Bac 2018

ناجحون بإذن الله

المستوى: الثالثة ثانوي.

الشعب: ع .التجريبية، رياضيات، تقني رياضي.

إعداد: عبعوب محمد

حل مفصل لـ15 تمرين

في

الاحتمـــــــــالات

$$C_{n+1}^{k} = C_{n}^{k} + C_{n}^{k-1}$$

$$C_{n}^{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

متنسوناش بدعاءكم

بالتوفـــــــــيق في باك 2018

mohammed aboub

التمرين 01:

عين الأعداد الطبيعية n التي تحقق الشرط المعطى:

$$C_n^3+C_n^2=8n$$

التمرين 02:

صندوق به 15 كرية 6 سـوداء و5 حمراء و4 صفراء.نسحب عشوائيا 3 كريات في آن واحد

1 -ماهو عدد السحبات الممكنة.

2 -ماهو احتمال الحصول على كريتين سوداء وكرة صفراء.

3 -ماهو احتمال الحصول على 3 كريات من نفس اللون.

4 -ماهو احتمال الحصول على 3 كرات مختلفة في اللون.

5 -ماهواحتمال الحصول على كرة سوداء واحدة على الاقل.

6-ماهو احتمال الحصول على كريتين صفراء على الاكثر.

7-ماهو احتمال الحصول على 3 كرات حمراء .

8-ماهو احتمال الحصول على 3 كرات منهم واحدة سوداء فقط.

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات السوداء .

1-حدد القيم التي يأخذها X.

2-حدد قانون الاحتمال.

3-احسب الأمل الرياضي.

4-احسب التباين.

5- احسب الانحراف المعياري.

التمرين 03:

كيس به 9 كريات 3 سـوداء و4 حمراء و2 خضراء.نسحب من الكيس عشوائيا 3 كريات على التوالي وبدون ارجاع الكرية المسحوبة

1 -ماهو عدد السحبات الممكنة.

2 -ماهو احتمال الحصول على 3 كرات تحمل لون احمر.

3 -ماهو احتمال الحصول على كريتين سوداء وكرة خضراء

4 -ماهو احتمال الحصول على كرة واحدة سوداء على الاقل

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات الحمراء .

1-حدد القيم التي يأخذها X.

2-حدد قانون الاحتمال.

3-احسب الأمل الرياضي.

4-احسب التباين.

5- احسب الانحراف المعياري.

التمرين 04:

صندوق به 8 كريات 2 بيضاء و3 حمراء و3 سوداء.نسحب عشوائيا 3 كريات على التوالي وبإرجاع الكرية المسحوبة الى الكيس

1 -ماهو عدد السحبات الممكنة.

2 - ماهو احتمال الحصول على 3 كريات من نفس اللون.

3 -ماهو احتمال الحصول على كرة بيضاء وكريتين سوداء.

4 -ماهواحتمال الحصول على كرة سوداء واحدة على الاقل.

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات البيضاء .

1-حدد القيم التي يأخذها X.

2-حدد قانون الاحتمال.

3-احسب الأمل الرياضي.

4-احسب التباين.

5- احسب الانحراف المعياري

mohammed aboub

التمرين 05:

في ثانوية ما 40% من التلاميذ يمارسون رياضة كرة القدم و25% يمارسون السباحة و 15% يمارسون الرياضتين معا . نختار عشوائيا تلميذا واحدا من هذه الثانوية

1- ماهو احتمال ان لا يمارس رياضة كرة القدم

2- ماهو احتمال ان يمارس رياضة كرة القدم او السباحة

3- ماهو احتمال ان لا يمارس هذا الطالب اية رياضة

4- ماهو احتمال ان يمارس رياضة كرة القدم ولا يمارس السباحة

5- اذا اخترنا الطالب الذي يمارس رياضة كرة القدم فماهو احتمال ان يمارس السباحة

التمرين 06:

قسم تربوي مكون من 40 تلميذا منهم 25 بنتا و15 ولدا. نريد تشكيل لجنة مكونة من ثلاث تلاميذ

1)ماهو عدد اللجان التي يمكن تشكيلها

2) اذا كانت اللجنة مكونة من رئيس القسم ونائب الرئيس والنائب العام.

أ) ماهو عدد اللجان التي يمكن تشكيلها اذا كان رئيس القسم ولدا والنائب العام بنتا.

ب) ماهو عدد اللجان التي يمكن تشكيلها اذا كان نائب الرئيس بنتا

التمرين 07:

يحتوي صندوق على 10كريات لايمكن التفريق بينها باللمس ، من بينها خمس بيضاء اللون تحمل الأرقام 2 ، 2 ، 3 ،3، 1 وثلاث حمراء اللون تحمل الأرقام 2 ، 2 ، 3 وكريتان سوداء تحمل الرقمين 1 ، 1 .نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كرات من هذا الصندوق

1 -ماهو عدد السحبات الممكنة.

2-ماهو احتمال الحصول على 3 كرات بيضاء فقط.

