عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	العلامة مجزأة	العلامة مجم
التمرين الأول: (04 نقاط)		
1) أ) تبيان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n > 1$: .	**0.75×2**	
ب) دراسة اتجاه تغير المتتالية (u_n) واستنتاج تقاربها :		
(u_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$	**0.50**	
بما أن (u_n) متناقصة ومحدودة من الأسفل فهي متقاربة	**0.50**	
2) إثبات أن المتتالية (v_n) حسابية وتعيين أساسها وحدها الأول :		
من أجل كل عدد طبيعي n : $v_{n+1} - v_n = -\ln 5$	**0.25**	
حدها الأول v_0 : $v_0 = \ln(12)$	**0.25**	**04**
3) كتابة v_n بدلالة n : $v_n = \ln\left(\frac{12}{5^n}\right)$	**0.25**	
تبيان أن $u_n = 1 + \frac{12}{5^n}$	**0.25**	
حساب نهاية المتتالية (u_n) : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1$	**0.25**	
4) تبيان أن : $(u_0-1)(u_1-1)\times\ldots\times(u_n-1) = \left(\frac{12}{5^{\frac{n}{2}}}\right)^{n+1}$	**0.25**	
التمرين الثاني: (04 نقاط)		
1) تبيان أن : $P(A) = \frac{31}{66}$	**01**	
$P(B) = \frac{17}{33}$	**01**	**3.75**
2) احتمال أن تحملا نفس الرقم: $P(B/A) = \frac{P(A\cap B)}{P(A)} = \frac{15}{31}$	**0.25**	
3) أ) قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X :		

x_i	3	4	5
$P(X=x_i)$	$\frac{10}{66}$	$\frac{35}{66}$	$\frac{21}{66}$

025×3 / **0.25×3**

الأمل الرياضياتي $E(X) = \frac{275}{66}$	**0.25**	**0.25**

عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الثالث: (05 نقاط)		
I. حلول المعادلة هي : $2+i$, $2-i$, i	**0.5×3**	
II. **1)** $\frac{z_C - z_A}{z_C - z_B} = -i = e^{-i\frac{\pi}{2}}$	**0.75**	
المثلث ABC قائم في C ومتساوي الساقين.....	**0.50**	
2)- أ) (E) هي محور القطعة $[BC]$	**0.75**	**05**
- ب) $f(i) = \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$ و $\left[f(i)\right]^{1440} \in \mathbb{R}^+$	**0.75**	
3)- أ) $z_D = 4+i$ و $\frac{z_C - z_A}{z_C - z_D} = -1$ أي $\overrightarrow{CD} = -\overrightarrow{CA}$.النقط في استقامية.....	**0.5**	
- ب) D هي صورة A بتحاك مركزه C ونسبته1-أو بدوران مركزه C وزاويته π	**0.25**	
أو بتناظر مركزي بالنسبة لـ C أو بتشابه مباشر نسبته 1 مركزه C وزاويته π		
التمرين الرابع: (07 نقاط)		
1) أ) $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x) = -\infty$ ، $\lim\limits_{x \xrightarrow{<} 2} f(x) = -\infty$ ، $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 2} f(x) = +\infty$	**0.5×3**	
التفسير الهندسي: $x=0$ و $x=2$ معادلتين للمستقيمين المقاربين للمنحنى (C_f).....	**0.25×2**	**2.5**
ب) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$	**0.5**	
2) اتجاه تغير الدّالة f : لدينا $f'(x) = \frac{x^2 - 5x + 4}{x(x-2)^2}$	**0.5**	
إشارة $f'(x)$	**0.50**	
f متزايدة تماما على كلّ من المجالين: $]4;+\infty[$ و $]0;1[$ و f متناقصة تماما على كلّ من المجالين $]1;2]$ و $[2;4[$ وتشكيل جدول التغيرات	**3×0.25**	**01.75**
3) أ) $\lim\limits_{x \to +\infty}\left(f(x) - \ln x\right) = 0$	**0.5**	**0.75**
التّفسير البياني: (Γ) منحنى مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.	**0.25**	
ب) وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المنحنى (Γ): لدينا $f(x) - \ln x = \frac{1}{x-2}$	**0.5**	**0.5**
إذن: على المجال $]0;2[$: (C_f) يقع تحت (Γ)		
وعلى المجال $]2;+\infty[$: (C_f) يقع فوق (Γ).		
4) الرسم.....	**0.5**	**0.5**

عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
5) أ) باستعمال المكاملة بالتّجزئة نجد : $H(x)=\int_3^x(\ln t)dt=-x+3+x\ln x-3\ln 3.$	**0.25**	**0.5**
ب) المساحة $\mathcal{A}=(-1+9\ln 2-3\ln 3)\ (u.a)$. .	**0.25**	
.....		
6) g الدّالة المعرَّفة على المجموعة $]-1;0[\cup]-\infty;-1[$ بـ : $g(x)=f(-2x)$.	**0.25**	**0.5**
$g'(x)=-2f'(-2x)$		
الدالة g متناقصة على $\left]0;\frac{-1}{2}\right[\cup]-\infty;-2[$ ومتزايدة على $]-2;-1[\cup\left]-1;\frac{-1}{2}\right[$	**0.25**	

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأول: (04 نقاط)		
1)عدد الامكانيات هو 120 ،	**0.5**	**02.5**
قانون الاحتمال: . قيم X هي 1،0، 2 ، 4 ، 8 مع احتمالاتها	**01.5**	
الامل الرياضياتي هو $\frac{231}{120}$	**0.50**	
2)احتمال الحصول على 3كريات تحمل كل منها رقما زوجيا $\frac{7}{24}$	**01**	**01**
3)احتمال الحصول على كرتين تحملان رقمين مجموعهما فردي علما أن الجداء زوجي هو $\frac{1}{2}$	**0.25×2**	**0.5**
التمرين الثاني: (04 نقاط)		
1) أ) $f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x+2}}$ ومنه الدّالة f متزايدة تماما على المجال $[4;7[$.	**0.75**	**01.25**
ب) من أجل كلّ عدد حقيقي x من المجال $[4;7[$ يكون: $f(x)\in[4;7[$	**0.5**	
2) $f(x)-x=\frac{-x^2+9x-14}{\sqrt{x+2}+x-4}$ ومن أجل كلّ x من المجال $[4;7[$: $f(x)-x>0$.	**0.75**	**0.75**
3) أ) برهان بالتّراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n : $4\le u_n<7$.	**0.75**	**01.25**
ب) لدينا: $u_{n+1}-u_n=f(u_n)-u_n$ إذن: $u_{n+1}-u_n>0$ ومنه : (u_n)متزايدة تماما. (u_n) متقاربة.	**0.25** **0.25**	
4) أ) **برهان** أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n : $7-u_{n+1}<\frac{1}{4}(7-u_n)$.	**0.25**	**0.75**
ب) استنتاج أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $0<7-u_n<\frac{3}{4^n}$ و $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=7$ حسب مبرهنة الحصر.	**0.25** **0.25**	
التمرين الثالث: (05 نقاط)		
1) أ) الشكل الآسي لـ z_A .	**01**	**01.5**
ب) حساب $\left(\frac{z_A}{2\sqrt{2}}\right)^{2019}+\left(\frac{z_B}{2\sqrt{2}}\right)^{2019}$	**0.5**	
2) أ) حساب z_Dصورة B بواسطة T	**0.75**	**01.5**
ب) الرّباعي $ABDC$ متوازي أضلاع.	**0.75**	
3) الشكل الأسّي للعدد المركب z_C-z_A هو $6\sqrt{2}e^{i\frac{4\pi}{3}}$.	**0.75**	**0.75**
4) لدينا $\left(\frac{-6\sqrt{2}}{z_C-z_A}\right)^n=e^{-in\frac{\pi}{3}}$ $\left(\frac{-6\sqrt{2}}{z_C-z_A}\right)^n$ عدد حقيقي يعني أن: $n=-3k$ حيث $k\in\mathbb{Z}_-$.	**0.5**	**0.5**

