

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
مجموع	مجزأة	
التمرين الأول: (04 نقاط)		
02	0.5 0.75 0.75	1 حل المعادلة في $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$: الحل الخاص $(x_0; y_0) = (4; 3)$ $PGCD(673; 505) = 1$ ومنه: $(x; y) = (673k + 4; 505k + 3)$ حيث $k \in \mathbb{Z}$
0.5	0.5	2 بيان أن x و y لهما نفس الإشارة: $(673k+4)(505k+3) > 0$ محققة من أجل كل $k \in \mathbb{Z}$
01	2×0.25	3 كتابة u_α بدلالة α : (u_n) متتالية حسابية، $\alpha \in \mathbb{N}$; $u_\alpha = 3 + 505\alpha$
	2×0.25	- كتابة v_β بدلالة β : (v_n) متتالية حسابية، $\beta \in \mathbb{N}$; $v_\beta = 4 + 673\beta$
0.5	0.25	4 أ) تعيين الحدود المشتركة بين (u_n) و (v_n) : $u_\alpha = v_\beta$ تكافئ $3 + 505\alpha = 4 + 673\beta$ ومنه: $505\alpha - 673\beta = 1$ ومنه: $(\alpha; \beta) = (673k + 4; 505k + 3)$ مع $k \in \mathbb{N}$
	0.25	$u_\alpha = 505\alpha + 3$ أي $u_k = 339865k + 2023$ مع $k \in \mathbb{N}$ أي $w_n = 339865n + 2023$ وهي حدود متتابعة لمتتالية حسابية أساسها $r = 339865$ وحدها الأول 2023 ب) $p = X_1 \cdot X_2 \cdot \dots \cdot X_n = (673)^n n!$
التمرين الثاني: (04 نقاط)		
1.25	2×0.25 0.5 0.25	1 تبيان أن المثلث ABC قائم في A : $\overrightarrow{AB}(0; -2; 1)$ ، $\overrightarrow{AC}(0; 2; 4)$. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$ ومنه: ABC قائم في A .
0.75	0.75	2 كتابة معادلة المستوي (Q) : $y + 2z + 2 = 0$
01	0.25	3 أ. إثبات أن (P_m) يشمل مستقيما ثابتا (Δ) مع تعيين تمثيل وسيطي له: ① $(P_m): (m-1)x + 2y - z - m = 0$ تكافئ $m(x-1) + (-x+2y-z) = 0$ ومنه:
	0.25	و $\begin{cases} x-1=0 \\ -x+2y-z=0 \end{cases}$ ومنه: $\begin{cases} x=1 \\ z=2y-1 \end{cases}$ إذن: $t \in \mathbb{R}$ مع $(\Delta): \begin{cases} x=1 \\ y=t \\ z=2t-1 \end{cases}$ و
01	0.25	• التحقق أن A و C نقطتان من (Δ) : $A \in (\Delta): \begin{cases} x=1 \\ y=t=0 \\ z=2(0)-1=-1 \end{cases}$ ، $C \in (\Delta): \begin{cases} x=1 \\ y=t=2 \\ z=2(2)-1=3 \end{cases}$
	0.25	ب. تبيان أن (P_m) يعامد المستوي (Q) : • $\overrightarrow{n}_{(P_m)}(m-1; 2; -1)$ و $\overrightarrow{n}_{(Q)}(0; 1; 2)$ ومنه $\overrightarrow{n}_{(P_m)} \cdot \overrightarrow{n}_{(Q)} = 0$
01	0.25	4 أ. تبيان أن $d(m) = \frac{5}{\sqrt{m^2 - 2m + 6}}$ $d(m) = \frac{ (m-1)(1) + 2(-2) - 0 - m }{\sqrt{(m-1)^2 + 2^2 + (-1)^2}} = \frac{5}{\sqrt{m^2 - 2m + 6}}$

