عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأول (04 نقاط) 1) أ− برهان بالتراجع أن: $u_n > \frac{1}{e}$ • نتحقق من صحة الخاصية من أجل $n=0$: $\frac{1}{e} < u_0$: $\frac{1}{e} < \frac{5}{4e}$ • نفرض من أجل عدد طبيعي n أن : $\frac{1}{e} < u_n$ و f متزايدة تماما على $[0;+\infty[$ إذن : $f\left(\frac{1}{e}\right) < f(u_n)$ و منه $\frac{1}{e} < u_{n+1}$. ب− تبيان أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n = \frac{eu_n(\frac{1}{e} - u_n)}{eu_n + 1}$ − ومنه و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n < 0$ إذن (u_n) متناقصة تماما ومحدودة من الأسفل بالعدد $\frac{1}{e}$ فهي متقاربة .	0.25 0.25x 2 0.25	1
2) اثبات أن (v_n) هندسية : من أجل كل عدد طبيعي n : $v_{n+1} = \frac{2\ eu_n}{eu_n - 1}$: $v_{n+1} = 2v_n$: (v_n)متتالية هندسية أساسها $q=2$ و $v_0 = 5$ و $v_n = 5 \times 2^n$	0.5 0.25×2	01
3) أ− التحقق أن $v_n = 1 + \frac{1}{eu_n - 1}$ ، استنتاج u_n: $u_n = \frac{5\times 2^n}{e(5\times 2^n - 1)}$: $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n = \frac{1}{e}$ ب− S_n مجموع متتالية هندسية : $S_n = 5 \times \frac{2^{n+1} - 1}{2-1} = 5\left[2^{n+1} - 1\right]$	0.25×2 0.25 0.5	01.25
4) أ) بواقي قسمة 2^n على 7 هي $\{1;2;4\}$: $(k \in \mathbb{N})$ $2^{3k} \equiv 1[7]$ ، $2^{3k+1} \equiv 2[7]$ ، $2^{3k+2} \equiv 4[7]$ ب) $S_n \equiv 0[7]$ و منه $10 \times 2^n \equiv 5[7]$ و منه $2^n \equiv 4[7]$ و إذن $n = 3k+2$	0.5 0.25	0.75

التمرين الثاني : (04 نقاط) 1) معادلة المستوي (Q) الذي يشمل A و $\vec{n}(2;2;-1)$ شعاع ناظمي له هي : $(Q): 2x+2y-z+2=0$	0.5×2	01
2) تمثيل وسيطي للمستقيم (Δ): $\vec{n}(2;2;-1)$ شعاع توجيه لـ (Δ) $\quad (\Delta): \begin{cases} x=2t \\ y=2t \\ z=-t+2 \end{cases} \quad / \ t\in\mathbb{R}$	0.5×2	01
3) أ) التحقق أن $2x-y+2z+5=0$ معادلة ديكارتية للمستوي (p) .... ب) (p) يشمل B .... $\vec{n'}(2;-1;2)$ ناظمي لـ (p) ، $\vec{n}.\vec{n'}=0$ ومنه $(p)\perp(Q)$	**0.25×2** 0.5 0.25	**01.25**
4) أ) تعيين قيم t : $\|t\|=1$ ب) استنتاج احداثيات C مركز سطح الكرة: $C(2;2;1)$ حساب نصف القطر r : $r=d(C;(p))=d(C;(Q))=3$ (تقبل إجابات أخرى)	0.25 0.25 0.25	0.75
التمرين الثالث : (06 نقاط) I) حل المعادلة : $\Delta=-8$ ، $z_1=\sqrt{2}+i\sqrt{2}$ ، $z_2=\sqrt{2}-i\sqrt{2}$	0.5×3	**01.5**
II) 1) الكتابة على الشكل الأسي: $z_A=2e^{i\frac{\pi}{4}}$ ، $\frac{1}{z_B}=\frac{1}{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ .... ـ لدينا : $\left(\frac{2}{z_B}\right)^{2018}=\left(e^{i\frac{\pi}{4}}\right)^{2018}=e^{i\frac{\pi}{2}}=i$	0.5×2 0.25	**1.25**
