر أجزاء الرسم (نقطة، قطعة مستقيم، قوس).			
	طابع تواصلي	تبليغ الحلّ.	يرسم بوضوح.			
			يحرر بوضوح وعبارات مقروءة.			
	طابع شخصي واجتماعي	التقويم الذاتي.	يعدّل عمله بمراعاة الصورة (الوثيقة1).			
المواقف والقيم	الاعتزاز بالتراث الاسلامي.		يظهر في مدى اهتمامه بالنص التاريخي التقني الاسلامي للقصر.			
	تقدير مساهمة المادة في العمران.		يعبر عن (يظهر) تقديره لنجاعة أدوات الرياضيات في إنجاز البناء وإتقانه.			
	تذوق جمال المادة.		يعبر عن (يظهر) تقديره لنجاعة أدوات المادة في حل المشكل.			

5. 2. التقويم الإشهادي: يهدف التقويم الإشهادي إلى الوقوف على درجة تحقيق مستوى معيّن من الكفاءة الشاملة في نهاية الفصل، بينما يرمي في نهاية السنة أو الطور إلى مدى تحقيق الكفاءة في مجملها، وبكل مركّباتها.

يتكوّن مضمون الاختبار الفصلي أو النهائي من جزأين:
الأول يهدف إلى قياس درجة تحكم المتعلّم في الموارد المستهدفة وقدرته على تجنيدها لمعالجة وضعيات مدرسية أو من الحياة اليومية، وتكون متنوعة وتسمح بتغطية مقبولة لما تم تناوله من المنهج، ولا تقتصر على التطبيق المباشر للمعارف.

والثاني يهدف إلى قياس درجة تحكّم المتعلم في مستوى معيّن من الكفاءة الشاملة إذا تعلّق الأمر باختبار فصلي، أو إلى مدى تحقيق الكفاءة في مجملها إذا تعلّق الأمر باختبار في نهاية السنة أو الطور، من خلال وضعيات إدماجية من نفس عائلة الوضعيات المتناولة في القسم.

6. نشاطات المعالجة البيداغوجية

تعتبر المعالجة البيداغوجية في إطار البيداغوجية الفارقية والتقويم التكويني نشاطا تعلميا مرتبطا بالأخطاء المرتكبة من قبل المتعلّم، والنظرة الإيجابية للخطأ من قبل الأستاذ هي التي تقوده إلى التفكير في أنشطة المعالجة البيداغوجية التي هدفها السماح للمتعلمّ من تجاوز الصعوبات التي تعترض تعلّمه، وامتلاك موارد معرفية ومنهجية وتنمية كفاءات لم يتمكن من تحقيقها بكفاية بعد تعلّم منجز.

وأنشطة المعالجة البيداغوجية تستند أساسا إلى التحليل الذي نقوم بها للأخطاء المرتكبة من قبل المتعلّم، والاجابة عن السؤال: "ما الذي يجب أن يميّز هذا النّوع من الأنشطة لكي تسهّل التعلّم ؟"، الأمر الذي يمكن تنفيذه باتباع الخطوات الآتية:

1) تحديد الأخطاء، والصعوبات التي تعترض تعلّم التلاميذ.
2) تحليل الأخطاء ووضع فرضيات حول إجراءات التلاميذ التي أدت إلى ارتكابها، وتحديد المصادر التي تستند عليها هذه الإجراءات.
3) التحقق من صحة هذه الفرضيات: كأن نبحث عن معلومات إضافية تأكدها أو تفندها، وذلك من خلال مقابلة مع التلميذ المعني لشرح إجراءاته، أو اختباره، أو ملاحظة تصرفاته أمام نشاط بسيط مقترح.
إن هذه المرحلة مهمة جدا إذْ يترتب عنها تقرير الخطوات الموالية لها وكذا محتوياتها.
4) وضع (بناء) جهاز للمعالجة يشمل أنشطة المعالجة وكيفيات إنجازها وتسييرها مع التلاميذ.
5) تقويم جهاز المعالجة: هل غيّر التلميذ في إجراءاته؟ في إجاباته؟ هل هو مدرك لتطور تعلّماته؟

وتظهر المعالجة البيداغوجية في عدّة مستويات من فترات التعلّم:

- بعد معالجة وضعية تعلّمية بسيطة، حيث تبدو مواطن ضعف (قابلة للتحسين) لدى المتعلّم، أو ضعف التحكّم في المعارف، وهذه المعالجة هي المعالجة التقليدية.
- بعد وضعية تعلّم الإدماج، حيث يظهر ضعف المتعلّم في تجنيده للموارد.
- في نهاية الفصل الأوّل ونهاية الفصل الثاني، بعد نتائج التقويم المرحلي الفصلي.

7. اقتراح أركان أخرى خاصة بالمادة (أنواع أخرى من الموارد)

7 - 1 **حل المشكلات:** تمنح مناهج الرياضيات للتعليم المتوسط مكانة أساسية لحلّ المشكلات. فهي تؤكد بالخصوص أهمية حل المشكلات في اكتساب المعارف والكفاءات المستهدفة في المادة، الأمر الذي ينتظر أن يترجم ميدانيا في هيكلة النشاط الرياضي للمتعلم حول حل المشكلات.

يغطي حل المشكلات في الرياضيات نشاطات عديدة كلها تستند على استدلال التلميذ، هذه النشاطات التي غالبا ما تكون متداخلة يمكن ترجمتها في الكفاءات التالية:

- قراءة وترجمة وتنظيم معطيات.
- الخوض في خطة بحث واستكشاف.
- ربط معارف مكتسبة وتقنيات وأدوات مناسبة لإنتاج حجة.
- تبليغ حل المشكل بوسائل متنوعة ومناسبة.

- **وظائف حل المشكلات:** يرتكز فهم واكتساب المعارف الرياضية على نشاط كل تلميذ والذي ينبغي تفضيله باستمرار.

ولهذا الغرض، تختار وضعيات تطرح مشكلات، تتدخل لحلها أدوات أي تقنيات أو مفاهيم تكون مكتسبة من قبل، لغرض الوصول إلى اكتشاف أو اكتساب مفاهيم جديدة.
والتي تشكل، عندما تكون مدمجة جيدا، مفاهيم جديدة تسمح بدورها باكتشاف مفاهيم أخرى.
هكذا، يمكن أن يكون للمعارف معنى لدى التلميذ انطلاقا من التساؤلات التي يطرحها والمشكلات التي يبحث عن حلها.
وتختار وضعيات المشكلات بحيث:

- تأخذ بعين الاعتبار الأهداف المسطرة وتحليل مسبق للمعارف المستهدفة، والمكتسبات القبلية وكذا بالتصورات القبلية للتلاميذ.
- تسمح لكل التلاميذ بالانطلاق وذلك بتعليمات ترتكز في البداية فقط على المفاهيم المكتسبة بشكل جيد.
- تضع التلاميذ أمام مشكل ويرونه تحديا لهم يحاولون وضع تخمينات لحله.
- تسمح بإظهار نجاعة المفاهيم والإجراءات المستهدفة ثم التصريح بها وصياغتها.
- تمنح للتلاميذ وسائل لتصديق النتائج التي يتحصلون عليها.

إذا كان حلّ المشكلات يفضي أساسا إلى بناء معارف جديدة او توسيع معنى هذه المعارف والعمل على التحكم فيها، فإنه يعتبر بالإضافة إلى ذلك وسيلة هامة لتدريب التلميذ على سلوك البحث وإكسابهم كفاءات منهجية (وضع تخمين وتجريب محاولات، وضع فرضيات، تصور حلول، اختبار صحتها، التبرير).
هناك أربعة أنماط مشكلات يمكن إرفاقها بأهداف تعلمية مختلفة:

النمط	الوظيفة	المكانة
مشكل مفتوح	تعلّم البحث وتنصيب كفاءات منهجية	مستقل عن التعلمات المفاهيمية
وضعية مشكلة	بناء معرفة جديدة أو جانب جديد أو معنى جديد لمعرفة	للشروع في بناء معرفة جديدة
مشكل تطبيق	التدريب على اكتساب معنى معرفة جديدة	بعد بناء معرفة جديدة
مشكل إعادة استثمار	استعمال معرفة في سياق جديد يختلف عن السياق الذي تم فيه بناء المعرفة	لإثراء معنى معرفة ومجال تطبيقها
مشكل مركب أو إدماج	استعمال عدة معارف في آن واحد	بعد العمل على عدة معارف

مثال لوضعية تعلمية تستند على نشاط حلّ المشكلات (مربكة بروسو)

المستوى: السنة الأولى متوسط

الكفاءة المستهدفة: يحل مشكلات من المادة ومن الحياة اليومية مرتبطة بالتناسبية وتطبيقاتها وتنظيم معطيات في شكل جداول أو مخططات ويقرؤها ويحللها.

مدة الإنجاز: حصتان(ساعة لكل حصة)

المعرفة المقصودة: 1) إبراز عدم صحة الفكرة أن "التكبير هو دوما إضافة".
2) التكبير هو ضرب كل الأبعاد في نفس العدد (ليس بالضرورة عددا صحيحا).

نص الوضعية:

الفترة1 : إليكم مربكة (puzzle) تتكون من أربعة قطع.
أنشئ تكبيرا (مربكة مكبرة) لهذه المربكة كأنه صورة لها مع احترام التعليمات التالية:
القطعة التي قياسها 4 cm على النموذج يكون قياسها 6 cm على المربكة المكبرة.

الفترة 2 : نفس التعليمة، لكن القطعة 4 cm على النموذج يصير قياسها 6,8 cm على المربكة المكبرة.

حل: في **الفترة 1**: معامل التكبير هو 1,5

6	5	4	3	2	النموذج
9	7,5	6	4,5	3	التكبير

في الفترة2 : معامل التكبير هو 1,7

6	5	4	3	2	النموذج
10,2	8,5	6,8	5,1	3,4	التكبير

عناصر التحليل:

1-الإجراءات الممكنة

1- 1الفترة1 : - إضافة2 لقياس كل قطعة.
- استعمال الخطية: البحث عن القياس الموافق لـ2 cm ، 6 cm، و 3 cm، 5 cm ، وربما المرور عن القياس الموافق 1 cm
- إضافة إلى قياس كل قطعة نصفه،
- ضرب كل الأبعاد في 1,5.

1-2الفترة 2

- استعمال الخطية: البحث عن القياس الموافق لِـ2 cm ، 6 cm، و 3 cm، 5 cm ، وربما المرور عن القياس الموافق1cm
- ضرب كل الأبعاد في1,7

2- اختيار المتغيرات

- قياسات القطع هي أعداد صحيحة بسيطة والعلاقات الحسابية بينها بسيطة،
- اختيار معامل التكبير بسيط في الدورة 1 (1,5) وبعده يصبح أكثر تعقيدا (1,7 في الدورة 2) ، الشيء الذي يشجع على تطوير الإجراءات،
- يتم الرسم على ورق مرصوف (5 mm / 5 mm).

بتقديم الورقة المرصوف، نتجنب الصعوبات المتعلقة بإنشاء المستطيلات، التي ليست هدفا للنشاط.

تحضير الأدوات :

- مربكة نموذجية للتثبيت على السبورة(انظر الملحق 1)
-مربكة مجزئة إلى4 قطع للتوزيع على كل فوج(انظر الملحق 1)
-لكل مرحلة مربكة مكبرة يظهر فيها قياس واحد وهو 6 cm، (انظر الملحقين 2 و 3)
-نسخة للمربكة المكبرة على الورق الشفاف للتحقق من صحة مَنتوُج كل فوج.
-يسمح باستعمال للحاسبة

تنفيذ الحصة الأولى: انطلاق النشاط:

- يعْلَم الأستاذ التلاميذ أنهم سيعملون في أفواج (4 تلاميذ في الفوج)
- يُعلق الأستاذ المربكة الأصلية على السبورة ويوزع على كل فوج مربكة مماثلة مقطعة إلى4 قطع.
-يُعيد تلاميذ كل فوج تركيب المربكة للتأكد من أنه مطابق للمربكة المعلقة على السبورة.
- يختار كل تلميذ، من نفس الفوج، قطعة، ويقيس أبعادها ويسجل القياسات على القطعة. ويتم التحقيق جماعيا، بحيث يعمل الكل على الأعداد السليمة.
- يُعلق الأستاذ مربكة مكبرة على السبورة يظهر علها قياس واحد فقط وهو 6 cm الذي يوافق 4 cm على المربكة الأولى.
- يقدم الأستاذ التعليمات: " أطلب منكم صنع معا مربكة مكبرة مثل المعلقة على السبورة التي هي صورة للمربكة الأولى بحيث الضلع الذي كان قياسه 4 cm يصبح قياسه 6 cm في المربكة المكبرة.

حذار: كل واحد في الفوج يقوم بتكبير قطعة.

في نفس الفوج يجب الاتفاق أولا على كيفية عمل وبعد الانتهاء، تجمع القطع المحصل عليها للحصول على التكبير."

البحث – فترة 1:

-يتفق كل فوج على طريقة عمل للحصول على أبعاد كل قطعة من القطع المكبرة
-وبعد ذلك ، يحسب كل تلميذ أبعاد القطعة المكبرة وينشئها.

- ثم يحاول أعضاء كل فوج جمع القطع للحصول على المربكة المكبرة.
- في حال الفشل، يدعى تلاميذ كل فوج للتحقق من صحة الحسابات وأبعاد القطع المنشأة.

التبادل الأول:
- نهتم فقط بالتلاميذ الذين لم يوفقوا،
- يطلب الأستاذ من كل فريق فشل في تركيب المربكة المكبرة كيف عمل لإيجاد أبعاد القطع المكبرة.
- للختام: يحتفظ : "إضافة 2 cm لكل بُعد لا يسمح بالحصول على تركيب مربكة مكبرة".

البحث – فترة 2: يتواصل العمل داخل كل فوج.
الذين وفقوا يعدون ملصقة (ورقة كبيرة) يلصقوا عليها المربكة المكبرة ويبينون الطريقة التي انتهجوها ويسجلون الحسابات التي أجروها للحصول على أبعاد كل قطعة.
الذين لم يوفقوا:
- يبحثون عن طريقة تسمح بالحصول على تكبيرا للمربكة.
- بعد ذلك كل تلميذ يصنع قطعته.
- بعد الانتهاء من صنع كل القطع، يحاول الفوج جمع القطع للحصول على تكبيرا للمربكة.

التبادل الثاني:
- الأفواج الذين فشلوا في المحاولة الثانية يطلب منهم توضيح إلى أين وصلوا.
- تعرض ملصقات هذه الأفواج ويعلق عليها أصحابها، وتناقش ويتم التصديق عليها من قبل تلاميذ القسم وبمقارنة المربكة المحصل عليها بالمربكة النموذجية.
- الأفواج الذين وفقوا في المحاولة الثانية يقارنون طريقتهم مع الطرق المعروضة على الملصقات وفي حالة وجود طريقة جديدة تُوضح هذه الأخيرة ويسجلها الأستاذ على ملصقة جديدة.

إذا لم يصل أي فوج إلى حل في المحاولة الثانية، يستمر البحث جماعيا. يطلب من التلاميذ تقديم اقتراحات تخضعبدورها للتصديق (مناقشة وإنشاء وتحقق).

الحوصلة : يسأل الأستاذ التلاميذ عن كيفية صنع مربكة مكبرة حول ما يجب الاحتفاظ به:
- "إضافة نفس القياس، 2 cm ، لكل بُعد لا يسمح بالحصول على مربكة مكبرة.
- توجد عدّة طرق ممكنة للحصول على المربكة المكبرة(تقدم فقط الطرق المستعملة من طرف التلاميذ)

طريقة1 : 4 cm يقابلها 6 cm
2 cm الذي هو نصف 4 cm يقابلها نصف 6 cm أي 3 cm
6 cm الذي هو 3 مرات 2 cm يقابلها ثلاث مرات 3 cm أي 9 cm
أي 6 cm = 4 cm + 2 cm يقابلها 9 cm = 6 cm + 3 cm
...الخ...

طريقة 2 : لكل بعد نضيف نصفه.

طريقة 3 : نضرب كل البعد في العدد 1,5

تنفيذ الحصة الثانية: المرحلة 3: نفس المربكة النموذجية ولكن يختار معاملا أكثر تعقيدا(1,7)لتشجيع ظهور الطريقة الذي تستعمل فيها معامل التكبير..