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
مجموع	مجزأة	
	0.25 0.25	- تعيين قيمة m حتى تكون $d(m)$ أعظمية: $d(m)$ أعظمية من أجل $m=1$ (تقبل أي إجابة صحيحة). ومنه: $d(1)=\sqrt{5}$
	0.25	ب. استنتاج أنه إذا كان $d(m)$ أعظميا فإن A المسقط العمودي لـ B على (P_m) : من أجل ومنه A المسقط العمودي لـ B $\begin{cases} AB=\sqrt{5}=d(1) \\ A \in (p_m) \end{cases} . m=1$
التمرين الثالث: (05 نقاط)		
1.50	6×0.25	(1) - حل المعادلة في \mathbb{C} : $(z^2+1)(z^2-2z+3)=0$ ① ① تكافئ $\begin{cases} z^2+1=0 \\ z^2-2z+3=0 \end{cases}$ ومنه: $\begin{cases} z_1=i ; z_2=\bar{z}_1 \\ z_3=1+i\sqrt{2} ; z_4=\bar{z}_3 \end{cases}$
	0.75	(2) أ. حساب $ z_A-1 $ ، $ z_C-1 $ و $ z_D-z_E $ $ z_D-z_E =\sqrt{2}$ و $ z_C-1 =\sqrt{2}$ ، $ z_A-1 =\sqrt{2}$
	0.25	- استنتاج أن النقط A, B, C, D تنتمي إلى نفس الدائرة.
	0.25	لدينا: $ z_A-z_E = z_C-z_E = z_D-z_E =\sqrt{2}$
1.50	0.25	و بما أن B نظيرة C بالنسبة إلى محور الفواصل فإن: ومنه: النقط A, B, C, D تنتمي إلى نفس الدائرة التي مركزها E وطول نصف قطرها $\sqrt{2}$. $AE=CE=DE=BE=\sqrt{2}$
	0.25	ب. تبيان أن $z_B-z_E=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)(z_A-z_E)$ $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)(z_A-z_E)=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)(i\sqrt{2})=i-1=z_B-z_E$
	0.5	- الاستنتاج: $z_B-z_E=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)(z_A-z_E)$ حيث $a=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=e^{i\frac{\pi}{4}}$
0.75		ومنه B صورة A بدوران مركزه E وزاويته $\frac{\pi}{4}$.
	0.25	- طبيعة المثلث ABE : في المثلث ABE لدينا $\begin{cases} AE=BE \\ (\overline{EA}; \overline{EB}) \equiv \frac{\pi}{4} [2\pi] \end{cases}$ ومنه المثلث ABE متساوي الساقين رأسه E . (تقبل أي طريقة صحيحة)

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
مجموع	مجزأة	
0.75	2×0.25	(3) - تعيين $z_{\overline{AE}}$ و $z_{\overline{BD}}$: $z_{\overline{AE}} = -i\sqrt{2}$ و $z_{\overline{BD}} = -2i$
	0.25	- تحديد طبيعة الرباعي $ABDE$. لدينا: $\frac{z_{\overline{AE}}}{z_{\overline{BD}}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \in \mathbb{R}$ ومنه: $(AE) // (BD)$ $AE \neq BD$ ومنه: الرباعي $ABDE$ شبه منحرف.
0.5	0.25	أ. تبين أنه $\vec{w}_1 \perp \vec{w}_2$ يكافئ $z_1 z_2 + \overline{z_1} \overline{z_2} = 0$ $\vec{w}_1 \perp \vec{w}_2$ معناه $z_1 z_2 + \overline{z_1} \overline{z_2} = 0$ لدينا: $z_1 \overline{z_2} = -\overline{z_1} z_2$ معناه $\frac{z_1}{z_2} = -\frac{\overline{z_1}}{\overline{z_2}} = -\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)}$ مع $z_2 \neq 0$ أي: $\frac{z_1}{z_2}$ تخيلي صرف
	0.25	أي $\frac{z_1}{z_2} = \alpha i$ حيث $\alpha \in \mathbb{R}$ ، أي $\left(\overline{w_2}; \overline{w_1}\right) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$. (تقبل أي طريقة أخرى صحيحة) ملاحظة: إذا كان $\overline{w_1} = \vec{0}$ أو $\overline{w_2} = \vec{0}$ فإن التكافؤ صحيح
	0.25	ب. تحديد طبيعة مجموعة النقط $M(z)$. $(z - z_A)(\overline{z} - z_D) + (z - z_B)(\overline{z} - z_C) = 0$ معناه $(z - z_A)(\overline{z} - z_B) + (z - z_B)(\overline{z} - z_A) = 0$ $\overline{AM} \cdot \overline{BM} = 0$ أي: ومنه مجموعة النقط $M(z)$ هي الدائرة ذات القطر $[AB]$.
التمرين الرابع: (07 نقاط)		
0.5	0.25	(1) البرهان أنه من أجل كل $x > 1$ فإن $1 - x - 2x \ln x < 0$: * من أجل $x > 1$: $\begin{cases} 1 - x < 0 \\ -2x \ln x < 0 \end{cases}$ ومنه: $1 - x - 2x \ln x < 0$.
	0.25	- البرهان أنه من أجل كل $0 < x < 1$ فإن $1 - x - 2x \ln x > 0$: * من أجل $0 < x < 1$: $\begin{cases} 1 - x > 0 \\ -2x \ln x > 0 \end{cases}$ ومنه: $1 - x - 2x \ln x > 0$.
01	0.25	(2) أ) إثبات أن f قابلة للاشتقاق عند العدد 0 من اليمين: $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x} = 1 = f'_d(0)$
	0.25	كتابة معادلة نصف المماس (Δ) عند $O(0;0)$: $(\Delta): y = x$

