الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

دورة: 2019

الشعبة: تسيير واقتصاد

اختبار في مادة: الرياضيات

المدة: 03 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي : $u_0=-4$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=\frac{3}{4}u_n+2$.

1) أ) احسب كلا من u_1 و u_2.

ب) برهن بالتراجع أنّه: من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n<8$.

2) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) واستنتج أنها متقاربة .

3) من أجل كل عدد طبيعي n، نضع : $v_n=u_n-\alpha$ ، حيث α عدد حقيقي .

أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n، $v_{n+1}=\frac{3}{4}v_n-\frac{1}{4}\alpha+2$.

ب) عيّن قيمة العدد α حتى تكون المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{3}{4}$ ، يطلب تعيين حدها الأول v_0.

جـ) نضع $\alpha=8$ ، عبّر عن v_n بدلالة n، ثمّ استنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n=-12\left(\frac{3}{4}\right)^n+8$.

4) احسب المجموع S_n بدلالة n حيث: $S_n=u_1+u_2+...+u_n$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

نرمي نردا غير مزيف ذا ستة أوجه مرقمة من 1 إلى 6 مرتين متتاليتين ونسجل الرقم الظاهر على الوجه العلوي في كل مرة.

1) ما احتمال الحصول على رقمين زوجيين ؟

2) ما احتمال الحصول على رقمين جداؤهما يساوي 6 ؟

3) ما احتمال الحصول على رقمين أحدهما ضعف الآخر؟

4) ما احتمال الحصول على رقمين زوجيين أحدهما هو 2 ؟

التمرين الثالث: (05 نقاط)

يمثّل الجدول التالي تطور الواردات في الجزائر مقدرة بالمليار دولار من سنة 2009 إلى سنة 2014 .

السنة	2009	2010	2011	2012	2013	2014
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5	6
الواردات y_i	39,29	40,47	47,25	47,49	54,85	58,33

(المرجع: المركز الوطني للإعلام الآلي والإحصاء التابع للجمارك)

1) مثّل سحابة النقط $M_i\left(x_i\,;y_i\right)$ في معلم متعامد.

(نأخذ $1cm$ لكل سنة على محور الفواصل و $1cm$ لكل 10 مليار دولار على محور التراتيب) .

2) جد إحداثيي النقطة المتوسطة G، ثّم علّمها.

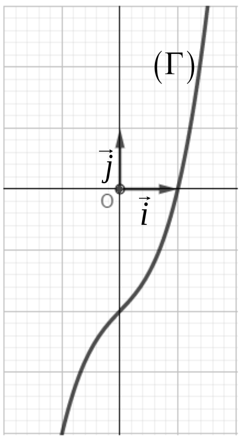
3) بيّن أنّ معادلة (Δ) مستقيم الانحدار بالمربّعات الدّنيا لهذه السلسلة الإحصائية هي : $y = 3{,}96x + 34{,}09$

ثّم مثل (Δ). (تُدوّر النتائج إلى 10^{-2}).

4) اعتماداً على التعديل الخطي السابق، ابتداءً من أيّ سنة تفوق الواردات 77 مليار دولار؟

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) g الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بــ : $g(x) = x^3 + x - 2$ و (Γ) تمثيلها البياني كما هو مبيّن في الشكل .



بقراءة بيانية عين $g(1)$ واستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) f الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}-\{0\}$ بــ: $f(x) = x - \dfrac{x-1}{x^2}$ و $\left(C_f\right)$تمثيلها البياني

في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O\,;\,\vec{i}\,,\,\vec{j}\right)$.

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to0} f(x)$ وفسّر النتيجة بيانيا.

2) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x : $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^3}$.

– استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

3) أ) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحنى $\left(C_f\right)$.

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنى $\left(C_f\right)$ و المستقيم (Δ).

4) بيّن أنّ المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-1.4\,;-1.3[$.

5) ارسم (Δ) ثم المنحنى $\left(C_f\right)$.

6) احسب A مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحنى $\left(C_f\right)$ والمستقيمات التي معادلاتها:

$y = x$ ، $x = 1$ و $x = 3$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ المعادلة : $\left(4x^2+3x-1\right)\left(x^2-5x+6\right)=0$ ......(E) .