انطلاق النشاط :

- تشير إلى أن المربكة الأولية هي نفسها (ونتركها ملصقة على السبورة).
- يوضح أننا ننجز تكبيرا جديدا لمربكة التي (انظر الملحق 3) ويلصق على السبورة ، يظهر عليه قياس واحد وهو 6,8 cm الموافق لـ 4 cm على النموذج.
- تقديم التعليمات :
- "اطلب منكم صنع معا مربكة تكون تكبيرا للمربكة النموذجية مثل المربكة المعلقة على السبورة بحيث أن الضلع الذي قياسه 4cm يصبح ضلع قياسه 6,8 cm في المربكة المكبرة.

حذار: كل واحد في الفوج يقوم بتكبير قطعة.
في نفس الفوج يجب الاتفاق أولا على كيفية عمل وبعد الانتهاء، تجمع القطع المحصل عليها للحصول على التكبير."

البحث:

- يتفق كل فوج على طريقة عمل للحصول على أبعاد كل قطعة من قطع المكبرة
- وبعد ذلك، يحسب كل تلميذ أبعاد القطعة المكبرة وينشئها.
- ثم يحاول أعضاء الفوج تركيب القطع للحصول على المربكة المكبرة.
- في حال الفشل، يدعى تلاميذ كل فوج للتحقق من صحة الحسابات وأبعاد القطع المنشأة والبحث عن طرقة تسمح بالتوفيق.
- يَعد كل فوج ملصق (ورقة كبيرة) يلصقوا عليها القطع المكبرة ويبينوا عليها الطريقة المنتهجة ويسجلوا الحسابات التي أجرءوها للحصول على أبعاد كل قطعة.

التبادل :

- نهتم أولا بالأفواج الذين فشلوا؛ يعرض كل فوج طريقته لكل القسم،
- يتم التصديق بمقارنة المربكة المحصل عليها بالمربكة الملصقة على السبورة،
- إذا لم يجد احد الحل:
  * قد يكون فكرة أحد الأفواج في الضرب في المعامل الذي يسمح بالمرور من 4 cm إلى 6,8 cm
  * يطلب من التلاميذ تذكر ما جرى في الحصة الماضية
- في هذه الحالة يمكن اقتراح الحاسبة التي تساعد على إيجاد المعامل وحساب أبعاد القطع المكبرة.
- ثم يتم صنع القطع و تجميعها للتحقق من صحة هذا السيرورة.

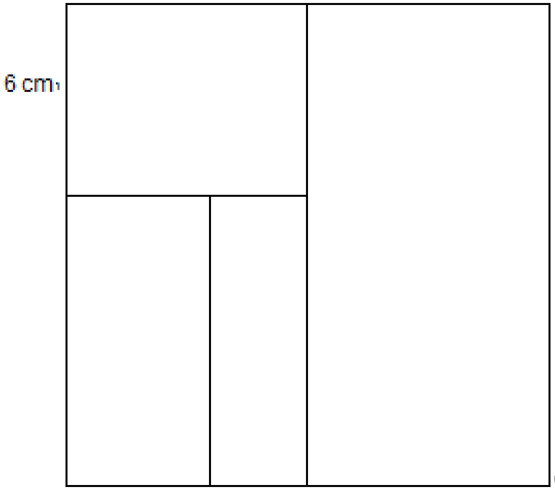
الحوصلة : عند الضرورة و إذا كان التلاميذ قد أضافوا نفس العدد لكل بعد، يؤكد مجددا أن "إضافة نفس العدد في لكل بعد لا يمكن من الحصول على المربكة المكبرة".
نختم بالطرق التي سمحت بالتوفيق:

الطريقة1: استعمال النسب بين أبعاد القطع التي تشكل المربكة (نفس طرق مرحلة 1)إذا لم تكون هذه الطريقة مستعملة فلا تقدم.

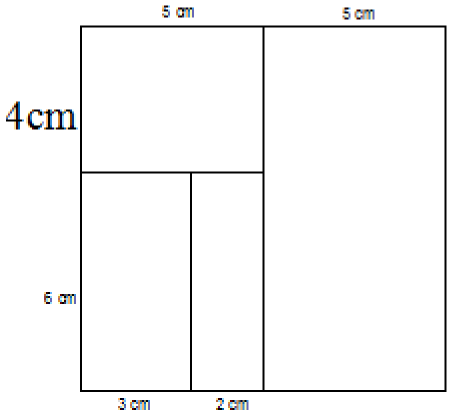
الطريقة2: ضرب كل بعد في نفس العدد وهو 1,7.

إعادة الاستثمار أو تمديد

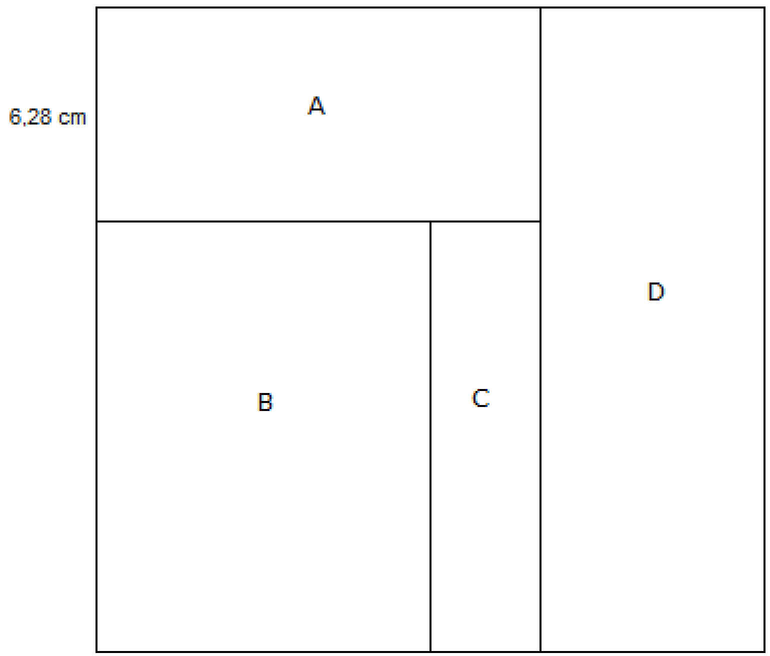
1- أنشئ مثلثا أبعاده: 3 cm، 4cm و5 cm. مع جعل التلاميذ يلاحظون أنه قائم.
يطلب من كل تلميذ إيجاد أبعاد تكبير لهذا المثلث ثم إنشاءه والتحقق من أنهمن نفس النوع.
يطلب نفس النشاط لتكبيرات أخرى لهذا المثلث.
2- اقتراح مربكة مع قطعة لتكبير هذه للمركبة ويطلب صنع القطع الأخرى للتكبير.



ملحق (2)



ملحق (1)



ملحق (3)

7 - 2 التناسبية وتنظيم المعطيات والدوال والإحصاء

7-2-1 التناسبية: إن دراسة هذا المفهوم ممتدة على عدّة سنوات في التعليم الابتدائي وتتواصل في التعليم المتوسط.
في التعليم الابتدائي توظف التناسبية كأداة ولا تُدرّس لذاتها. والغرض هو جعل التلاميذ يستعملون استدلالات بتطبيق مختلف أوجه التناسبية (خواص الخطية، معامل التناسبية) بصفة ضمنية. وفي نهاية هذه المرحلة، ترتبط فكرة التناسبية بإمكانية توظيف بعض الاستدلالات في وضعيات متعلقة بمفاهيم النسبة المئوية والسرعة والمقياس.
وطوال مرحلة التعليم المتوسط، نقوم بالدّراسة الآلية للتناسبية وتطبيقاتها قصد التطوير التدريجي لبعض الكفاءات لدى التلاميذ (مثل: حساب نسبة مئوية، سرعة متوسطة...) التي ستعوض الإجراءات الجزئية والشخصية المستعملة في التعليم الابتدائي.
حتى نتمكن من الإحاطة بالموضوع من مختلف جوانبه نتناول التناسبية في ثلاث أطر مختلفة:
إطار المقادير: استعمال أعداد "ملموسة" مرتبطة بكميات أو قياسات لإعطاء دلالة للأعداد المتدخلة.
إطار عددي: استعمال الإعداد بشكل مجرد.
إطار بياني: استعمال التمثيلات البيانية.

- **سياقات استعمال التناسبية**
  - سياقات متداولة: مشكلات مرتبطة بالبيع والشراء (العلاقة بين الثمن والكمية).
  - وضعيات لنمذجة ظواهر بالتناسبية، مثال: الكتلة واستطالة نابض في الفيزياء. حيث نلجأ إلى التجربة واستعمال مبرهنات.
  - وضعيات تتدخل فيها التناسبية كأداة لبناء مفاهيم أخرى (المقياس، النسبة المئوية، السرعة المتوسطة، ...).

- **أنماط المشكلات المرتبطة بالتناسبية**

يمكن تصنيف المشكلات المرتبطة بالتناسبية إلى مشكلات:

- **التعرف على وضعية التناسبية انطلاقا من معطيات عددية**

مثال:

في المشكلات التالية، حدد المقدارين المتدخلين ثم بين إن كانا متناسبين أم لا؟

المشكلة1: لطبخ وجبة الغداء، استعملت الأم 750g من الرز لـ 3 أشخاص. ما هي الكمية التي يجب طبخها لـ 6 أشخاص.

المشكلة 2: في سن الـ 13 سنة، طول قامة صونية هو 1,30 m. كم يصبح طول قامتها عندما تبلغ 39 سنة؟

- **البحث عن معطيات ناقصة في وضعية تناسبية**

مثال 1: سعر الحلويات متناسب مع عددها.

أتمم الجدول التالي.

عدد الحلويات	6	10		16
السعر (DA)	2100		4550	

مثال 2:

نستعمل خريطة ذات مقياس 1/25000 .

ما هي المسافة الحقيقية بالكيلومتر التي تمثلها قطعة مستقيم طولها 1 cm على الخريطة ؟

ما هي المسافة عل الخريطة بين قريتين تبعدان بـ 24 km ؟

- **مقارنة نسب (مقارنة خليط)**

مثال: إليك كعكتان .

تحتوي الأولى على 400g من الفرينة وعلى 84g من السكر.

وتحتوي الثانية على 600g من الفرينة وعلى 108g من السكر.

أي من الكعكتين أكثر حلاوة؟

- **الانتقال من إطار المقادير أو الإطار العددي إلى الإطار البياني والعكس.**

ينبغي إذن العمل على وضعيات متعلقة بهذه الأنماط في سياقات متنوعة. كما نعمل على اقتراح وضعيات أخرى يكون فيها نموذج التناسبية غير مناسب (استطالة نابض بدلالة الكتلة المعلقة، مساحة مربع بدلالة ضلعه، سعر السفر في سيارة أجرة بدلالة المسافة المقطوعة، ...).

إجراءات الحلّ: في التعليم الابتدائي، تكون المشكلات المتعلقة بالتناسبية مرتبطة أساسا بعمليتي الضرب والقسمة (مثال: سعر 3 كتب الرياضيات هو 3600 DA. كم سأدفع لشراء 6 كتب؟ كم سأدفع لشراء 30 كتابا؟). ونظرا إلى أنّ التحكم في الآليتين يتطلب وقتا فإنّ التلميذ يلجأ إلى إجراءات شخصية لحلّ هذه المشكلات قبل، يستعمل إجراءات "خبيرة".
يمكن ربط إجراءات حلّ مشكلات التناسبية بخواص الدالة الخطية والتي تكون ضمنية في بداية التعلمات:

خاصية التجميع: $f\left(x+y\right)=f\left(x\right)+f\left(y\right)$

خاصية التجانس: $f\left(\lambda x\right)=\lambda f\left(x\right)$

مع اعتبار الحالتين الخاصيتين للمرور بالوحدة (الرجوع إلى الوحدة) والقاعدة الثلاثية (مثال: يتنقل عصفور بنفس السرعة. ويقطع 63 مترا في 3 ثواني. ما هي المسافة التي يقطعها في 4 ثواني؟).

- استعمال تشكيل خطي، نستعمل فيه الخاصتين المذكورتين سابقا.
- استعمال معامل التناسبية
- استعمال تساوي نسبتين
- استعمال تساوي جداءين متصالبين
- استعمال تمثيل بياني.

- **تنظيم التعلمات:** في التعلمات المرتبطة بالتناسبية، تكون المتغيرات التعلمية متمثلة أساسا:

- العلاقة بين الأعداد المعطاة
- طبيعة الأعداد والحساب
- عدد ثنائيات الأعداد المعطاة لتسهيل إبراز معامل التناسبية
- طبيعة الوضعية، إن كانت مألوفة وتسمح بالتصديق على النتائج أو لا.

أما الصعوبات التي يمكن أن تعترض التلاميذ، فيمكن أن تكمن في :

- صعوبات للتعرف على المقادير المرتبطة في الوضعيات
- صعوبة التعرف إن كانت وضعية متعلقة بالتناسبية أو لا.
- صعوبة اختيار إجراء لحل المشكل
- صعوبة في تنفيذ الإجراء.

7-2-2تنظيم معطيات والدوال: إن ضم موضوعي الدوال العددية وتنظيم معطيات في نفس المحور يترجم الإرادة في الارتكاز على وضعيات، تكون مستوحاة من مواد أخرى ومن الحياة اليومية، لتجسيد برنامج الرياضيات لمرحلة التعليم المتوسط.

وتعد التناسبية موضوعا أساسيا في برنامج الرياضيات لضروريتها في فهم كثير من العلاقات بين المقادير الفيزيائية.

هذا الموضوع(التناسبية) لا يعيدنا إلى مفهوم معين، بل يعيدنا إلى حقل مشاكل ناجمة عن مواد أخرى وكذا عن الحياة اليومية، والذي ترتبط به إجراءات حل وأدوات متنوعة جدا.

من وجهة النظر البيداغوجية، يتميز هذا الموضوع بالفترة الممتدة لتعليمه، وكون هذا التعلم، الذي شرع فيه في التعليم الابتدائي، يتواصل طوال فترة التعليم المتوسط. وتكون دراسة التناسبية وتطبيقاتها وكذا مختلف التعلمات المرتبطة بذلك موزعة على السنوات الأربعة.

في التعليم الابتدائي، تناول التلميذ مشاكل ضربية (من النوع: احسب سعر ك شيئا علما سعر ن شيئا)، وتم إدخال مفهومي النسبة المئوية والمقياس من خلال وضعيات ملموسة لغرض أساسي هو التحسيس بالفائدة منهما.

في السنة الأولى من التعليم المتوسط، تقترح على التلميذ نشاطات، بهدف دعم مكتسباته و إبراز بعض الخواص كالخطية ومعامل التناسب). كما ينتظر أن تسمح هذه النشاطات للتلميذ بتعميق كفاءاته حول وحدات القياس وبعض التحويلات.

إن إدراج موضوع " تنظيم معطيات " في البرنامج الجديد يفرضه الحضور المتزايد لمعطيات إحصائية في المحيط الاجتماعي والثقافي للتلميذ، وتعامله مع معطيات إحصائية وعددية في شكل جداول ومخططات وبيانات في مواد أخرى، وبالخصوص في الجغرافيا والعلوم الطبيعية والتكنولوجية، ويهدف هذا الإدراج أساسا جعل التلميذ متمكنا من وضع كشوفات إحصائية في شكل جداول ومخططات وبيانات وكذلك قراءتها وتحليلها قصد استخلاص معلومات .

7-2-3 تعابير إحصائية: يمثل مجال الإحصاء في برنامج السنة الرابعة حلقة وصل بين المرحلة المتوسطة والمرحلة الثانوية، وعلى هذا الأسس ينبغي العمل على تدقيق وتصحيح بعض المفردات بما يضمن الانسجام بين المرحلتين.

مثال: للالتحاق بمتوسطة "مولود فرعون" : 209 تلميذا يستعملون النقل العمومي.

284 تلميذا يأتون راجلين.

92 تلميذا يأتون في سيارات أوليائهم.

نسمّي **مجتمعا إحصائيا** مجموعة **الأفراد** الذين تخصّهم **الدراسة الإحصائية**.

في المثال السابق، يشكلّ تلاميذ متوسطة "مولود فرعون" المجتمع الإحصائي، أفراده تلاميذ هذه المتوسطة والدراسة الإحصائية تتمثل في كيفية التحاق التلاميذ بالمتوسطة (طبيعة النقل المستعمل).