2) $z_C-z_\Omega=-3(z_B-z_\Omega)$ نجد $z_C=-\sqrt{2}+3i\sqrt{2}$	0.25 0.5×2	1.25
3) $z_D-z_O=-i(z_B-z_O)$ نجد $z_D=-\sqrt{2}-i\sqrt{2}$	0.5×3	**1.5**
4) أ) تبيان أن $\frac{z_C-z_A}{z_D-z_A}=-i$ ـ استنتاج طبيعة المثلث ACD : المثلث قائم في A و متساوي الساقين ب) لاحقة النقطة E : $z_E-z_C=z_D-z_A$ نجد $z_E=-3\sqrt{2}+i\sqrt{2}$	0.25 0.25	**0.5**

التمرين الرابع: (06 نقاط) f دالة معرفة على المجال $]-\infty;1[$ بـ: $f(x)=\frac{x}{x-1}e^{-x}$		
1) نهايات : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}1} f(x)=-\infty$ $(d):x=1$ معادلة مقارب عمودي	0.5×2 0.25	01.25
2) بيان أن من أجل $x\in]-\infty;1[$: $f'(x)=\frac{(-x^2+x-1)}{(x-1)^2}e^{-x}$ من أجل $x\in]-\infty;1[$: $f'(x)<0$. f دالة متناقصة تماما على كل المجال $]-\infty;1[$ جدول التغيرات.	0.25 0.25 0.5	1
3) أ- معادلة المماس (T) عند 0 : $(T):y=-x$ ب- اتجاه تغير الدالة h : بيان أن من أجل $x\in]-\infty;1[$: $h'(x)=-e^{-x}+1$ من أجل $x\in]-\infty;0]$: $h'(x)\le 0$ ، h متناقصة تماما على مجال $]-\infty;0]$ من أجل $x\in[0;1[$: $h'(x)\ge 0$ ، h متزايدة تماما على مجال $[0;1[$ $h(0)=0$ قيمة حدية صغرى للدالة h على المجال $]-\infty;1[$ منه : $h(x)\ge 0$	0.5 0.25 0.25	01
4) بيان أن من أجل $x\in]-\infty;1[$: $f(x)+x=\frac{x\,h(x)}{x-1}$ - الوضع النسبي للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة للمماس (T) : من أجل $x\in]-\infty;0[$: المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ يقع فوق المماس (T) من أجل $x\in]0;1[$: المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ يقع تحت المماس (T) من أجل $x=0$ المماس (T) يخترق المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ تفسير الهندسي : مبدأ المعلم O نقطة انعطاف للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$	0.25 0.25 0.25	0.75
5) معادلة المستقيم $(\Delta):y=-\frac{e^2}{3}x$ و إنشاء المماس (T) ، (Δ) و المنحنى $(\mathcal{C}_f)$.	0.25 0.5	0.75
6) أ- إثبات أنه من أجل $x\in[-1;0]$: $\frac{x}{x-1}\le f(x)<e^{-x}$. - لدينا من أجل $x\in[-1;0]$: $f(x)-\frac{x}{x-1}=\frac{x(e^{-x}-1)}{x-1}$ من أجل $x\in[-1;0]$: لدينا $e^{-x}-1\ge 0$ و $\frac{x}{x-1}\ge 0$ إذن $f(x)\ge\frac{x}{x-1}$ - لدينا من أجل $x\in[-1;0]$: $f(x)-e^{-x}=\frac{e^{-x}}{x-1}$ من أجل $x\in[-1;0]$: لدينا $e^{-x}>0$ و $x-1<0$ إذن $f(x)<e^{-x}$	0.5	0.5

ب- تحقق أن : $\frac{x}{x-1}=1+\frac{1}{x-1}$ لدينا من أجل $x\in[-1;0]$: $\frac{x}{x-1}\le f(x)<e^{-x}$. فإن : $\int_{-1}^{0}\left(1+\frac{1}{x-1}\right)dx \le \int_{-1}^{0} f(x)dx < \int_{-1}^{0} e^{-x}dx$ منه $\left[x+\ln(1-x)\right]_{-1}^{0} \le \int_{-1}^{0} f(x)dx < \left[-e^{-x}\right]_{-1}^{0}$ $1-\ln 2\le \int_{-1}^{0} f(x)dx < e-1$	0.25 0.25	**0.5**