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
مجموع	مجزأة	
	0.5	<p>ب) دراسة الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ): $f(x) - x = -x^2 \ln x$</p> <ul style="list-style-type: none"> • (C_f) أعلى (Δ) في المجال $[0;1[$. • (C_f) أسفل (Δ) في المجال $]1;+\infty[$. • (C_f) يقطع (Δ) في نقطتين $O(0;0)$ و $N(1;1)$.
1.50	0.25	<p>3) أ. حساب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[x^2 \left(\frac{1}{x} - \ln x \right) \right] = -\infty$</p>
	2×0.5	<p>ب. دراسة اتجاه تغير f على المجال $[0;+\infty[$: $f'(x) = 1 - x - 2x \ln x$</p> <ul style="list-style-type: none"> • f متناقصة تماما على المجال $[0;1]$. • f متزايدة تماما على المجال $]1;+\infty[$.
	0.25	<ul style="list-style-type: none"> • جدول التغيرات.
03	3×0.25	<p>4) أ. كتابة معادلة المماس (T) لـ (C_f) الموازي لـ (Δ):</p> <p>$f'(x_0) = 1$ ومنه: $x_0 = \frac{1}{\sqrt{e}}$ و بالتالي: $(T): y = x + \frac{1}{2}e^{-1}$.</p>
	0.5	<p>ب. البرهان أن $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha \in]1;+\infty[$</p> <p>f مستمرة و متناقصة تماما على المجال $]1;+\infty[$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \times f(1) < 0$ و $f(x) = 0$ تقبل حل وحيد $\alpha \in]1;+\infty[$ ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة</p>
	0.25	<ul style="list-style-type: none"> • التحقق أن $\alpha \in]1,76;1,77[$ <p>$f(1,76) \times f(1,77) = (0,008)(-0,018) < 0$ ومنه: $\alpha \in]1,76;1,77[$</p>
	0.25	<p>ج. كتابة معادلة المستقيم (d) الموازي لـ (Δ) و يشمل النقطة ذات الإحداثيين $(\alpha;0)$:</p> <p>$(d): y = x - \alpha$</p>
	3×0.25 0.5	<ul style="list-style-type: none"> • رسم (Δ)، (d)، (T) و (C_f) على المجال $[0;\alpha]$:

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
مجموع	مجزأة	
0.50	0.25	<p>(5) المناقشة الوسيطة لعدد حلول المعادلة في المجال $[0; \alpha]$: $x^2 \ln x + m = 0$ تكافئ $f(x) = x + m$ و $x \neq 0$</p> <ul style="list-style-type: none"> • $\left] \frac{1}{2}e^{-1}; +\infty \right[\cup]-\infty; -\alpha[$ ، ليس للمعادلة حل. • $m \in [-\alpha; 0]$ ، حل وحيد. • $m \in \left] 0; \frac{1}{2}e^{-1} \right[$ ، حلان متمايزان. • $m = \frac{1}{2}e^{-1}$ ، حل مضاعف.
	0.25	<p>(6) - حساب $A(\lambda)$ بالتجزئة: $A(\lambda) = \frac{1}{9} - \frac{1}{9}\lambda^3 + \frac{1}{3}\lambda^3 \ln \lambda$</p>
0.50	0.25	<p>- حساب $\lim_{\lambda \rightarrow 0} A(\lambda)$: $\lim_{\lambda \rightarrow 0} A(\lambda) = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{9}\lambda^3 + \frac{1}{3}\lambda^3 \ln \lambda \right) = \frac{1}{9}$</p> <p>- التفسير الهندسي: $\lim_{\lambda \rightarrow 0} A(\lambda) = \frac{1}{9}(u.a) = 1cm^2$ هي مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ).</p>
	0.25	