نسمّي **التكرار الكلّي (المطلق)** للسلسلة المعتبرة عدد عناصر هذه السلسلة.

في هذا المثال، عناصر السلسة هي عناصر هذا المجمع والذي يتمثل في تلاميذ المتوسطة المذكورة : $585 = 92 + 284 + 209$.

نسمّي **متغيرا إحصائيا** أو **ميزة إحصائية** الشيء الذي تخصّه الدراسة الإحصائية والذي يشتمل عدة أنواع مختلفة، حيث يأخذ كلّ فرد من المجتمع المدروس نوعا واحدا فقط من هذه الأنواع.

ونسمّي **سلسلة إحصائية** مجموعة نتائج الدراسة الإحصائية.

في هذا المثال، المتغيّر الإحصائي هو طبيعة النقل المستعمل.

نسمّي **التكرار** المرفق بنوع معين للمتغيّر الإحصائي عدد مرّات ظهور هذا النوع.
في هذا المثال، تكرار التلاميذ الذين يستعملون النقل العمومي هو 209.
نسمّي **التواتر** (أو **التكرار النسبي)** المرفق بنوع معين للمتغيّر الإحصائي حاصل قسمة تكرار هذا النوع على التكرار الكلي.
في هذا المثال، تواتر التلاميذ الذين يستعملون النقل العمومي هو $\frac{209}{585}$ ويُعبّر عن هذه النتيجة بعدد عشري أو بنسبة مئوية.

نقول عن ميزة إنّها **كمّية** عندما تكون ممثّلة بعدد: العمر، المسافة، المدة، العلامة هي ميزات كمّية.
ونقول عن ميزة غير كمّية إنّها **نوعية:** الجنس، اللّون، الشهادة هي ميزات نوعية.
نقول عن ميزة كمّية إنّها **متقطعة** عندما لا تأخذ إلا قيما معزولة: عدد تلاميذ قسم معين، عدد الولادات خلال شهر في عيادة، العلامة المدورة إلى نصف نقطة هي ميزات كمّية متقطعة.
نقول عن ميزة كمّية إنّها **مستمرّة** عندما يمكنها أن تأخذ كلّ القيم المحصورة بين أيّ قيمتين من هذه السلسلة: المسافة من البيت إلى المتوسطة، قامات تلاميذ، درجة الحرارة هي ميزات كمّية مستمرّة.

عندما تكون قيم الميزة الإحصائية مرتبة ترتيبا تصاعديا، نسمّي:
التكرار المجمّع الصاعد لقيمة (أو لفئة) مجموع تكرار هذه القيمة وتكرارات القيم (أو الفئات) الأصغر منها.
التكرار المجمّع النّازل لقيمة (أو لفئة) مجموع تكرار هذه القيمة وتكرارات القيم (أو الفئات) الأكبر منها.
كما نعرّف بنفس الكيفية **التواتر المجمّع الصاعد** أو **النازل** لقيمة (أو لفئة).

7 - 3 الحساب الحرفي

7-3-1 من الحساب العددي إلى الحساب الجبري: إن الحساب الجبري من المحاور الهامة للتعليم المتوسط وهو أيضا من المستجدات بالنسبة إلى التلميذ القادم من التعليم الابتدائي. فتعلّمه هو من النقط الحساسة في تعليم الرياضيات في المتوسط.
إذا كان التحكم بكفاية في الحساب العددي يسمح للتلميذ بحل مشكلات تتطلب كفاءات حسابية، فيعتبر أيضا بمثابة مكتسبات قبلية ضرورية لتحويل وتوسيع الكفاءات المكتسبة على العبارات العددية إلى المجال الجبري.
ويتعلق الأمر بجعل التلاميذ ينتقلون تدريجيا من الحساب العددي إلى الحساب الجبري. ومرافقة التلميذ في هذا التعلّم يتطلب من الأستاذ عملا متوصلا ومتجددا عبر السنوات على العبارات الجبرية وإدراك رمز"=" وكذا مختلف معاني الحروف.
وتنظم هذه التعلّمات كما يلي:
في السنتين الأولى والثانية من التعليم المتوسط، يتم التحضير للحساب الجبري ومقاربته بتغيير كتابات عبارات عددية، واستعمال الأقواس وفهم عبارة تشمل حروف وحلّ معادلات بسيطة واستعمال قوانين (محيطات، مساحات، حجوم...).
في السنة الثالثة والسنة الرابعة، المطلوب هو التعلّم التدريجي والمتجدد للحساب حول الكتابات الكسرية، والنسب والتناسبات والجذور والحساب الجبري الفعلي مع تغييرات للعبارات الجبرية، والمتطابقات الشهيرة وحلّ معادلات والدوال الخطية والتآلفية.

- **معاني الحرف:** في التعليم الابتدائي وفي بداية التعليم المتوسط، يستعمل الحرف للترميز إلى وحدة قياس (m ; l ; h) ولتعيين كائن محدد (النقطة M، المستقيم d) كما يستعمل لتعيين مقدار في قانون قصد الاختصار كما في القانون $A = L \times l$, ، حيث نعني بالحرف A المساحة وبالحرف L الطول وبالحرف l العرض. في التعليم المتوسط، يأخذ الحرف معاني جديدة غالبا ما تكون ضمنية بالنسبة إلى التلاميذ.

- معنى متغير

من بداية التعليم المتوسط، تصادفنا وضعيات يأخذ فيها الحرف معنى المتغير كما في حالة استعمال قوانين. عندما تكون قيمة بعض الحروف متعلقة بالقيم التي تأخذها حروف أخرى. من الممكن إذن العمل على تدريب التلميذ على مثل هذه المشكلات خاصة أنها مناسبة جدا للاستعانة بمجدولات.

- معنى مجهول

نعني بحلّ معادلة إيجاد كلّ القيم التي، إذا عوضنا بها المجهول، نحصل على مساواة صحيحة.
وحتى يكون مفهوم حلّ معادلة واضحا لدى التلاميذ، ينبغي التساؤل حول معنى التساوي الذي ألفه التلاميذ إلى حد الآن.

مثال: يمكن توسيع وضعية عدد البلاطات المظللة إلى طرح مشكل تعيين عدد البلاطات على ضلع المربع حتى يكون عدد البلاطات المظللة هو 112 مثلا.

- معنى غير معين

الحرف لا يمثل أعدادا معينة، بل أعداد كيفية كما في المتطابقات مثل $k(a + b) = ka + kb$ أين تكون المساواة صحيحة عامة. من الضروري الإشارة إلى ذلك من دون التطرق إلى المكممات بشكل يكون من متناول التلاميذ، مثل أن نقول:

من أجل كل القيم المعطاة للحروف a ، b و k ، لدينا: $k(a + b) = ka + kb$

في وضعية البلاطات المظللة، توجد عدة عبارات تسمح بحساب عدد البلاطات المظللة، نقول أنّ هذه العبارات **متكافئة**. نتحقق من هذا التكافؤ باستعمال قيم عددية قبل البرهان عن صحته بالحساب الحرفي. وفي تلك الكتابات المتكافئة، الحرف n له معنى كمية غير معينة فهو يمثل عددا كيفيا.

- معنى وسيط

يمثل الحرف كمية يفترض أن تكون معلومة بالنسبة إلى حروف أخرى يمكن أن يكون لها معنى المتغير كما في حالة تعريف دالة خطية $f : x \mapsto ax$ أو معنى مجهول كما في حالة معادلة $ax + b = 0$ أو معنى كمية غير معينة كما في حالة عبارة من الدرجة الأولى $y = ax + b$ مثلا.

- معاني التساوي

يستعمل الرمز " = " بمعاني مختلفة طيلة تمدرس التلميذ:

- للإعلان عن نتيجة
- تساوي ضمن شروط : معادلات
- تساوي صحيح دائما: المتطابقات
- رمز للتعيين، كما في حساب $a + 2b$ من أجل $a = 1,3$ و $b = 0,7$.

7-3-2 التعلمات المرتبطة بالحساب الحرفي

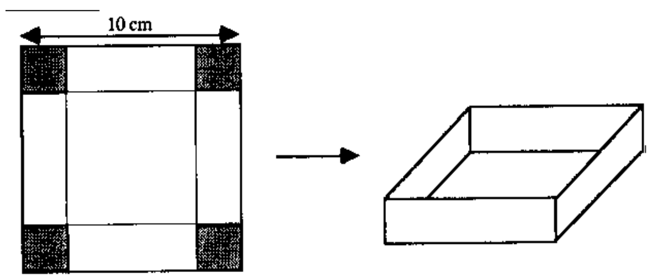
- **القوانين وإدخال الحروف:** يمثل إنتاج قوانين أو دساتير أولى التعلمات المرتبطة بالعبارات الحرفية.

في المثال المذكور أعلاه والمتعلق بحساب عدد البلاطات المظللة، يمكن أن يستعمل التلميذ إجراءات مختلفة تنتج عنها عبارات متنوعة ومتكافئة. كلّ عبارة حرفية هي ترجمة لطريقة حساب عدد البلاطات المستعملة من طرف التلاميذ.

حل مشكل جبريا: يتميّز حلّ مشكل جبريا بالمراحل التالية:

- ترجمة المشكل بمعادلة والذي يقتضي تعيين مقدار يمكن أن نعبّر عنه بكيفيتين.
- حلّ المعادلة
- الإجابة عن السؤال المطروح في سياق المشكل

مثال: باستعمال صفيحة من الورق المقوى مربعة، ضلعها 10 cm وبقص من كلّ ركن منها مربع كما في الشكل نحصل على علبة متوازية المستطيلات دون غطاء.
ما هو ضلع المربع الذي يجب قصه من كل ركن حتى يكون حجم العلبة $72\ cm^3$ ؟



- **جانبا عبارة جبرية: الجانب الهيكلي والجانب الاجرائي**

في التعلمات المرتبط بالعبارات الجبرية، ينبغي العمل على تمييز الجانبين المختلفين لنفس العبارة الجبرية:

- فإما أن يتعلق الأمر بالقيام بسلسلة عمليات قصد الوصول إلى نتيجة بإعطاء قيم عددية للحروف، فالأمر يرتبط بالجانب الإجرائي للعبارة.
- وإما أن نعتبر العبارة ككائن رياضي يسمح بالقيام بحسابات أخرى (اختصار، نشر، تحليل، ...).

- **الحساب الحرفي والبرهان**

يسمح الحساب الحرفي بالبرهان على صحة نتائج متعلقة بالأعداد الطبيعية وبالخصوص تلك المرتبطة بقابلية القسمة، كما يسمح بالبرهان على صحة بعض القواعد المرتبطة بالكتابات الكسرية.

7 - 4 الهندسة وتعلّم الاستدلال والبرهان

7-4-1 الهندسة: كل الأنشطة المنجزة في الهندسة في التعليم الابتدائي والمتعلقة بالوصف وإنجاز مثيلات الأشكال والصنع تأخذ بعين الاعتبار النمو النفسي- المعرفي للتلميذ. وهو في هذه المرحلة يدرك الأشكال بصفة إجمالية، ولا يرى أولوية الخواص ولا الارتباطات بينها في شكل استنتاجي.

في التعليم المتوسط لا يقتصر تعلّم الهندسة على تطوير البعد الإدراكي لدى التلميذ والاستعمال الوجيه للأدوات الهندسية فحسب، بل يتعداها إلى الشروع في تعلّم هندسة استنتاجية تعتمد على التعاريف والخواص ... إلخ وذلك بتمديد العمل على الاستدلال وتعلّم البرهان.

وعلى هذا الأساس ينبغي أن يُكَمَّلَ الإدراك الإجمالي للأشكال عن طريق الملاحظة بتمييزها بالخواص وذلك من بداية التعليم المتوسط، ليكون الانتقال بالتلميذ من هندسة ملاحظاتية أو أداتية إلى هندسة استنتاجية تدريجيا. وحتى نضمن ذلك يجب أن يدرك التلميذ حدود الملاحظة أو الأداة وهذا بالعمل، طوال فترة تمدرسه، على جعله يطرح إشكالية صحة النتائج التي يتحصل عليها عن طريق الملاحظة أو استعمال الأداة ويعي أن هذا لا يسمح له باستخلاص حقائق، ولكن قد يساعده على وضع تخمينات ينبغي تأكيدها فيما بعد باستعمال معطيات ومعارف مؤسسة.

وعليه ينبغي اقتراحأنشطة على التلميذ تسمح لهم:

- بإدراك محدودية القياس لأجل الاستنتاج.
- وضرورة الانتقال من هندسة أداتية أو هندسة ملاحظاتية إلى هندسة استنتاجية.
- الإحساس بضرورة البرهنة.

7–4-2 لماذا الهندسة في التعليم المتوسط؟

يرتكز ميدان الهندسة أساسا على أشياء (نقط، مستقيمات، مضلعات، ...) وعلاقات (تعامد، توازي، ...) ما يجعل تعرّف التلميذ عليها والتحكم فيها ضروريان في مرحلة التعليم المتوسط، إلاّ أنّ هذا ينبغي أن يكون من خلال معالجة مشكلات تستدعي أشياء رياضية أو إجراءات تتطلب استعمال الأدوات الهندسية أو اللجوء إلى خواص مرتبطة باستدلالات.

ويمكن تنظيم ميدان الأنشطة الهندسية كما يأتي:

- **الأشياء:**
  - نقطة، مستقيم، نصف مستقيم، قطعة....
  - مضلعات
  - دائرة
  - أشعة
- **العلاقات:**
  - الاستقامية
  - زاوية قائمة، مستقيمان متعامدان
  - مستقيمان متوازيان
  - زوايا وعلاقات مترية
- **المقادير** (أطوال، مساحات، حجوم)
- **التحولات**
- **الهندسة في معلم**
- **الهندسة في الفضاء**

7.4.3 إنشاء أو رسم: ينبغي تمكين التلميذ، منذ بداية التعليم المتوسط، من التمييز بين الرّسم والإنشاء، وجعله يدرك المنتظر منه عمله أمام كل مهمّة منهما.

الرّسم مهمّة أداتية بحتة، تتمثّل في إنجاز شكل باليد الحرّة أو الأدوات، وأيا كانت الإجراءات المستعملة فإنّ تبريرها غير مطلوب، المهم هو الحصول على شكل صحيح يحقق الشروط وفي الرسم قد يلجأ التلميذ إلى المحاولة والتعديل.
الإنشاء هو إنجاز شكل يحقق شروط معيّنة، وفق إجراءات مبنيّة على خواص الشكل المطلوب والشروط، بحيث يكون شرح الإجراءات المستعملة وتبريرها بنفس أهمية الشكل الناتج، وهي مهمّة تجري في مرحلتين، أولاهما مرحلة التحليل التي عادة ما تكون على شكل منجز باليد الحرّة وعلى هذا الشكل يتم البحث والتعرّف على الشروط المتعلّقة بخواصه واللازمة لإنجازه. عندما تحدّد هذه الشروط تأتي مرحلة التركيب وإنجاز الشكل المطلوب.
من خلال حل مشكلات الإنشاء يدرك التلاميذ أهمية مرحلة التحليل، ويتمثّل نشاطهم فيها في:

- تكوين صورة ذهنية للشكل المطلوب ورسمه باليد الحرّة.
- استعمال التشفير المناسب.
- التعرّف على خواص الشكل، وتحديد الوجيهة منها.
- تحديد إجراءات التركيب المناسبة.

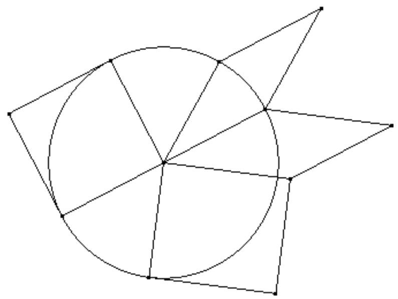
إنّ استعمال برمجيات الهندسة الحركية مناسبة فعالة تسمح للتلاميذ بإدراك الفرق بين رسم شكل وإنشائه، وذلك عند تحريك بعض عناصر الشكل.