7) المعادلة : $f(x)=mx$ حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع $(\mathcal{C}_f)$ مع المستقيم ذو المعادلة $y=mx$ إذا كان $m\in\left]-\infty;-\frac{e^2}{3}\right[$ فإن للمعادلة حلين متمايزين . إذا كان $m\in\left[-\frac{e^2}{3};-1\right[$ فإن للمعادلة ثلاث حلول متمايزة . إذا كان $m\in[-1;+\infty[$ فإن للمعادلة حلا وحيدا	0.25	**0.25**

<table>
<tr><th rowspan="2">عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)</th><th colspan="2">العلامة</th></tr>
<tr><th>مجزأة</th><th>مجموع</th></tr>
<tr><td><u>التمرين الأوّل:</u> (03 نقاط)
1) من أجل كل n من $\mathbb{N}$ ، $w_{n+1}=\frac{v_{n+1}}{u_{n+1}}+\frac{1}{2}=\frac{5}{3}\left(\frac{v_n}{u_n}+\frac{1}{2}\right)$ أي $w_{n+1}=\frac{5}{3}w_n$
و منه (w_n) متتالية هندسية أساسها $q=\frac{5}{3}$ و حدّها الأوّل $w_0=\frac{5}{2}$.</td><td>0.25×3</td><td>0.75</td></tr>
<tr><td>2) من أجل كل n من $\mathbb{N}$ ، $w_n=\frac{5}{2}\left(\frac{5}{3}\right)^n$.</td><td>0.25</td><td rowspan="2">0.75</td></tr>
<tr><td>استنتاج أنّه من أجل كل n من $\mathbb{N}$ ، $v_n=5^{n+1}-3^n$</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td>3) $3^0\equiv 1[8]$ ، $3^1\equiv 3[8]$ ، $3^2\equiv 1[8]$.
إذن: من أجل كل $k\in\mathbb{N}$ ، $3^{2k}\equiv 1[8]$ و $3^{2k+1}\equiv 3[8]$.
$5^0\equiv 1[8]$ ، $5^1\equiv 5[8]$ ، $5^2\equiv 1[8]$.
إذن : من أجل كل $k\in\mathbb{N}$ ، $5^{2k}\equiv 1[8]$ و $5^{2k+1}\equiv 5[8]$.</td><td>01</td><td>01</td></tr>
<tr><td>4) من أجل كل $k\in\mathbb{N}$ ، $v_{2k}\equiv 4[8]$ و $v_{2k+1}\equiv 6[8]$.</td><td>0.5</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td><u>التمرين الثاني :</u> (05 نقاط)
I. 1) A : " سحب كرتين مختلفتين اللون ".
$p(A)=\frac{C_3^1\times C_4^1}{21}=\frac{12}{21}=\frac{4}{7}$.</td><td>0.5×3</td><td>01.5</td></tr>
<tr><td>2) B: " سحب كرتين من نفس اللون". $p(B)=1-p(A)=\frac{3}{7}$</td><td>0.5×3</td><td>01.5</td></tr>
<tr><td>II) 1) تبرير قيم المتغير العشوائي X ....
ـــ قانون الاحتمال للمتغير العشوائي
<table>
<tr><th></th><th>$\{B,B\}$</th><th>$\{B,N\}$</th><th>$\{N,N\}$</th></tr>
<tr><td>x_i</td><td>$100-\alpha$</td><td>$50-\alpha$</td><td>$-\alpha$</td></tr>
<tr><td>$p(X=x_i)$</td><td>$\frac{C_3^2}{21}=\frac{3}{21}$</td><td>$\frac{12}{21}$</td><td>$\frac{C_4^2}{21}=\frac{6}{21}$</td></tr>
</table></td><td>1
0.5</td><td>01.5</td></tr>
<tr><td>2) تبيان أنّ : $E(X)=-\alpha+\frac{300}{7}$.