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)								
مجموع	مجزأة									
4	4×0.25	<p>التمرين الأول:(04 نقاط)</p> <p>(1) إكمال الشجرة</p> <p>(2) حساب $p(A)$، $p(B)$ و $p(C)$</p> <p>(3) أ) قيم X هي 0، 1 و 2 . ب) توزيع قانون الاحتمال</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>$X = x_i$</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>$P(X = x_i)$</td> <td>$\frac{12}{105}$</td> <td>$\frac{62}{105}$</td> <td>$\frac{31}{105}$</td> </tr> </table> <p>الأمل الرياضياتي : $E(X) = \frac{124}{105}$</p>	$X = x_i$	0	1	2	$P(X = x_i)$	$\frac{12}{105}$	$\frac{62}{105}$	$\frac{31}{105}$
	$X = x_i$		0	1	2					
	$P(X = x_i)$		$\frac{12}{105}$	$\frac{62}{105}$	$\frac{31}{105}$					
	3×0.5									
0.5										
	3×0.25									
	0.25									
02	01	<p>التمرين الثاني:(04 نقاط)</p> <p>(1) أ) التحقق</p> <p>ب) استنتاج كتابة $u_n = (n-1)^2$</p>								
	01									
01	01	(2) التحقق من أن: $u_n = n(n-2) + 1$								
0.5	0.5	(3) $n-2$ يقسم 3 و $n-2 \in \{-3; -1; 1; 3\}$ وقيم n المطلوبة هي: 1، 3، 5.								
0.5	0.25	<p>(4) أ) لدينا: $u_n - n(n-2) = 1$ تطبيق مبرهنة بيزو وتقبل أي طريقة أخرى سليمة.</p> <p>ب) بتطبيق مبرهنة غوص: $n-2$ يقسم $n-5$</p> <p>قيم n المطلوبة هي: 1، 5.</p>								
	0.25									
01	0.5	<p>التمرين الثالث:(05 نقاط)</p> <p>(1) أ) $\overline{P(z)} = P(\bar{z})$</p> <p>تبرير الاستنتاج: إذا كان z حلا فإن \bar{z} هو حل كذلك</p>								
	0.5									
1.75	0.75	<p>ب) $P(z) = (z^2 + \alpha)(az^2 + bz + c)$ أي $P(\alpha i) = 0$ + التحليل</p> <p>حلول المعادلة هي: $2i$، $3-4i$، $-2i$، $3+4i$</p>								
	1									
2	0.5x2	<p>(2) أ) حساب $z_I = 1$ و $z_J = -3+8i$</p> <p>ب) برهان التكافؤ</p> <p>تعيين (E) و إنشاؤها</p> <p>ج) التحقق أن $D \in (\Gamma)$ و تعيين (Γ) و إنشاؤها</p>								
	0.25									
	0.25									
	2x0.25									
0.25	0.25	(3) الشكل الجبري للاحقة النقطة G								

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)								
مجموع	مجزأة									
01	2x0.5	التمرين الرابع: (07 نقاط) (I 1) المنحنيات (C_k) تمر من النقطتين $(-1;0)$ و $(0;1)$ (تقبل كل الطرائق السليمة)								
01.50	0.5	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f_k(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f_k(x) = 0$ $k < 0$ (2)								
	0.5	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f_k(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f_k(x) = +\infty$ $k = 0$								
	0.5	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f_k(x) = 0$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f_k(x) = +\infty$ $k > 0$								
1.50	0.25	(3) أ) حساب $f'_k(x)$								
	0.25	$f'_k(x) = (x+1)(-kx+2-k)e^{-kx}$								
	0.25	الحالة 1: $k = 0$ إشارة $f'_k(x)$ + اتجاه التغير								
	0.25	مقارنة العددين -1 و $\frac{2-k}{k}$ في حالة $k \neq 0$								
	0.25	الحالة 2: $k > 0$ إشارة $f'_k(x)$ + اتجاه التغير								
	0.25	الحالة 3: $k < 0$ إشارة $f'_k(x)$ + اتجاه التغير								
0.25	0.25	ب) جدول التغيرات لما $k > 0$								
0.25	0.25	(4) حساب $f_{k+1}(x) - f_k(x)$ (وضعية المنحنيين) إشارة $f_{k+1}(x) - f_k(x)$								
		<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f_{k+1}(x) - f_k(x)$</td> <td></td> <td>+</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$	$f_{k+1}(x) - f_k(x)$		+
x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$						
$f_{k+1}(x) - f_k(x)$		+	0	+						
		تحديد الوضعية								
1.50	01	(II 1) جدول تغيرات الدالة f ملاحظة : تعطى العلامة الكاملة اذا استعمل التلميذ النتائج السابقة و تجزء العلامة في حالة دراسة تغيرات الدالة من جديد كما يلي $(0.25+0.25+0.5)$								
	0.5	رسم المنحنى (C_f)								
0.50	0.25	(2) أ) تحديد الحل $x=0$ من جدول التغيرات								
	0.25	تطبيق مبرهنة القيم المتوسطة لحصر α ب) $f(x) = f(m)$ تقبل حلا وحيدا من أجل $m \in \left[-\frac{3}{2}; \alpha\right]$								

0.5	0.25	(3) أ) التحقق $g'(x)+2g(x)-e^{-2x}=0$
	0.25	استنتاج الدالة الأصلية: $x \mapsto -\frac{1}{4}(2x+3)e^{-2x}$ ب) $A = \int_{-1}^0 f(x)dx$ المكاملة بالتجزئة (الأولى) $A = \left(\frac{e^2-5}{4}\right) u.a$