7–4-4 أنواع المشكلات في الهندسة

1) التعرُّف

- **انطلاقا من اسم شكل مستوي أو مجسم**

مثال:

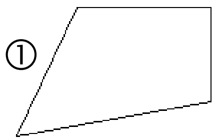


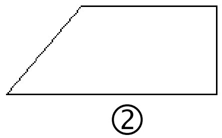
تمعّن جيِّدا في الشكل المرفق.
لوِّن أضلاع معين من هذا الشّكل.
لوِّن أضلاع مربّع من هذا الشّكل.

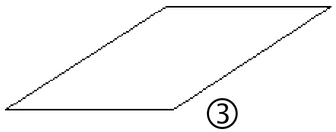
- **انطلاقا من وصف شكل مستوي أو مجسم**

مثال:

جدْ المضلع الموافق للوصف في كل مما يأتي:





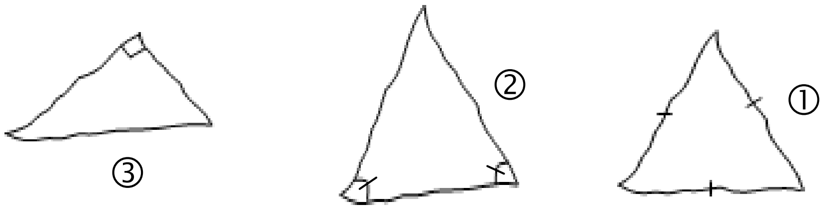


له ضلعان متوازيان وضلعان غير متوازيين ....
فيه كل ضلعين متقابلين متوازيين ....
له زاوية قائمة واحدة ....

- **انطلاقا من رسم مشفر**

مثال:

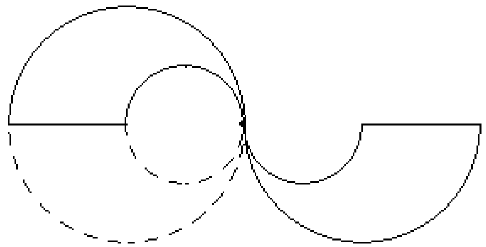
الأشكال المرفقة مرسومة باليد الحرّة، لاحظ تشفير كل منها وأعط طبيعته



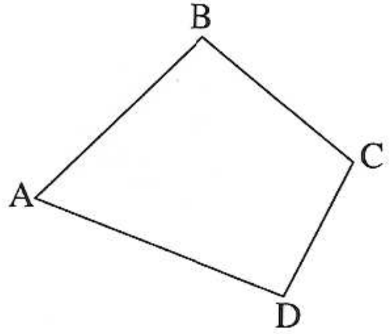
2) النقل (إنجاز مثيل مطابق) شكل مستوي أو مجسم.

مثالان:

1) استعمال المعلومات اللازمة حول الشكل المرفق لنقله على ورقة غير مسطّرة



2) انجاز مثيلا مطابقا للرباعي باستعمال المدور ومسطرة غير مدرّجة.



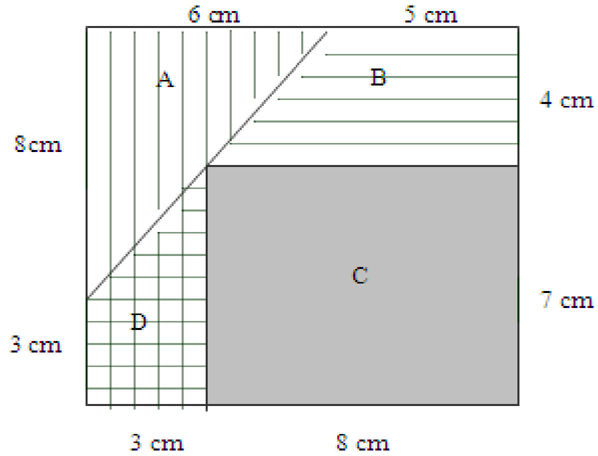
3) تكبير/تصغير شكل مستوي أو مجسم

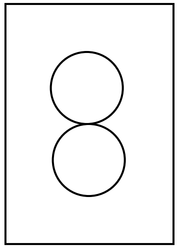
مثالان:

1) يمثل الرسم المقابل طابعا بريديا مستطيل الشكل بعداه 26mm و16mm.

الرقم ثمانية المرسوم داخل هذا الطابع له نفس محاور التناظر مع الطابع البريدي ويتشكل من دائرتين قطر كل منهما 10mm. أنجز تكبيرا لهذا الرسم على كراسك بضرب كل الأبعاد في 5

2) كبّر الشكل المرفق بحيث الضلع الذي طوله 4 cm يصبح طوله 6 cm على الشكل المكبر.





4) إنشاء، إتمام شكل مستوي أو مجسم

- **انطلاقا من برنامج إنشاء**

مثال: ارسم دائرة مركزها O ونصف قطرها $3cm$

ارسم لها قطرين متعامدين ، سمّيهما $[AB]$ و $[CD]$.

ما طبيعة الرباعي $ACBD$ ؟

- **انطلاقا من وصف**

مثالان: ABC مثلث قائم في A ومتساوي الساقين، و DBC مثلث متقايس الضلاع حيث A و D من جهتين مختلفتين بالنسبة إلى $[BC]$.

ارسم شكلا مناسبا، وعيّن قيس الزاوية ABD.

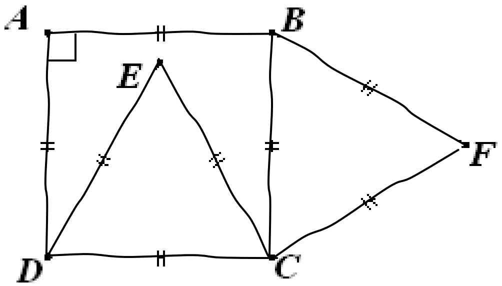
1) ارسم قطعة مستقيم $[OA]$، وأنشئ النقط B، C، D بحيث $ABCD$ مربع مركزه O.

- **انطلاقا من رسم مشفر**

مثال:

أنشئ بدقّة الشكل المرفق

هل النقط A، E، F في استقامية ؟



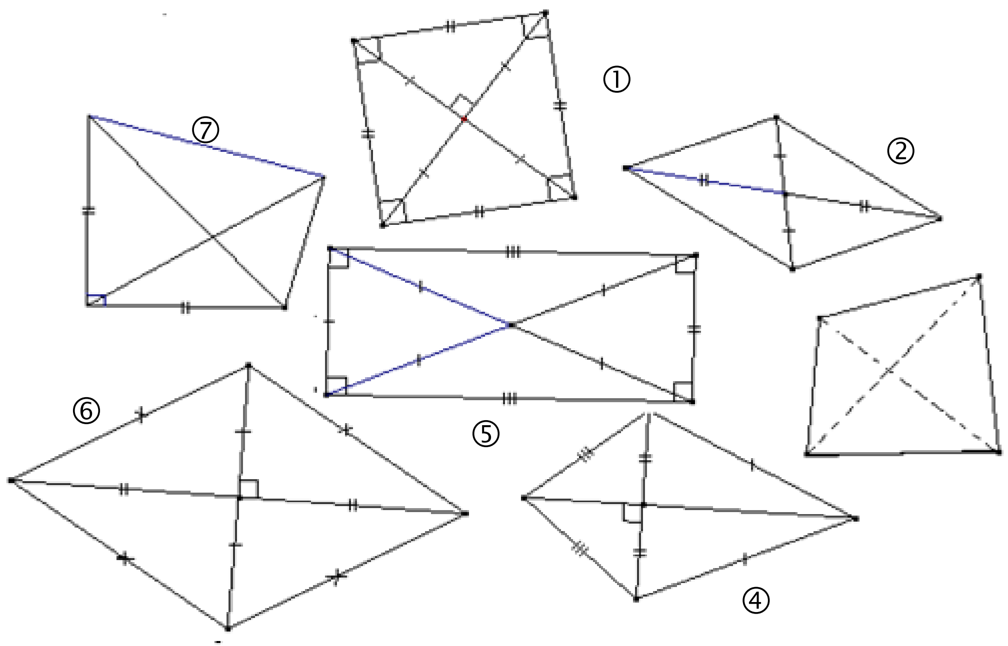
5) وصف شكل مستوي أو مجسم.

•للتعرف عليه

مثال: "لعبة الوصف": يختار قائد اللعبة (أستاذ أو تلميذ) شكلا من بين الأشكال المرفقة أدناه يخفيه ويطلب من التلاميذ طرح أسئلة كتابيا لاكتشاف الشكل المختار.

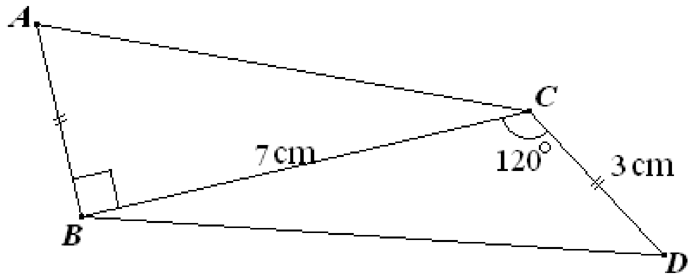
ينبغي أن لا تحتوي الأسئلة على إرشادات حول اسم (1، 2 ، 3 ...) أو نوع الأشكال(مربع، معين...) أو تخطيط ولا الكلمات : فوق، تحت، يمين يسار، بين.

قائد اللعبة يُجيب فقط بـِ: "نعم" أو "لا" ويطلب إعادة صياغة السؤال الذي لا يستطيع أن يجيب عليه.



- **للسماح لشخص آخر برسمه**

مثال:اكتب برنامج إنشاء يسمح لشخص آخر إنجاز الشكل المرفق



6) تمثيل شكل مستوي أو مجسم

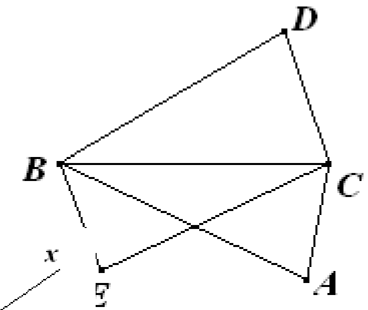
مثال: موشور قائم ارتفاعه $8cm$، قاعدته مربّع طول ضلعه $3cm$. ارسم تمثيلا لهذا الموشور بالمنظور المتساوي القياس بحيث أحد أوجهه الجانبية مقابلا للناظر وبالأبعاد الحقيقية.

7) التبرير، ..، البرهان

- **تبرير نتيجة معطاة**

مثال:

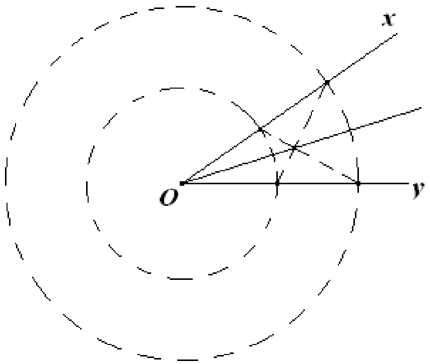
النقط I، J، K مراكز الدوائر المحيطة بالمثلثات ABC، DBC، EBC على الترتيب.
لماذا يمكن التأكيد أنّ النقط I، J، K في استقامية ؟



- **تبرير إنشاء معطى**

مثال:

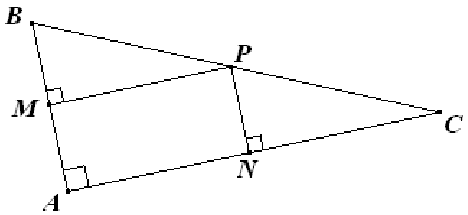
xoy زاوية، برّر لماذا الإنشاء المقابل يسمح بالحصول على منصف الزاوية xoy.



- **تبرير نتيجة بعد تخمينها**

مثال:

أين نضع النقطة P حتى يكون الطول MN أصغر ما يمكن ؟



- **برهان نتيجة معطاة**

مثال:

$ABCD$ متوازي أضلاع، M منتصف $[AB]$ و N نظيرة D بالنسبة
برهن على أنّ B متصف $[CN]$.

7–4-5 الاستدلال والبرهان: بنيت برامج التعليم المتوسط على كفاءات ينتظر تحقيقها من خلال حل مشكلات، ونشاط حل المشكلات يستدعي عدّة مهام، ينجزها التلميذ، ترتكز أساسا على ما يقوم به من استدلالات وتتمثل في: - فهم المشكل (قراءة، ترجمة، ...).

- تخمين نتيجة.
- التجريب على أمثلة.
- التعليل.
- تحرير حل.
- تصديق نتائج.
- التبادل (التبليغ) حول الحل.

لذا يجب استغلال كل الفرص لتدريب التلاميذ على الاستدلال وتطوير قدراتهم على تقديم تخمينات وتبرير أجوبتهم والتعليلوتصديق أو عدم تصديق قضايا. ولا يتعلق الأمر بطبيعة الحال بمطالبة التلاميذ بتقديم (خطاب) رياضي صارم من البداية، إذْ سيأتي هذا تدريجيا، لكن ينبغي التمييز بين مرحلتين: أولاهما، وهي الأهم، وتتمثل في البحث وإنتاج حل، والثانية تنظيم وتحرير ما تم التوصل إليه.

ومن الأهمية أن نميّز بين الشرح والاستدلال والبرهان.

الشرح يكون من جهة المتكلم ويهدف إلى جعل نتيجة، مصدّقة من قبل المتكلم، مفهومة من طرف الغير.

الاستدلال كل انتقال من حكم إلى آخر من خلال مبادئ محددة للوصول إلى نتيجة أو خلاصة.

البرهان هو الاستدلال الذي نقر من خلاله حقيقة إثبات ما.

يمكن التمييز بين نوعين من الاستدلال في الميدان العلمي، وهما:

- **الاستقراء**، ويتمثل في الانتقال من معرفة حالات خاصة إلى القوانين (أو الخواص) التي تنظمها، من خلال دراسة عدّة أمثلة متجانسة.
- **الاستنتاج**، ويتمثل في النَّص، انطلاقا من قضية أو عدة قضايا تعتبر مقدّمات، على قضية هي النتيجة الحتمية.

يمكن للأستاذ ملاحظة فيما إذا كان التلميذ يستدل أو لا، سواء كان المنتوج مكتوبا أو شفهيا، كما يمكنه تحديد نوع الاستدلال المستعمل ومنه مساعدة التلميذ على تطوير هذه الكفاءة.

البحث عن برهان وإنتاجه في الهندسة (هناك استراتيجيتان)

الاستراتيجية الأولى: تسلسل إلى الأمام

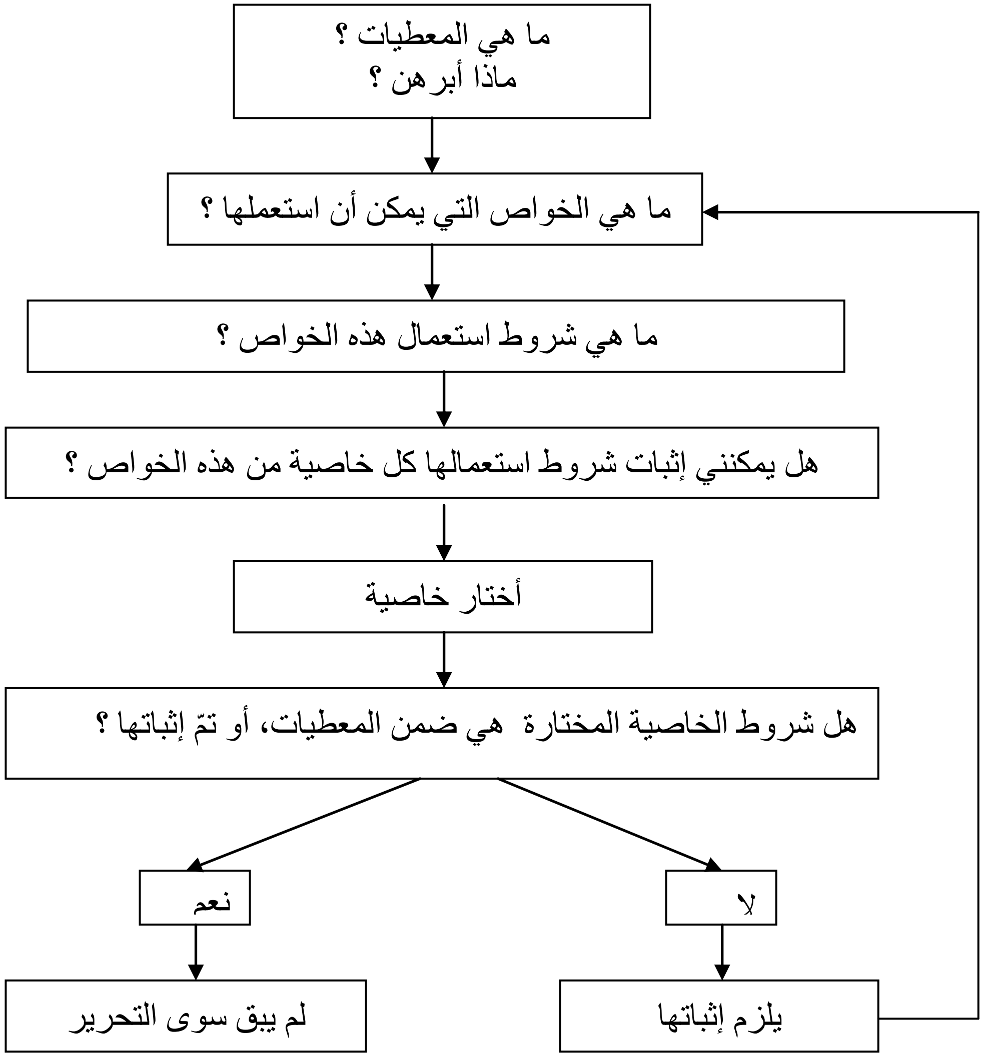
- ننطلق من المعطيات ونحاول استخلاص نتائج باستعمال الخواص الهندسية.
- تسمح هذه الاستراتيجية، في غالب الأحيان، باستخلاص عدّة نتائج، ولكنّننا لسنا متأكدين من أنّ إحداها يؤدي إلى حل المشكل.