ـــ حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب يجب أن يكون $E(X)>0$
أي: $-\alpha+\frac{300}{7}>0$ و منه $\alpha<42,85$ ، إذن أكبر قيمة لـ α هي $42DA$</td><td>0.25
0.25</td><td>0.5</td></tr>
</table>

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الثالث: (04 نقاط) I) أ) $\Delta=-12=\left(2\sqrt{3}i\right)^2$ ؛ $z_1=\frac{1}{4}-\frac{\sqrt{3}}{4}i$ و $z_2=\frac{1}{4}+\frac{\sqrt{3}}{4}i$	1	1.5
ب) $\frac{1}{z_1}=1+\sqrt{3}i=2e^{i(\frac{\pi}{3})}$ ؛ $\frac{1}{z_2}=1-\sqrt{3}i=2e^{i(\frac{-\pi}{3})}$	0.5	
II) 1) أ) حساب $\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A}$: $\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A}=e^{i(-\frac{\pi}{3})}$ إذن المثلث ABC متقايس الأضلاع.	0.5 0.25	1.25
ب) B هي صورة C بالدوران الذي مركزه A و زاويته $(-\frac{\pi}{3})$	0.5	
2) $T_{\overrightarrow{CB}}(A)=D$ معناه $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{CB}$ أي : $z_D-z_A=z_B-z_C$ و منه : $z_D=4+2\sqrt{3}i$. الرباعي $ACBD$ معيّن.	0.25 0.25	0.5
3) لتكن M نقطة لاحقتها z ، $M\in(\gamma)$ معناه $\left\|z-(1+i\sqrt{3})\right\|=\left\|z-(1-i\sqrt{3})\right\|$ أي $BM=CM$ و بالتالي (γ) هي محور القطعة $[BC]$ (محور الفواصل).	0.5	0.5
4) G مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC أي $AG=BG=CG$ و منه $G\in(\gamma)$	0.25	0.25
التمرين الرابع: (08 نقاط) I) 1) أ) من أجل كل x من $]0;1[$ ، $g'(x)=-1+\frac{1}{x}=\frac{1-x}{x}>0$ و منه الدالة g متزايدة تماما على $]0;1[$. ب) g مستمرة و متزايدة تماما على $]0;1[$ و بالتالي على $[0{,}15;0{,}16]$ و $g(0{,}15)\times g(0{,}16)<0$ إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة يوجد α وحيد حيث $0{,}15<\alpha<0{,}16$ و $g(\alpha)=0$. 2) واستنتاج إشارة $g(x)$: x : 0 ; α ; 1 ; $+\infty$ $g(x)$: $-$ $-$ 0 $+$	1 1 0.75	2.75

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
II) **1)** $\lim_{x\to+\infty} f(x)=-2$ ، $\lim_{x \overset{>}{\to} 1} f(x)=-\infty$. ـ (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين معادلتيهما : $x=1$ و $y=-2$.	0.5 0.5	01
2) أ) تبيان أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من $]1;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(\frac{1}{x})}{(x-1)^2}$ **ب)** إشارة $f'(x)$: 1 ‖ $+$ $\frac{1}{\alpha}$ (0) $-$ $+\infty$ − تبيان اتجاه تغير الدالة f : ـ جدول تغيرات الدالة f .	1 1 0.5	02.5
3) دراسة الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ). الإشارة: $f(x)+2=\dfrac{-1+\ln x}{x-1}$: 1 ‖ $-$ e (0) $+$ $+\infty$ في المجال $]1;e[$ المنحنى (C_f) يكون تحت (Δ) ، في المجال $]e;+\infty[$ المنحنى (C_f) يكون فوق (Δ)، و لما $x=e$ فإنّ (C_f) يقطع (Δ) في النقطة $A(e;-2)$.	0.25 0.5	0.75
4) رسم المستقيمات المقاربة و المنحنى (C_f).	0.5	0.5
5) $m\in\left]-f\left(\frac{1}{\alpha}\right);2\right[$ حتى تقبل المعادلة $\|f(x)\|=m$ حلين متمايزين.	0.5	0.5