2) كيس به أربع كريات تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 3 ، 4 نسحب منه كرية واحدة ونرمز بـ p_i إلى احتمال سحب الكرية التي تحمل الرقم i ونضع $p_1=3\alpha^2$ ، $p_2=\alpha^2$ ، $p_3=\alpha$ و $p_4=2\alpha$.

- حدد قيمة α.

3) نضع $\alpha=\frac{1}{4}$ ، احسب احتمال الأحداث التالية :

A : "سحب كرية تحمل رقما فرديا " .

B : "سحب كرية تحمل الرقم 4 " .

C : "سحب كرية تحمل رقما أصغر من أو يساوي 3 " .

D : " سحب كرية تحمل رقما حلا للمعادلة (E)" .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(u_n) المتتالية الحسابية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـــ : $\begin{cases} u_2+2u_5=27 \\ u_1=\frac{9}{2} \end{cases}$.

1) احسب حدها الاول u_0 واساسها r .

2) اكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n .

3) بيّن أن العدد 2019 حد من حدود هذه المتتالية ثم احسب كلا من المجموعين S_1 و S_2 .

حيث $S_1=u_1+u_2+u_3+......+u_{1344}$ و $S_2=u_2+u_4+u_6+.......+u_{1344}$.

- استنتج حساب المجموع S_3 حيث : $S_3=u_1+u_3+u_5+.....+u_{1343}$.

4) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـــ : $v_n=e^{6-2u_n}$.

- احسب المجموع $S_n=\frac{1}{v_0}+\frac{1}{v_1}+......+\frac{1}{v_n}$.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

يمثل الجدول التالي تطور الإنتاج السنوي (الوحدة : الطن) لأحد أنواع الأسماك في حوض مائي لتربية الأسماك.

السنة	2013	2014	2015	2016	2017	2018
الرتبة x_i	1	2	3	4	5	6
الإنتاج (بالطن) y_i	490	510	595	630	840	999

1) مثّل سحابة النقط $M_i\left(x_i\,;y_i\right)$ في معلم متعامد.

(نأخذ $1cm$ لكل سنة على محور الفواصل و $1cm$ لكل 100 طن على محور التراتيب) .

2) جد إحداثيي النقطة المتوسطة G لهذه السّحابة.

3) بيّن أنّ معادلة لمستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا لهذه السلسلة هي: $y = 102\,x + 320,33$ ومثّله بيانيا.

4) باعتبار أنّ كمية الإنتاج تتبع نفس الوتيرة :

أ) ما هي كمية الإنتاج المتوقعة لسنة 2023؟

ب) ابتداءً من أي سنة تتجاوز كمية الإنتاج 2000 طن؟

التمرين الرّابع: (07 نقاط)

I) g الدالة العددية المعرفة على المجال $]-\infty;0]$ كما يلي: $g\left(x\right)=2x+6-e^{2x+1}$.

1) أ) أُحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g\left(x\right)$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]-\infty\,;0]$ ثم شكل جدول تغيراتها .

2) أ) بيّن أنّ المعادلة : $g\left(x\right)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $-3<\alpha<-2.9$.

ب) استنتج إشارة $g\left(x\right)$ على المجال $]-\infty\,;0]$.

II) f الدالة المعرفة على المجال $]-\infty\,;0]$ كما يلي : $f\left(x\right)=-2x^2-12x+e^{2x+1}$

$\left(C_f\right)$تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

حيث الوحدة على محور الفواصل $1cm$ وعلى محور التراتيب $0.5cm$.

1) أثبت أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty\,;0]$: $f\,'\left(x\right)=-2g\left(x\right)$.

2) استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-\infty\,;0]$.

3) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f\left(x\right)$ ثم شكّل جدول التغيرات للدالة f .

4) بيّن أنّ : $f\left(\alpha\right)=-2\alpha\left(\alpha+5\right)+6$ وأعطِ حصرًا للعدد $f\left(\alpha\right)$ ، ثم ارسم $\left(C_f\right)$ على المجال $]-4;0]$.

5) احسب بدلالة α التكامل : $\dfrac{1}{2}\displaystyle\int_{\alpha}^{0} f\left(x\right)\,dx$ ثم فسّر النتيجة بيانيا .

انتهى الموضوع الثاني