الاستراتيجية الثانية: تسلسل إلى الخلف

- ننطلق من المطلوب ونحدّد قائمة الخواص الهندسية التي تؤدي إلى هذا المطلوب.
- نعيّن، من أجل كل خاصية، شروط استعمالها، كما نحدّد فيما إذا كان الشكل الموافق لها موجود في الرسم المنجز، ما يسمح باختيار خاصية من بين هذه الخواص.
- بعدها، يلزم إثبات شروط استعمال الخاصية المختارة، إذا لم تكن معطى من المعطيات.

• لإثبات شرط (أو شروط) الخاصية المختارة، يمكن استعمال التسلسل الخلفي من جديد، أو الارتكاز على بداية التسلسل الذي يمكن وضعه في بداية البحث (تسلسل إلى الأمام).

عادة ما نزاوج بين التسلسل إلى الأمام والتسلسل إلى الخلف، يظهر الأول مع تشفير الشكل أو النتائج المستنبط مباشرة من النص، أو الشكل، ويكون الثاني لجرد مختلف الطرائق للوصول إلى المطلوب. لكن في التحرير نستعمل التسلسل إلى الأمام فقط.
المخطط الآتي يوضح التسلسل إلى الخلف



7 . 4.6 التدريب على الاستدلال والبرهان: يعتبر تعلّم الاستدلال الاستنتاجي والبرهان من الأهداف الأساسية للتعليم المتوسط، ويمنح ميدان الأنشطة الهندسة أنسب فرصة لتحقيق ذلك.
حيث يشرع التلميذ بدءا من السنة الأولى في التدرّب على الاستدلال بصفة تدريجية وذلك من خلال التطرق إلى بعض الأنشطة التمهيدية ليواصل في السنوات التالية هذا التدرّب مع البدء في تعلّم البرهان الذي سيستمر خلال السنة الرابعة وبداية المرحلة الثانوية. إن ممارسة الاستدلال الاستنتاجي وكذا تعلّم البرهان يجب ألا يكون نشاطا خاصا أو مناسباتيا بل يجب يكون انشغالا دائما للتلميذ والأستاذ ويمارس من خلال الأنشطة المختلفة لمجالات المادة.
إن الانتقال من هندسة الملاحظة إلى الهندسية الاستنتاجية يتطلب انقطاعا في نمط استدلال التلميذ .كما أن الصعوبات المتعلقة بتعلّم وتعليم البرهان متعددة ومتنوعة وهي صعوبات تواجه التلميذ والأستاذ على السواء:

- **صعوبات التلاميذ:** تتمثل بعض هذه الصعوبات في:

1. **الانطلاقة** تكمن هذه الصعوبات في: - عدم معرفة الإطار والإجراءات المستعملة في البرهان.
   - كيفية استغلال الأدوات المتوفرة في النصّ وفي الشّكل، وكذا معارفهم الخاصة.
2. **البحث:** عند البحث عن برهان، لا يعرف التلاميذ، في غالب الأحيان من أين وكيف يبدؤون، ولا يملكون منهجية البحث. كما يجدون صعوبات في استغلال الأدلة التي يوفرها النص والشكل.
3. **الصياغة(التحرير)**بعد مرحلة البحث، كثير من التلاميذ يجدون صعوبات في صياغة أفكارهم بصفة منسجمة وتكمن هذه الصعوبات خاصة في متابعة واحترام إطار الاستدلال الاستنتاجي (معطيات مبرهنة، خلاصة) وفي استعمال المصطلحات والتعابير الملائمة وأيضا في تنظيم القضايا المُشكّلة لنصّ البرهان.

- **صعوبات الأساتذة:** هذه الصعوبات هي من النوع التعليمي وتتمثل في:

- نقص المعالم التي يجب إعطاؤها للتلاميذ: إن أغلبية البراهين تعطى دون شرح الإطار والإجراءات والعناصر المشكلة لها. هذه العناصر غالبا ما تكون ضمنية ولا يمكن لكلّ التلاميذ فهمها واستيعابها.
- نقص الأنشطة الوجيهة التي يمكن اقتراحها للتلاميذ: في غالب الأحيان، يُعلّم البرهان في وقت واحد دون الأخذ بعين الاعتبار صعوبات التلاميذ المذكورةأعلاه. كما لا تعطى أنشطة ملائمة للتلاميذ ليدركوا من خلالها هذه الصعوبات والقدرات والكفاءات المستهدفة.
- اختيار التوزيع(الملائم) لتعليم البرهان: يكون هذا الاختيار صعبا نظرا إلى كثافة الكفاءات المتعلقة بالبرهان وإلى التباين في المكتسبات القبلية للتلاميذفي هذا الميدان.
- عدم تشخيص الصعوبات التي تواجه التلاميذ في هذا الميدان يُصعّب للأستاذ اقتراح التعديلات المناسبة.

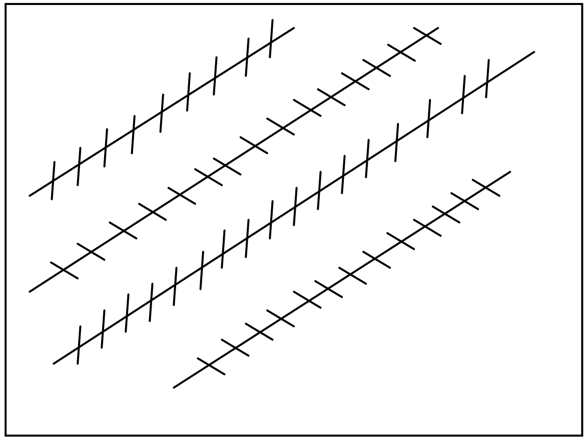
وقصد مساعدة التلاميذ والأساتذة على تخطئ كل هذه الصعوبات، فمن الضروري التدرب والعمل على الأنشطة التي تسمح بجعل التلميذ يدرك المراحل المختلفة التي يجب اجتيازها لتأسيس مبادئ الاستدلال الاستنتاجي ومنه تعلّم البرهان في الرياضيات.

- **المرحلة الأولى: جعل التلاميذ يدركون ضرورة البرهان**

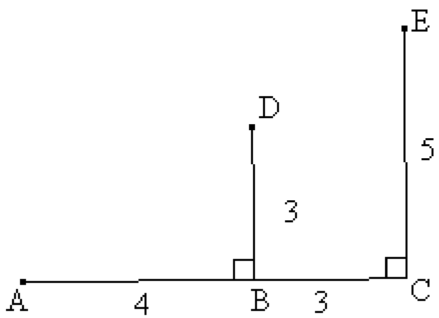
عندما نقول " نرى..." أو "يبدو ..." أو " أقيس ..."، فإننا نضع تخمينا. ينبغي أن نعلم أنّ:

- القياس يعطي دائما نتيجة تقريبية.
- لا يمكن تأكيد صحة نصّ بملاحظات مرئية على رسم.

مثال: هل الخطوط الكبيرة في الشكل المرفق متوازية ؟



ينبغي إذن العمل على تحسيس التلميذ بضرورة البرهان،
ويمكن تحقيق ذلك من خلال أنشطة، مثل:
- مشكلة أو شكل يُطلب انجازه يؤدي إلى وضع تخمين خاطئ
نحسس التلميذ بذلك على عدم الوثوق بالملاحظات المُسجلة على الشّكل.



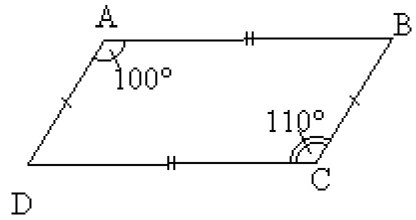
مثال: وحدة الطول هي السنتيمتر.

1. أنشئ الشّكل التالي باحترام الأبعاد المقترحة.

2. هل النقط A ،D ،E على استقامة واحدة ؟

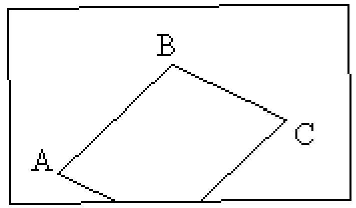
- مشكلات الإنشاءات الهندسية

مثال: هل يُمكن رسم الرباعي ABCD بالمعطيات المفروضة ؟



- مشكلات مفتوحة

ABCD متوزاي أضلاع أنشئ المستقيم (BD) دون الخروج من الإطار.

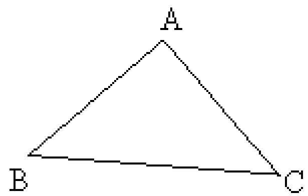


- **المرحلة الثانية:العمل على المعلومات**

يُمثل العمل على المعلومات إحدى المراحل الأساسية التي تسمحبالانتقال من هندسة الملاحظة إلى الهندسية الاستنتاجية.
توجد عدة أنواع من الأنشطة التي تساعد هذا الانتقال:

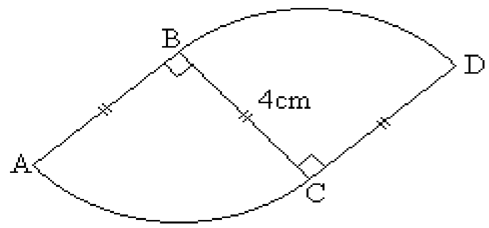
- سرد قائمة المعطيات الموجودة في نصّ.

مثال1: ABC مثلث قائم في A . الضلعان [AB] و [AC] لهما نفس الطول. ضع هذه المعلومات على الشكل المرفق



مثال 2:

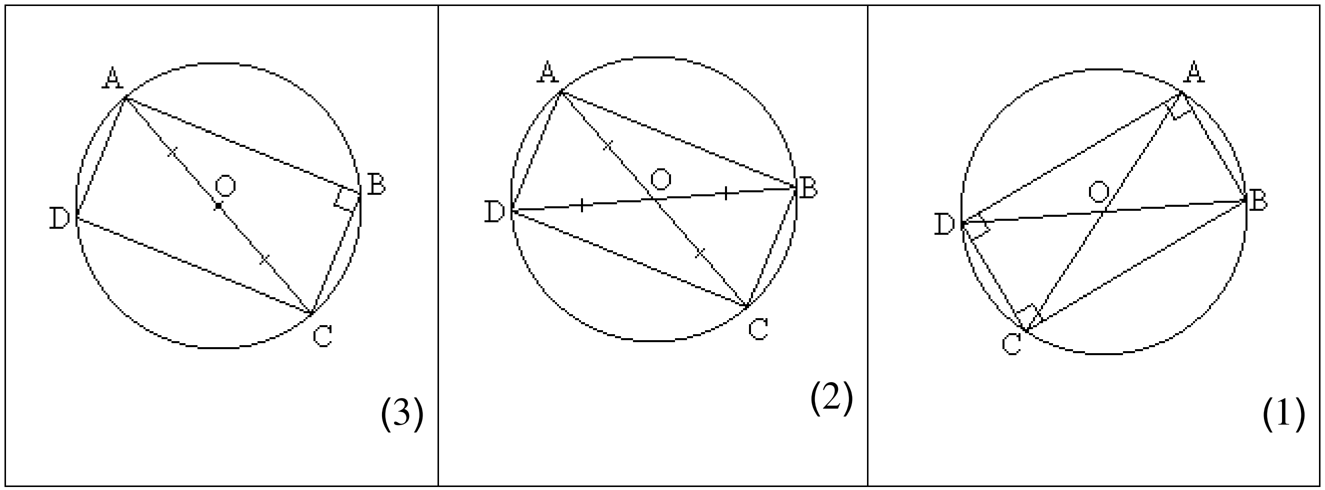
أنجز مثيلا للشّكل التالي:



- قراءة شكل مُشفّر

مثال: A ،B ،C ،D هي 4 نقط من دائرة.

عيّن معطيات كلّ شكل من الأشكال الثلاثة الآتية:



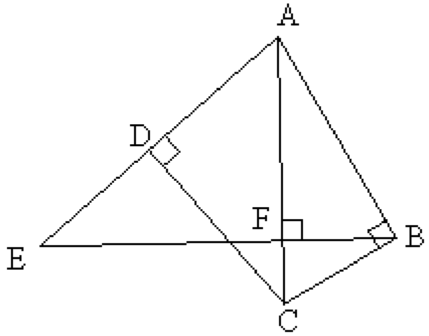
- الانتقال من نصّ إلى شكل والعكس.

مثال 1:

أرسم مثلثا ABC قائما في B بحيث $AB = 5cm$ و $\widehat{B} = 35°$

مثال 2:

أكتب نصا يسمح بإنشاء الشّكل التالي:



- كتابة برنامج إنشاء.

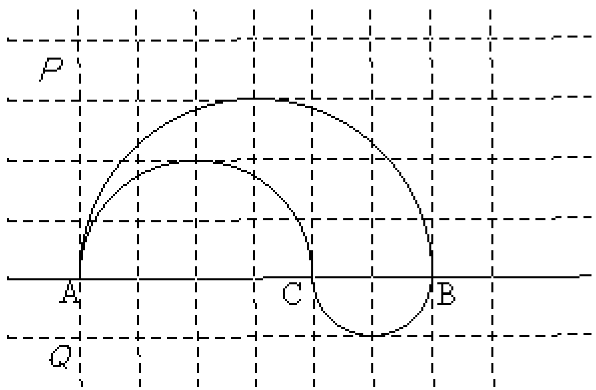
مثال:

يمثل الرسم التالي شكلا منشئا بالمدور.

النقط A ، B ، C معطاة.

المستقيم (AB) يجزئ المستوي إلى نصفي مستوي P وQ.

أكتب برنامج إنشاء هذا الشكل.



عند هذه المرحلة، ينبغي أن ندرك بأنّ بين أخذ المعلومات ومعالجتها توجد مستويات مختلفة من الكفاءات. فأمام شكل أو نصّ، يمكن أن نميّز:

- من جهة، التلاميذ الذين بإمكانهم ترتيب الخواص التي تؤدي إلى إنشاء الأشكال.
- ومن جهة أخرى، التلاميذ الذين بإمكانهم فقط التعرّف على المعلومات وتمييزها دون إدراك العلاقات الموجودة بينها.

ولمساعدة التلاميذ على تجاوز هذه الصعوبات، يمكن اقتراح عدة أنواع من النشاطات:

- الرسومات المملية (أي عن طريق الإملاء).
- تحويل نصوص تعطي وصفا عاما إلى نصوص تعطي مراحل الإنشاء

وبشكل عام، كلّ نشاط يتطلب الانتقال من إطار "النصوص" إلى إطار " الأشكال" والعكس يسمح بالعمل على المعلومات.