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
5) M نقطة كيفية من المستوي لاحقتها z تختلف عن A و C. (E) هي المستقيم (AC) باستثناء القطعة المستقيمة $[AC]$ أي أن $(E)=(AC)-[AC]$	**0.75**	**0.75**
التمرين الرابع: (07 نقاط)		
1) أ) دراسة اتجاه تغيّر الدالة g : ليكن $x\in\mathbb{R}$: $g'(x)=e^x-e$	**0.5×2**	**02**
ب) الدالة g تقبل قيمة حدّية صغرى: لدينا $g(1)=e^1-e=0$ اذن من أجل كل $x\in\mathbb{R}$: $g(x)\geq 0$	**0.5×2**	
2) دراسة اتجاه تغيّر الدالة f : ليكن $x\in\mathbb{R}$: $f'(x)=e^x-ex=g(x)$.	**0,50**	**01**
لدينا $f'(1)=g(1)=0$ ومن أجل $x\in\mathbb{R}-\{1\}$: $g(x)>0$ أي $f'(x)>0$ إذاً الدالة f متزايدة تماماً على $\mathbb{R}$.	**0,50**	
3) حساب كلاً من $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty} e^x-\frac{1}{2}ex^2=-\infty$ لأنّ $\lim\limits_{x\to-\infty} e^x=0$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}-\frac{1}{2}ex^2=-\infty$.	**0.25**	**0.75**
$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(e^x-\frac{1}{2}ex^2\right)=\lim\limits_{x\to+\infty} x^2\left(\frac{e^x}{x^2}-\frac{1}{2}e\right)=+\infty$ لأنّ $\lim\limits_{x\to+\infty} x^2=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x^2}=+\infty$.	**0.25**	
جدول التغيرات	**0.25**	
4) دراسة الوضعية النسبية للمنحنيين $(\mathcal{C}_f)$ و $(\mathcal{C}_g)$. ليكن $x\in\mathbb{R}$: $f(x)-g(x)=ex\left(-\frac{1}{2}x+1\right)$	**0,50**	**0.50**
$(\mathcal{C}_f)$ تحت $(\mathcal{C}_g)$: $x\in]-\infty;0[\cup]2;+\infty[$ $(\mathcal{C}_f)$ فوق $(\mathcal{C}_g)$: $x\in]0;2[$ $(\mathcal{C}_f)$ و $(\mathcal{C}_g)$ متقاطعان : $x\in\{0;2\}$	**0,75**	**0.75**
5) الرسم : $(\mathcal{C}_f)$	**0.25**	**0.50**
$(\mathcal{C}_g)$	**0.25**	

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
6) حساب بالسنتمتر المربّع، مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنيين $(\mathcal{C}_f)$ و $(\mathcal{C}_g)$. $A=\int_0^2[g(x)-f(x)]dx=\int_0^2\left(-\frac{1}{2}ex^2+ex\right)dx=\left[-\frac{1}{6}ex^3+\frac{1}{2}ex^2\right]_0^2$ $A=-\frac{8e}{6}+\frac{4e}{2}=-\frac{4e}{3}+2e=\frac{2e}{3}ua$	**0.25**	**0.5**
$A=\frac{8e}{3}cm^2$	**0.25**	
7) أ) h دالة زوجية.....	**0.25**	**01**
ب) حساب $h(x)+f(x)$	**0.25**	
استنتاج كيفية رسم (Γ) انطلاقا من $(\mathcal{C}_f)$.....	**0.25**	
الرسم.....	**0.25**	