- **المرحلة الثالثة: البحث في نصّ أو على شكل عن معلومات ضرورية ينبغي أخذها بعين الاعتبار لاستبدالها بخاصية (مبرهنة، تعريف)**

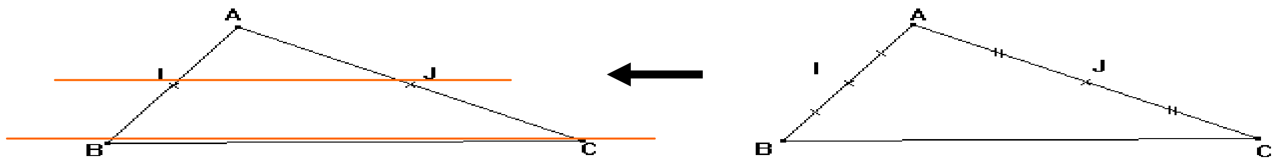
كثير من التلاميذ يكون في متناولهم المبرهنة المطلوبة ولا يعرفون استعمالها بكيفية سليمة. هذه الصعوبات التي تعترض التلاميذ الذين يحفظون دروسهم ولا يكون بوسعهم استثمارها، يمكن تذليلها وذلك بالتدخل على مستويين:

- على مستوى الدروس: بتمييز طبيعة الشروط في المبرهنة ذاتها.

مثال:

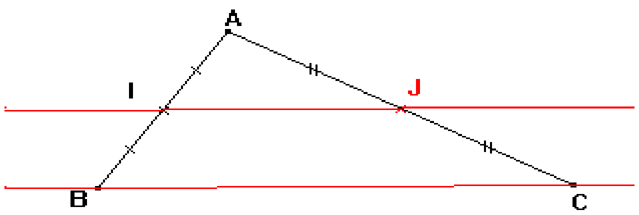
بالنسبة إلى مبرهنة المنتصفين، يمكن العمل بكيفيتين:

☜ إما أن نعمل على شكلين



☜وإما أن نميّز على نفس الشكل المعطيات والنتيجة

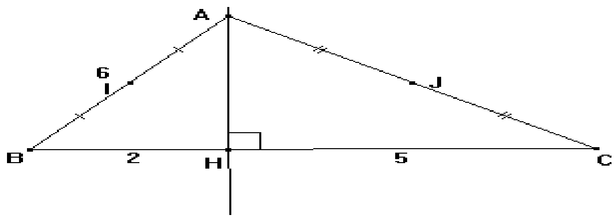
بالأسود، الفرضيات
بالأحمر، النتيجة



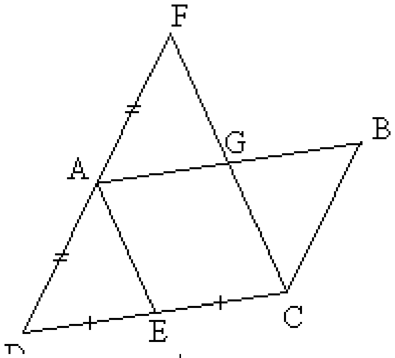
- على مستوى التمارين: هل الأشكال أو النصوص تتضمّن المعلومات الضرورية لتطبيق خاصية معينة؟

مثال 1:

ما هي المعلومات التي يتضمنها الشكل؟
ما هي المبرهنات التي يمكن تطبيقها؟



مثال 2: باستعمال التشفيرات الموجودة على الشّكل والمعطيات، ما هي المبرهنات التي يمكن استعمالها؟



(AB) // (DC)

و

(AD) // (BC)

- **المرحلة الرابعة: فهم "الخطوة الاستنتاجية" بتشكيلها الثلاثي (المعطيات، الخاصية، الخلاصة).**

لتجاوز هذه المرحلة، على التلميذ أن يكون قادرا على عزل معطيات هي بمثابة مفاتيح في محيط مركب قصد

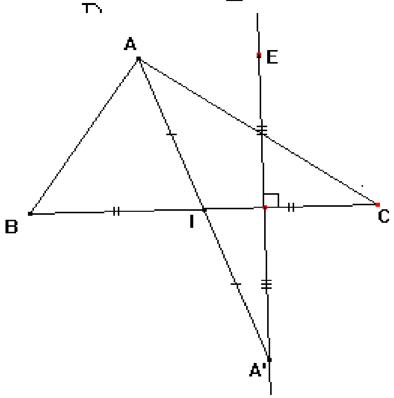
مثال 1:

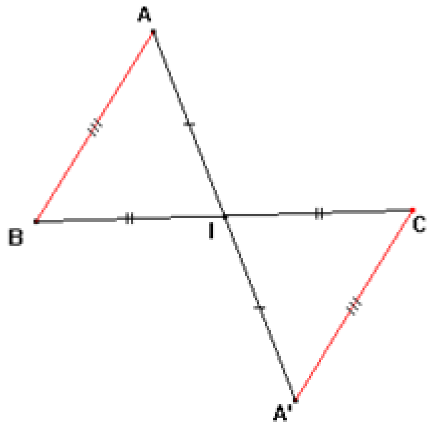
ABC مثلث، I منتصف $[BC]$،

A' نظيرة A بالنسبة إلى I.

لتكن E نظيرة A' بالنسبة إلى (BC).

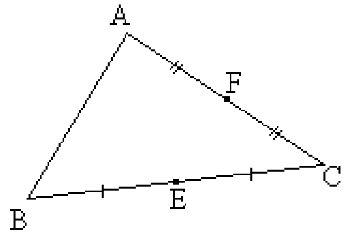
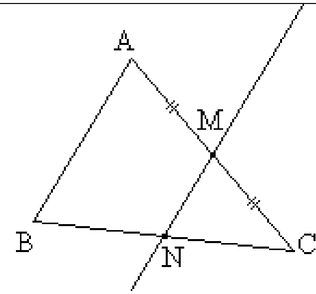
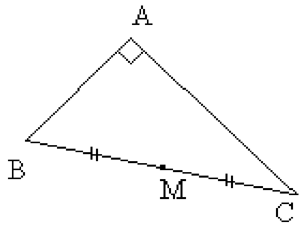
برهن أنّ $AB = CA'$





- نتعرف في المحيط المركب للرسم على معطيات مجسدة في شكل تسمح بتطبيق قاعدة معينة.
- نطبق القاعدة، ونستخلص.

مثال 2: أتمم الجدول الموالي:

الشكل المشفر	المعطيات	المبرهنة	الخلاصة
			
 (MN) // (AB)			
			

- **المرحلة الخامسة: التحرير**

هذه المرحلة الأخيرة مهمة ولكن يجب آلا تطغي على الخطة الرياضية (الإجراء المستعمل) خاصة عند تقويم عمل التلاميذ.
إنّ النصوص المحررة من طرف التلاميذ غالبا ما تعكس الصعوبات التي يواجهونا أمام تعلّم البرهان كما هي مؤشرات قوية لفهم ما يتعلق بالخطط المتبعة وطرق البحث والإجراءات المستعملة قصد تعديلها وتحسينها. ينبغي على الأستاذ تجنب البحث على نمذجتها من البداية وهو ما يمكن أن يحد من روح المبادرة لدى التلاميذ كما يجب أن يمنهم متسعا من الوقت لامتلاك المعارف.
نجعل التلميذ يصل تدريجيا إلى صياغة برهان بصفة دقيقة بتعويده على تقديم نصوص براهين مهيكلة ومنطقية تحترم مخططا وأسلوبا معينين:

- **مخطط البرهان**

نسمي " برهانا بسيطا" (أو خطوة استنتاجية) كل برهان يتطلب استعمال مبرهنة واحدة. وحسب ما سبق، يتشكل هذا البرهان من ثلاثة أجزاء:

1. **المعطيات:** نُحدّد كلّ المعلومات المعطاة في المسألة كفرضيات نعتمد عليها لتحديد المبرهنة المناسب تطبيقها للإجابة عن السؤال المطروح.
2. **المبرهنة (الخاصية):** تُذكر المبرهنة بتسميتها المتداولة (مثل: مبرهنة طالس، مبرهنة المنتصفين...) أو تحرّر كاملة إذا لزم الأمر (مثال: إذا كان الرباعي متوازي الأضلاع فإن قطريه متناصفان).
3. **الخلاصة:** هي خاتمة الخطوات السابقة تتضمن الإجابة عن السؤال المعني باعتباره نتيجة للمعطيات المقدمة.

- **الصياغة:** يجب أن يصاغ البرهان بصفة واضحة تبرز فيها الأجزاء الثلاثة المذكورة أعلاه، لذا يجب احترام بعض القواعد.

القاعدة الأولى: الانتقال إلى السطر عندما نغيّر جزء البرهان (مثلا عند الانتقال من المعطيات إلى المبرهنة.

القاعدة الثانية: استعمال مصطلحات وتعابير الانتقال (مثل لكن، إذن، منه...) تسمح بفهم تمفصل البرهان.

هناك ثلاثة أنواع من المصطلحات:

- مصطلحات تسمح بإدخال المعطيات: نعلم أنّ، لدينا،...
- مصطلحات تسمح بإدخال مبرهنة أو خاصية: لكن، حسب،...
- مصطلحات تسمح بتقديم الخلاصة: إذن، فإنّ...

القاعدة الثالثة: لا نسجل إلا المعطيات الملائمة والضرورية.

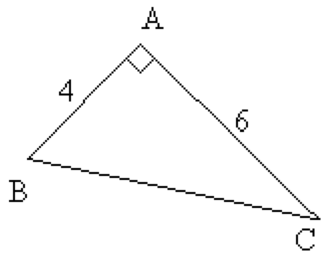
القاعدة الرابعة: إبراز الخلاصة(النتيجة) التي تنهي البرهان.

- **أمثلة من البراهين البسيطة**

مثال$_1$:

إليك الشكل المقابل.

أحسب BC.



نعلم أن المثلث ABC قائم في A .

حسب مبرهنة فيثاغورث، **فإن** $+ AC^2 = BC^2$

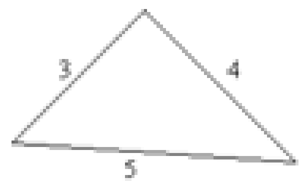
منه $BC^2 = 4^2 + 6^2$

$BC^2 = 16 + 36 = 50$

ونستخلص

$BC = \sqrt{50}$

مثال$_2$:



إليك الشكل المقابل.

هل المثلث ABC قائم؟

نقارن بين $AB^2 + AC^2$ و BC^2

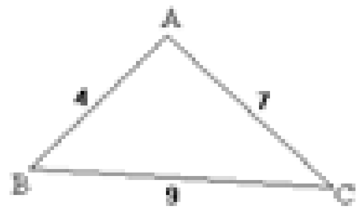
$BC^2 = 5^2 = 25$

$AB^2 + AC^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$

نلاحظ أن $AB^2 + AC^2 = BC^2$

حسب عكس مبرهنة فيثاغورث **فإن** المثلث ABC قائم في A .

مثال$_3$:



هل المثلث ABC قائم؟

نقارن بين $AB^2 + AC^2$ و BC^2

نجد $AB^2 + AC^2 = 4^2 + 7^2 = 16 + 49 = 65$

$BC^2 = 9^2 = 81$

نلاحظ أن $AB^2 + AC^2 \neq BC^2$

لكن لو كان المثلث ABC قائما فنحصل على مساواة وفق مبرهنة فيثاغورث،

إذن المثلث ABC غير قائم. **فإن** المثلث ABC غير قائم.

مثال لبرهان مركب يحتوي على عدة خطوات استنتاجية (براهين بسيطة)

لمساعدة التلميذ في معالجة تمرين هندسي يتطلب برهانا مركبا يمكنتدريبه على انتهاج المخطط التالي:

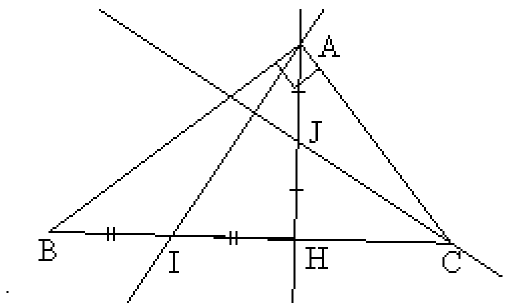
تحليل النص ← يعني:
- إنجاز شكل يوضح الوضعية،
- وضع الفرضيات على الشكل،
- التفكير في الطرق الممكنة

الصياغة ← يعني:
- تقديم الطريقة المختارة،
- صياغة البرهان
  . المرحلة الآولي:....
  . المرحلة الثانية:....

الخلاصة ← يعني:
- الإجابة بدقة على السؤال المطروح

مثال:

ABC مثلث قئم في A. الارتفاع الذي يشمل A يقطع الضلع [BC] في H.
النقطة I هي منتصف القطعة [HB] و النقطة J هي منتصف القطعة [AH].
برهن أنّ المستقيمين (CJ) و (AI) متعامدان.



1. تحليل النصّ

☜ إنجاز رسم يجسد الوضعية

☜ الفرضيات:
- ABC مثلث قئم في A
- [AH] ارتفاع
- I منتصف [HB] و J منتصف [AH].

☜ الخلاصة (المطلوب): (CJ) و (AI) متعامدان.

☜ التفكير في طرق الحلّ:

للبرهان على تعامد المستقيمين (CJ) و (AI) يمكن إثبات أن (CJ) هو ارتفاع في المثلث AIC . لهذا يمكن البرهان أن (IJ) هو أيضا ارتفاع في المثلث AIC وبما أنّ في مثلث الارتفاعات تتقاطع في نقطة واحدة فيكن استنتاج أن (CJ) هو ارتفاع.للبرهان أنّ (IJ) هو ارتفاع في المثلث AIC يمكن أن نبرهن أن (IJ) يوازي (AB) و بما أنّ (AB) يعامد (AC) فسنستنتج أنّ (IJ) يعامد (AC) .

2. الصياغة

☜تقديم الطريقة المختارة

المرحلة الأولى: نبين أن (IJ) يوازي (AB)

المرحلة الثانية: نبين أن (IJ) ارتفاع في المثلث AIC .

المرحلة الثالثة: نبين أن (CJ) ارتفاع في المثلث AIC .

☜ الحلّ:

المرحلة الأولى:

لدينا I منتصف [HB] و J منتصف [AH] .

حسب المبرهنة: إذا كان مستقيم يشمل منصفي ضلعي مثلث فإنه يوازي الضلع الثالث

إذن (IJ) يوازي (AB) .

المرحلة الثانية:

بمأن ABC مثلث قائم في A فإن (AB) يعامد (AC) . لكن برهننا أن (IJ) يوازي (AB) إذن (IJ) يعامد (AC) ومنه نستنتج أن (IJ) ارتفاع في المثلث AIC .

المرحلة الثالثة:

(AH) و (IJ) هما ارتفاعان في المثلث AIC ويتقاطعان في J .

حسب المبرهنة: في المثلث الارتفاعات تتقاطع في نفس النقطة.

إذن المستقيم (CJ) هو الارتفاع الثالث في المثلث AIC .

3.الخلاصة:

بما أن (CJ) ارتفاع في المثلث AIC

إذن (CJ) و (AI) متعامدان.

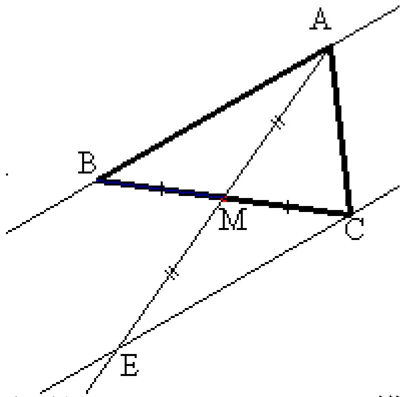
البرهان باستعمال بطاقات طرائق

كما كان الأمر في السنة الثالثة، يبقى الهدف في هذا المجال هو تدريب التلميذ تدريجيا على تحرير نصّ برهان بشكل سليم وبوضوح. يتمّ التحرير في التعبير الطبيعي للتلميذ ونتجنّب الإفراط في استعمال الرموز، وبالخصوص، الروابط المنطقية بما فيها تلك المستعملة عند حلّ المعادلات والمتراجحات وجمل معادلتين أو متراجحتين. ونستعمل بدلا منها في هذه المرحلة كلمات أبسط مثل: منه، وبالتالي، إذن، يعني، ...

كما في السنة الثالثة، تشكلّ الأنشطة الهندسية مجالا ثريا لإعادة استثمار ودعم تعلّمات التلاميذ المرتبطة بالاستدلال الاستنتاجي والبرهان. يمكن أن يكون ذلك سواء من خلال البرهان على الخواص المقررة في البرنامج أو بمناسبة حلّ مشكلات التطبيق والتقويم.

وإضافة إلى العمل المقترح في جزء "أركان أخرى خاصة بالمادة" حول الاستدلال الاستنتاجي والبرهان، يمكن أن نقترح على التلاميذ أنشطة (تمارين ومشكلات) تسمح لهم ببناء بطاقات لطرائق البرهان تكون مرتكزا لهم في حلّ مشكلات أكثر تركيبا. وفي هذا الصدد، يمكن استهداف المواضيع التي تتكرر أكثر في برامج التعليم المتوسط، مثال: للبرهان على أنّ مستقيمين متوازيان، يمكن أن نجعل التلميذ يكتشف مختلف الطرائق الآتية:

- طريقة 1: نستعمل مستقيما ثالثا يوازي المستقيمين المفروضين.
- طريقة 2: نستعمل مستقيما ثالثا يعامد المستقيمين المفروضين.
- طريقة 3: نستعمل تساوي زاويتين متبادلتين داخليا أو متماثلتين.
- طريقة 4: نستعمل خاصية الضلعين المتقابلين لمتوازي أضلاع أو لمتوازي أضلاع خاصّ.
- طريقة 5: نستعمل صورة مستقيمين متوازيين بتناظر مركزي أو محوري أو انسحاب.
- طريقة 6: نستعمل صورة مستقيم بتناظر مركزي.
- طريقة 7: نستعمل خاصية مستقيم المنتصفين لضلعين في مثلث.
- طريقة 8: نستعمل الخاصية العكسية لطالس.



مثال: ABC مثلث. (AM) هو المتوسط المتعلق بالضلع $[BC]$ والنقطة E هي نظيرة النقطة A بالنسابة إلى M

بين أن المستقيمين (AB) و(CE) متوازيان.

للبرهان على أن المستقيمين (AB) و(CE) متوازيان يمكن استعمال:

- الطريقة 5 ((AB) و(CE) متناظران بالنسبة إلى M).
- الطريقة 4 ($ABEF$ متوازي الأضلاع لأن قطريه متناصفان).
- الطريقة 3 (الزاويتان المتبادلتان داخليا $\widehat{BAM}$ و $\widehat{MEC}$ (أو $\widehat{ABM}$ و $\widehat{MCE}$) متساويتان لأن المثلثين BAM و MEC متقايسان حسب الحالة الثانية لتقايس المثلثات).
- الطريقة 8: ($\frac{MB}{MC}=\frac{MA}{M}=1$)

الاستدلال والأنشطة العددية: يتعلق الأمر هنا بأنشطة مستمد من المجال العددي. وتتمثل في تمارين لا ترتبط مباشرة بمفهوم معين من البرنامج لكنهاتخدم جوانب عديدة للاستدلال والغرض منها، كما جاء في فقرة تقديم التدريب على الاستدلال، هو منح التلميذ فرصة لممارسة هذا النشاط في مجال آخر غير الهندسة.

نشاط(1):

1) إليك أعدادا طبيعية مكتوبة برقميين. وراء كل لطخة (■)، يوجد رقم مخفي.

أكمل كل خانة في الجدول بنعم أو لا مبررا إجابتك في كل مرة.

مستحيل	ممكن	مؤكد	
			$\blacksquare 3\ 24 \leq$
			$\blacksquare 1\ 17 \leq$
			$\blacksquare\ 2\ 19 \leq$
			$\blacksquare \leq \blacksquare\ 4 \quad 2$
			$\blacksquare\ 2\ 98 \leq$

2) عين الإجابة الصحيحة.

مستحيل	مؤكد	$< 5 \blacksquare 8$
مستحيل	مؤكد	$\blacksquare < 17\ 2$
مستحيل	مؤكد	$\blacksquare 19 \leq 2$
مستحيل	مؤكد	$\blacksquare 3\ 24 \leq$
مستحيل	مؤكد	$< \blacksquare 1\ 12$
مستحيل	مؤكد	$\blacksquare\ 4\ 20 \leq$
مستحيل	مؤكد	$< \blacksquare\ 2\ 98$
مستحيل	مؤكد	$\blacksquare 8\ 98 \leq$

اشرح كتابيا إجاباتك المتعلقة بالأسطر 3، 5، 7، 8.

توجيهات بيداغوجية

المطلوب في هذا النشاط (1) هو الإرفاق بكل متباينة مخفية جزئيا الكيفية أو الكيفيات المناسبة لها: مؤكد، ممكن، مستحيل. وهي كيفيات تتطلب التفكير في آن واحد في عدة قضايا متعلقة بالتأكيد والنفي والتكميم:

- مؤكد: هذا صحيح مهما كانت قيمة المتغير (الرقم المخفي).
- ممكن: هذا صحيح من أجل قيمة واحدة على الأقل للمتغير.
- مستحيل: هذا غير صحيح مهما كانت قيمة المتغير.

في الجزء الثاني من النشاط، تقتصر الكيفيات إلى اثنتين: مؤكد، مستحيل.

نشاط (2):

الهدف: استعمال الآلة الحاسبة لوضع تخمينات.

عدد الحصص:1

اختر 3 أعداد طبيعية متتالية. باستعمال الآلة الحاسبة، أحسب جداء هذه الأعداد ثم قسّم على 6.

أعد ذلك عدة مرات.

هل النتيجة عدد طبيعي: دائما؟ أبدا؟ بشرط...(أذكره)؟علل إجابتك.

توجيهات بيداغوجية: تكون البداية بالتأكد من فهم العبارات الواردة في النص من قبل كل التلاميذ (بالخصوص، أعداد متتالية). يقترحهذا النشاط في أفواج (4 تلاميذ في كل فوج). يعطى الوقت الكافي للبحث.

العرض والمناقشة: تعرض الأجوبة المختلفة على السبورة وخلال التبادل بين التلاميذ ترفض النتائج الخاطئة بإعطاء أمثلة مضادة ونصل بالتلاميذ إلى المصادقة على النتيجة الصحيحة بمراعاة صياغة التخمين السليم للحالة العامة و تقديم البرهان المناسب.

تطبيقات: في كل من النصوص التالية، أبحث باستعمال الآلة الحاسبة، عن "مثال مضاد"، وإذا لم تجده، حاول أن تبرر صحة النص في الحالة العامة.

1) مربع عدد طبيعي لا ينتهي أبدا بأحد الأرقام: 2، 3، 7، 8.

2) رقم عشرات مربع عدد طبيعي هو زوجي.

3) مربع عدد زوجي هو زوجي.

نشاط (3):

الهدف: التدريب على البرهان في الجبر

عدد الحصص:1

تزن قارورة وغطائها 110g.

وزن القارورة أكبر بـ 100g من وزن الغطاء. ما هو وزن القارورة ؟

توجيهات بيداغوجية: الغرض من هذا النشاط هو تدريب التلاميذ على ممارسة البرهان في مجال آخر غير الهندسة، من خلال وضعهم لطريقة حل مشكلة بواسطة الجبر. تبدأ هذه الطريقة حتما، بمرحلة **ترجمة في تعبير رمزي**، تسمح ببناء **نموذج جبري**، سيؤدي استعماله إلىحل الإشكالية. وهذا يعني **تغيير المجال المفهوماتي (**الانتقال من شيء إلى رمز) و**تحوّل المعنى** المرتبط بهذا التغيير.

على الأستاذ أن يعمل مع التلاميذ على تجسيد هذه الطريقة، التي يمكن تصورها في أربع خطوات:

- **تعيين المقادير وتسميتها:** قبل الشروع في ترجمة المعطيات، ينبغي" تهيئة الأرضية" بتعيين المقادير التي يمكن أن تتدخل في الحل ثم الترميز إليها بحروف مثلا. في النشاط السابق، نسمي وزن الغطاء (المطلوب) ووزن القارورة كذلك، إذ يتدخل في النص مرتين. وليكن B وزن القارورة و b وزن الغطاء.
- **ترجمة النص:** لا تطرح الجملة الأولى أية إشكالية، فتترجم بالشكل: $B+b=110$. لكن، يمكن أن يجد بعض التلاميذ صعوبة في ترجمة الثانية بالمساواة: $B=100+b$ (وجود العبارة " أكبر" في النص يمكن أن يؤثر عند بعض التلاميذ ويحاولون ترجمة الجملة في متباينة).
- **حل المشكلة:** إن التحكم في طريقة التعويض بمساواة شرط ضروري لحل " جملة المعادلتين" المحصل عليها: بما أن $B=100+b$ فيمكن تعويض " B " بـ " $100+b$ ". وهكذا تصبح المساواة $B+b=110$ في الشكل: $100+b+b=110$.

يبقى أن نستعمل التحليل $a+a=2\times a$ ، ثم المبادلة بين الجمع والطرح $2\times a=110-100$ ، وفي الأخير المبادلة بين الضرب والقسمة $b=\frac{10}{2}$.

- **الاستخلاص:** وزن الغطاء هو 5 g.

نشاط (4): هل يقبل مجموع ثلاثة أعداد طبيعية القسمة على 3 دائما؟

توجيهات بيداغوجية: قبل إعطاء نص النشاط، يبدأ الأستاذ باستدراج التلاميذ لوضع هذا التخمين، من خلا ل بعض الحالات الخاصة. ويكتب بعد ذلك النص على السبورة، ويطلب منهم البرهان على الحالة العامة: أي صدق التخمين مهما كانت الأعداد المعتبرة.

يوزع التلاميذ إلى أفواج، ويترك لهم الوقت الكافي للبحث والتبادل، داخل الفوج الواحد، حول الإجراءات والصياغة الممكنة لها.

في مرحلة العرض والمناقشة، يعرض ممثل عن كل فوج النتائج ويشرح الإجراء المعتمد من قبل الفوج. وتكون المصادقة من بقية القسم، بمراقبة صحة التبريرات المقدمة.

دور الأستاذ، في مثل هذه الحالة، هو حث التلاميذ على إبراز الخطوات الأربعة الموصوفة في النشاط السابق، عند عرض طرق حل الإشكالية والحرص على صرامة البراهين المقترحة وكذا سلامة التعبير المستعمل.

تطبيقات وإعادة استثمار: تقترح وضعيات مماثلة للنشاط الثاني مع مجموع عدديين فرديين مثلا.

7 - 5 إدراج تكنولوجيات الإعلام والاتصال

تلّح المقاربة بالكفاءات والمناهج الجديدةعلى كون التعلّمات الخاصة بالرياضيات لا يمكن أن تبنى على اكتساب شكلي صرف لمعارف ونتائج تقنية وخوارزميات. إنّ إعطاء معنى لهذه المعارف وبناؤها من خلال مختلف الوضعيات والمشكلات التي يحلّها التلميذ، يسمح له بجعل هذه المعارف إجرائية وبالتالي يسهل امتلاكها.

وباعتبار أنّ التكنولوجيات الجديدة تمنح للتلميذ فرصا عديدة للتجريب من جهة، وكون الإعلام الآلي حاضرا أكثر فأكثر في محيط التلميذ وأن كل التلاميذ مطالبون باستعمال هذه الوسائل في حياتهم المهنية مستقبلامن جهة أخرى ، فإنّ تعلّم الرياضيات يمكن، في هذا الإطار، أن يستغّل ويستفيد من مختلف التجارب المرتبطة بإدراج هذه التكنولوجيات في مختلف ميادين المادة. وبهذا، تساهم هذه الأدوات في التكوين العلمي للتلاميذ وتعطيه إضافات لتعاماته.

- **الحاسبة:** لا تعتبر الحاسبة في الوقت الحالي وسيلة للحساب فقط، بل يتعدى استعمالها بشكل وجيه إلى المساهمة في بناء التعلّمات. فاليوم أصبحت الحاسبة العلمية تسهل معالجة مفاهيم متعددة ومتنوعة كالتقريب والقسمة الاقليدية والكسور وحساب المثلثات والدوال والإحصاء... ففي الوضعيات التي لا يكون فيها الحساب محلّ تعلّم تسمح الحاسبة بتحرير التلميذ من انشغالات الحساب التي تكون في هذا السياق ثقيلة ومعوقة ليصبح نشيطا أكثر ويصب كل اهتمامه في التمعن والتركيز في جوهر الوضعية المعالجة، حيث تمكنه من إجراء تجارب عديدة وبسرعة، ليصل إلى وضع تخمينات قصد الحل. كما تمكن الأستاذ من القيام بأعمال بحث وتنويع الوضعيات. وهو الأمر الذي سيزيد دون شك، من اهتمام التلميذ ويحفزه أكثر.

إن التحكم الجيد في استعمالات الحاسبة وإدراك حدودها يعد بمثابة معرفة وقدرات جديدة للتصرف، إذ تسمح بتطوير روح النقد والحيطة عند التلميذ وتكسبه طرق عمل صارمة، وخلافا للتحفظات الكثيرة المتعلقة باستعمال الحاسبة، فهي لا تنقص من قيمة الصياغة وضرورة البرهان اللذين تتميز بهما المادة، بل بالعكس، فهي تعززهما وتبررهما.

ولترشيد استعمال الحاسبة يعمل الأستاذ على البحث عن أنجع الطرق التي تجعل التلميذ يدرك أن استعمالها لا يتنافى مع الحساب الذهني من خلال نشاطات يَبرز فيها:

- ضرورة مراقبة الحسابات المنجزة بالحاسبة باستعمال تقنيات الحساب الذهني (تقدير النتيجة، مراقبة الرقم الأخير، عدد الأرقام،...).
- التشابه بين استعمال الحاسبة والحساب الذهني من حيث ضرورة تحليل وتنظيم الحسابات واستعمال خواص العمليات.

ابتداء من السنة الثانية، تمثل الحاسبة أداة جد هامة لبناء ودعم العديد من المفاهيم مثل أولوية العمليات والحساب التقريبي (التدوير، حصر كسر بعددين عشريين، ...) وحساب معامل التناسبية والنسبة المئوية.

تسمح الحاسبة للتلميذ بتعيين بعض القيم العددية (الكتابة العلمية لعدد، الجذر التربيعي المضبوط أو المقرب لعدد، جيب تمام زاوية معلومة وقيس زاوية عُلم جيب تمامها،...).

كما تسمح له، عند إدخال مفاهيم جديدة (مبرهنة طالس، مبرهنة فيثاغورس، جيب تمام زاوية...)، بمضاعفة "الأمثلة العددية والمحاولات". وهكذا ننمي استراتيجية الاكتشاف لدى التلميذ والتي تؤدي بالطبع إلى خطة من النوع التخميني.

مثال: n عدد موجب. $\sqrt{n}$ هو العدد الموجب الذي مُربّعه يساوي n.

لإيجاد تقريب للعدد $\sqrt{n}$، يكفي تعيين عدد موجب حيث يكون مربّعه هو العدد الأقرب من n.

طريقة: نفرض $n = 31$.

لإيجاد القيم المقرّبة للعدد $\sqrt{31}$ إلى الوحدة (أي بالتقريب 10^0)، نحسب مربعات الأعداد الطبيعية لتعيين العدد الطبيعي a حيث $<31<a^2\ (a+1)^2$.

a	a^2
0	0
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25
6	36

لدينا: $<31<5^2\ 6^2$

وبالتالي: $<\sqrt{31}<5\ 6$

يمكن الآن تعيين القيم المقرّبة للعدد $\sqrt{31}$ إلى 10^{-1} بحساب مربعات الأعداد العشرية ذات رقم واحد بعد الفاصلة والمحصورة بين 5 و 6.

a	a^2
5,0	25
5,1	26,01
5,2	27,04
5,3	28,09
5,4	29,16
5,5	30,25
5,6	31,36

لدينا: $<31<5{,}5^2\ 5{,}6^2$

وبالتالي: $<\sqrt{31}<5{,}5\ 5{,}6$

نستمرّ هكذا بحساب مربعات الأعداد العشرية ذات رقمين بعد الفاصلة والمحصورة بين $5{,}5$ و $5{,}6$، فنتحصّل على:

$5{,}56^2 = 30{,}9136$ ، $5{,}57^2 = 31{,}0249$

ويكون $<\sqrt{31}<5{,}56\ 5{,}57$

وهكذا يمكن مواصلة البحث باستعمال الأعداد العشرية بثلاثة أرقام بعد الفاصلة ثمّ أربعة ...إلخ.

وكما نجعل التلميذ من خلال بعض النشاطات يدرك جيدا حدود استعمال الحاسبة.

أمثلة:

- **الآلة تحسب باستعمال قيم مُقرّبة**

1. ليكن العدد $q = \dfrac{\left(2^9 \times 2^2\right)^3}{6^7 \times 8^3}$.

تلميذ يحسب q باستعمال حاسبة وتلميذ آخر يحسب q دون استعمال الحاسبة، لكن بتوظيف خواص القوى.
قارن النتيجتين. من منهما تحصّل على القيمة المضبوطة للعدد q ؟

2. عين باستعمال الحاسبة قيمة $\sqrt{3}$. نسمي x القيمة الظاهرة .
احسب $\sqrt{3} - x$
هل القيمة المقرّبة للعدد $\sqrt{3}$ الظاهرة هي نفس القيمة التي تستعملها الحاسبة في الحساب؟

- **الآلة تعطي نتائج غير معقولة**

نعتبر العدد $A = \dfrac{\left(1 + 10^{-20}\right)^2 - 1}{10^{-20}}$

أ) احسب A باستعمال حاسبة.
ب) هل النتيجة الظاهرة معقولة ؟
ح) احسب القيمة المضبوطة للعدد A .
د) أعط تفسيرا لعمل الحاسبة.

- **المجدولات والرّاسمات البيانية:** توفر المجدولات عدة إمكانيات للتجريب. وتسمح للتلميذ بالعمل على العبارات الجبرية وبوضع قوانين واستعمالها والإنجاز السريع لعدد كبير من الحسابات والحصول الآني على تمثيلات بيانية.
في مجال الإحصاء، تسمح هذه المجدولات بالحصول وبسرعة على جداول توزيع سلاسل إحصائية وحساب تكرارات وتكرارات نسبية ومعدلات.
تسمح هذه الأداة للتلميذ بربح وقت ثمين سيتسغله في التجريب والملاحظة وتفسير النتائج المحصل عليها.
إنّ المجدولات والرّاسمات البيانية تساعد على القيام بنشاطات رياضية فعلية. فعند "توكيل" إجراء الحسابات للحاسوب، يمكن للتلميذ مضاعفة محاولات البحث عن الحلّ أو تحسين تقريب أو مراقبة النتائج المحصّل عليها.
عندما ينظم التلميذ ويهيكل معطيات المشكلة بنفسه ويجد القوانين التي يطلب حجزها فإنه بذلك يتدرب على الحساب الحرفي، إنّ هذا النّوع من البرمجيات يسمح بإدراك نمذجة المشكلات وفي نفس الوقت فهمها والتمكّن منها.

في الحساب، يسمح المجدول بتطبيق سريع للخوارزميات، كما يمثّل مرتكزا للتدريب على الحساب الحرفي واستعمال قوانين مثل حساب المساحات والحجوم ومقاربة بعض المفاهيم مثل الدوال الخطية والتآلفية.
في الإحصاء، يسمح المجدول بحساب سريع لمختلف المؤشرات الإحصائية (التواترات، التواترات المجمعة، الوسط، الوسيط). كما يسمح المساعد البياني المدمج في المجدول بتمثيل المعطيات المختارة على ورقة الحساب بكيفيات مختلفة: مخططات دائرية، مخططات بأعمدة أو أشرطة في بعدين أو ثلاثة أبعاد. وعند تغيير قيمة من قيم الورقة المفروضة يتغيّر التمثيل الموافق حالا، ويتبيّن هكذا تغيّر الجدول والتمثيل الموافق في نفس الوقت.
كما أنّ التفكير في الترجمات والقراءات المختلفة لتمثيل بياني واختيار الشكل الأنسب لوضعية معينة يشكّل فرصا سانحة للتبادل داخل القسم.

مثال 1: حلّ معادلة باستعمال *Excel* .

	A	B
1	x	2x-3
2		
3		

نريد حلّ المعادلة $2x-3=11$

- ندخل في الخلية B2 قانون حساب الطرف الأوّل ($2x-3$) للمعادلة، ننقل هذا القانون بالسحب نحو الأسفل 10 خلايا.
- ندخل الأعداد 0، 1، 2،... في الخلايا A2، A3 ،...للعمود الأوّل. عندما يعطي الحساب الطرف الثاني للمعادلة أي 11 ، تكون القيمة المعينة في العمود الأول حلّ المعادلة (في هذه الحالة 4).

مثال 2: نريد حلّ المعادلة $5x-2=3x+8$:

- ندخل في الخلية B2 قانون حساب الطرف الأول للمعادلة. ننقل بالسحب هذه الخلية نحو الأسفل 10 خلايا.
- ندخل في الخلية C2 قانون حساب الطرف الثاني للمعادلة. ننقل هذه الخلية بالسحب نحو الأسفل 10 خلايا.
- ندخل الأعداد 0، 1، 2، ...في الخلايا A2، A3 ،...للعمود الأوّل.

عندما يعطي الحساب نفس النتيجة لخلية من العمودين B وC تكون القيمة الموافقة من العمود الأول حل المعادلة (في هذه الحالة 5).

- **البرمجيات الهندسية:** تسمح هذه البرمجيات بمقاربة ديناميكية لإنشاء أشكال هندسية تساعد التلميذ على التخمين عند التطرق إلى مفاهيم جديدة وفي تجريب هذا التخمين في حالات عديدة بسهولة وسرعة.

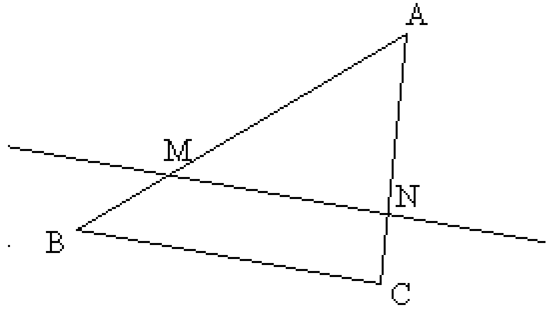
في مجال الهندسة الفضائية، تشكل هذه البرمجيات إطارا للمشاهدة، الشيء الذي يسهل التعلمات.
تسمح هذه البرمجيات، كما هو الشأن بالنسبة إلى الأنواع الأخرى من البرمجيات، بتنويع ومزج المجالات المختلفة للمادة (المجال العددي، المجال البياني، المجال الهندسي).
في مجال الهندسة الفضائية، تشكل هذه البرمجيات إطارا جيدا للمشاهدة وتساعد على اكتشاف خواص أو وضع تخمينات، الشيء الذي يسهل دون شكّ تعلمات التلاميذ.
كما تمنح هذه البرمجيات أداة للأستاذ تسمح له بتركيز عمل التلاميذ على الجانب الرياضي حيث تغنيه هذه الوسائل من المشاكل التقنية للإنشاء.
باستعمال برمجية للهندسة، نوسّع حقل المعالجة الممكنة للشكل حيث يكون الرسم على الشاشة أقرب من الكائن الهندسي الذي يمثله. فنستطيع من خلال البرمجيات بلوغ حقل للتجريب أين تسمح أدوات، مثل القياس أو التنقل، بملاحظة خواص(مثل تمثيل مثلثين ABC ، AMN في وضعية طالس. وبتغيير موقع النقط التي تعرّف المثلثين، يدرك التلميذ بسرعة أنّ النسب $\frac{AM}{AB}$ ، $\frac{AN}{AC}$، $\frac{MN}{BC}$ محفوظة).

مثال:

$BC = 4,1\ cm$ ؛ $AC = 3,3\ cm$ ؛ $AB = 5,1\ cm$

$MN = 2,9\ cm$ ؛ $AN = 2,4\ cm$ ؛ $AM = 3,7\ cm$

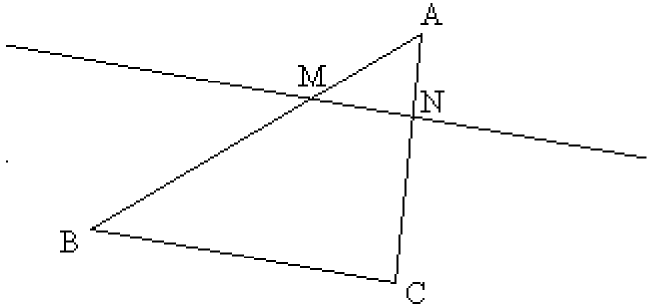
$\frac{MN}{BC} = 0,72$ ، $\frac{AN}{AC} = 0,72$ ، $\frac{AM}{AB} = 0,72$



$BC = 4,1\ cm$ ؛ $AC = 3,3\ cm$ ؛ $AB = 5,1\ cm$

$MN = 1,4\ cm$ ؛ $AN = 1,1\ cm$ ؛ $AM = 1,7\ cm$

$\frac{MN}{BC} = 0,33$ ، $\frac{AN}{AC} = 0,33$ ، $\frac{AM}{AB} = 0,33$



عند استعمال هذه الأدوات، نتحصّل على الأشكال والقياسات والحسابات بصفة آنية.
يسمح الإعلام الآلي بإبراز الخواص الرياضية بكيفية تجريبية دون أن يكون أمر تكرار الأشكال عائقا. كما يسمح في بعض الحالات من تخفيف وتبسيط تركيب شكل ويسهّل مقروئيته. ينبغي مساعدة وتوجيه التلميذ عند استعمال هذه البرمجيات حتى لا تطغى الصعوبات المرتبطة باستعمالها على تلك المرتبطة بالمادة.
إنّ الاستعمال الدائم لبرمجيات الهندسة الديناميكية من شأنه أن يساعد التلاميذ على التدرّب على الاستدلال الاستنتاجي وتعلّم البرهان، حيث تسمح بالقيام بتجارب ووضع تخمينات والتحقق من صحتها قبل البرهان عليها.
نشير هنا إلى أن استعمال هذه البرمجيات يمكن أن يجعل بعض التلاميذ يظنون أن ذلك كافيا ولا يرون ضرورة البرهان، بينما تبرز هذه البرمجيات العناصر الصامدة للأشكال رغم أنه لم يستعمل الا معطيات النص فقط في انجاز هذه الأشكال. فيمكن إذن العمل مع التلاميذ على رفع التحدي بجعلهم يكتشفون كيف تؤدي هذه المعطيات إلى استنتاج هذه العناصر الصامدة.

ملاحظة هامة: يمكن تصنيف الأنشطة التي تستدعي استعمال الإعلام الآلي إلى أنشطة خاصة بالتلاميذ (فرديا) وأخرى خاصة بالقسم كله.

تنظم الأنشطة الخاصة بالتلاميذ أساسا في حصص تتم في قاعة الإعلام الآلي، أين يكون التلاميذ أمام جهاز فرادى أو ثنائيات حسب التجهيز. في هذه الحالة، يحتفظ التلميذ بنوع من الاستقلالية في العمل ويكون دور الأستاذ هو التوجيه والمساعدة عند الحاجة.

بالنسبة إلى الأنشطة الخاصة بالقسم، يستعين الأستاذ بجهاز للإعلام الآلي وجهاز للعرض (الإسقاط) الجماعي عند تنشيطه للقسم. فبإمكانه تقديم جداول أو بيانات أو أشكال محضرة من قبل لغرض إتمامها أو تحويلها أمام التلاميذ. كما تسمح له هذه الأجهزة بعرض، وفي وقت وجيز، عمل تم من قبل أو تقديم ملخص للدرس أو حلُ تمرين في الإحصاء أو الهندسة، إلخ. ويعتبر هذا الاستعمال للإعلام الآلي جدّ مهما، كونه لا يتطلب مصاريف كبيرة للتجهيز للمؤسسة.

- **ينبغي إذن الوصول تدريجيا، إلى تجهيز حجرة واحدة في كل متوسطة بالآلات المناسبة للسماح لكل الأساتذة باستغلالها مع التلاميذ على غرار المخابر المختصة الأخرى**

- **العمليات على الأعداد العشرية**

إن استعمال الآلة الحاسبة:

- يساعد على التفكير في معنى العمليات.
- يسمح بطرح إشكالية التقريب.
- يجبر التلاميذ على التفكير في إجراءات تمسح باكتشاف أخطاء ترقينية.
- يطرح إشكالية تقدير رتبة مقدار نتيجة.
- يدخل صعوبة إضافية: عدد الأرقام بعد الفاصلة في حالة تجاوز قدرة استظهار الآلة.

- **حواصل القسمة، تقريب حاصل قسمة**

تسمح الآلة الحاسبة:

- بمساعدة بعض التلاميذ الذين يواجهون صعوبات في تعلّم أو تحسين إتقان خوارزمية القسمة.
- بالقيام بالمقارنة الآلية بين حواصل القسمة $\frac{a}{b},\frac{2a}{b},\frac{3a}{b},...$ من جهة، و $\frac{a}{b},\frac{a}{2b},\frac{a}{3b},...$ من جهة أخرى.
- بطرح إشكالية تقريب حاصل القسمة والبحث عن قيمة مقربة له بحصر متتابع.

8.شروط وضع المنهج حيز التطبيق

- **الوسائل التعليمية**

توصيات تتعلّق بالوثائق التربوية للأستاذ: كما ورد في المنهاج، تعد الوثائق التربوية المتمثلة في المنهاج والوثيقة المرافقة له، الكتاب المدرسي، دليل الأستاذ،... سندات أساسية تكتسي أهمية بالغة، كل حسب مكانته، في العمل التربوي داخل القسم وخارجه، يستوجب على الأستاذ امتلاكها، واستغلال ما جاء فيها أثناء قيامه بمهامه التعليمية التعلّمية.

وكذلك يتطلب تنفيذ المنهاج توفير بعض الوسائل التعليمية على مستوى المؤسسة والتي سيتم استغلالها بصفة فردية أو جماعية، نذكرها فيما يلي:

- الآلات الحاسبة البسيطة والآلات الحاسبة العلمية.
- أشكال ومجسمات مصنوعة ومألوفة.
- برمجيات(مجدولات وبرمجيات الهندسة).

- **تكوينالأساتذة:** بناء المناهج واقع تدريس الرياضيات يفرضان إعادة النظر في

تكوين الأساتذة، ويفترض أن يسمح هذا التكوين للأساتذة بـ:

- امتلاك الأدوات الضرورية التي تسمح بقراءة أفضل للمناهج ولتنفيذ ت المنهاج والوثيقة المرافقة.
- تعلّم بناء وضعيات تعلّمية مرتكزة على نظريات تعليمية مادة الرياضيات، تجريبها وتحليلها قصد تطويرها.

كيف تمّ بناء المعرفة الرياضية ؟

ماذا ينتظر المجتمع من هذه المعارف؟

كيف تمّ بناء المنهاج ؟ الكتاب المدرسي ؟

ما هو دور كل من المتعلّم والأستاذ ؟

كيف يتعلّم التلميذ الرياضيات ؟

كيف ينظم ويسيّر نشاط تعليم / تعلّم ؟

تبيّن هذه الأسئلة أن التكوين المتمحور فقط حول المعرفة الرياضية لا يكون كافيا لتذليل تعقيدات تعليم المادة. ومن خلال التكوين حول مساهمات تعليمية المادة يجد الأستاذ إجابات لمثل هذه التساؤلات.

كما يكون ضروريا إدماج جزء من الإعلام الآلي في تكوين الأساتذة. هذا التكوين يجب ألا يقتصر على تعلّم تقنيات، بل يجب أن يشرح ويبرر مساهمات هذه الأدوات في تعلّمات المادة.

اقتراح أمثلة لمحاور تكوين الأساتذة:

محاور بيداغوجية وتعليمية	محاور خاصة بالمادة
- أدوات تعليمية الرياضيات - ممارسات التقويم - حلّ مشكلات - إدماج وسائل التكنولوجية الجديدة - بيداغوجية الإدماج - المعالجة والدعم - تدرج التعلمات - الرياضيات والمواد الأخرى - تحليل مناهج وكتب مدرسية - الترابطات: ابتدائي – متوسط– ثانوي - بناء مواضيع اختبارات - ...	- الأعداد العشرية - الأعداد النسبية - مكانة حل مشكلات - التناسبية - الحساب الحرفي - الهندسة - الاستدلال - الإحصاء - ...