3-ماهو احتمال الحصول على 3 كرات تحمل الرقم 2

4 -ماهو احتمال الحصول على كريتين تحملان الرقم 1

5 -ماهواحتمال الحصول على 3 كرات مجموع ارقامها يساوي 7

6 -ماهواحتمال الحصول على 3 كرات مجموع ارقامها اكبر تماما من 7

7-ماهواحتمال الحصول على 3 كرات جداءها اقل تماما من 6

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات التي تحمل الرقم 2 .

1-حدد القيم التي يأخذها X.

2-حدد قانون الاحتمال.

3-احسب الأمل الرياضي.

4-احسب التباين.

5- احسب الانحراف المعياري

التمرين 08:

تحتوي علبة على 10 قريصات لايمكن التفريق بينها باللمس ، من بينها 6 حمراء اللون تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 2 ،4 ، 6 ، 8 والبقية بيضاء اللون تحمل الأرقام 1 ، 3 ، 5 ، 5 .

نسحب 3 قريصات من هذه العلبة واحدة تلو الأخرى دون إرجاع

أ- شكل شجرة الإحتمال المناسبة لذلك .

ب-ماهواحتمال الحصول على 3 قريصات من نفس اللون .

ج-ماهو احتمال الحصول على 3 قريصات بلونين مختلفين .

د- ماهو احتمال الحصول على 3 قريصات تحمل 3 أرقام مجموعها يساوي 15 .

ه- ماهو احتمال الحصول على 3 مجموعها يساوي 15 علما انها من نفس اللون.

mohammed abou

التمرين 09:

رقمت اوجه نرد مزيف من 1 الى 6.
عند رمي هذا النرد نفترض ان احتمال ظهور وجه يحمل رقما زوجيا هو 3 اضعاف احتمال ظهوروجه يحمل رقما فرديا.

1) احسب احتمال ظهور الوجه الذي يحمل رقما فرديا و احتمال ظهور الوجه الذي يحمل رقما زوجيا.

2) احسب احتمال ظهور الوجه الذي يحمل رقم4

3) احسب احتمال ظهور الوجه الذي يحمل رقم1

4)عندما يرمي شخص هذا النرد .يربح 20 دينارااذا ظهر الوجه الذي يحمل رقم 2 ويربح 10 دنانير اذا ظهر الوجه الذي يحمل رقم 5 اما اذا ظهر وجه آخر غير هذين الوجهين فانه يخسر 5 دنانير.

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل رمي عدد النقط المحصل عليها.

أ- ماهي قيم المتغير العشوائي X.

ب- عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X.

ج- احسب الأمل الرياضياتي $E(x)$.

د- احسب التباين

ه- احسب الانحراف المعياري

التمرين 10:

يحتوي صندوق على 8 قريصات بيضاء و n قريصة سوداء بحيث($n \geq 2$) نفرض ان سحب كرية بيضاء يعطي ربح نقطة وسحب كرية سوداء يفقد نقطتين.

ليكن x المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب مجموع النقط المحصل عليها

1) نسحب من هذا الكيس كريتين على التوالي مع إعادة الكرية المسحوبة قبل السحب الموالي.

أ- عين قيم المتغير العشوائي x.

ب- عرف قانون الاحتمال.

ج- احسب بدلالة n الأمل الرياضي $E(x)$.

هل توجد قيمة لـ n حتى يكون $E(x) = 0$ ؟

2) نفرض أن السحب يكون في آن واحد .

أ-عين قيم المتغير العشوائي x.

ب-عرف قانون الاحتمال.

ج- احسب بدلالة n الأمل الرياضي $E(x)$.

هل توجد قيمة لـ n حتى يكون $E(x) = 0$ ؟

التمرين 11:

الجدول التالي يعطي توزيع 500 تلميذ في احدى الثانويات.

التلميذ	ذكر	انثى
يملك هاتف نقال	60	240
لا يملك هاتف نقال	120	80

نختار عشوائيا تلميذا من الثانوية ونسمي الحوادث :

H الحادثة : التلميذ المختارذكر و

F الحادثة : التلميذ المختار انثى

S الحادثة : التلميذ يملك هاتفا نقالا و

$\overline{S}$ الحادثة : التلميذ لا يملك هاتفا نقالا

1) شكل شجرة الاحتمال لهذه التجربة

2) احسب احتمال الحوادث التالية :

أ- التلميذ المختار انثى ويملك هاتفا نقالا

ب- التلميذ المختار لا يملك هاتفا نقالا

3) نفرض أن التلميذ المختار لا يملك هاتفا نقالا. ما هو احتمال ان يكون هذا التلميذ ذكرا ؟

mohamed abou

التمرين 12:

يحتوي صندوق على 12 كرية. منها 5 حمراء و 4 سوداء و 3 خضراء.
نسحب عشوائيا في آن واحد 4 كرات.
1 -ماهو عدد السحبات الممكنة.
2 -ماهو احتمال الحصول على 4 كرات من نفس اللون
3 -ماهو احتمال الحصول على كريتين من نفس اللون وكريتين من لونين مختلفين
4-ماهو احتمال الحصول على 4 كرات من لونين مختلفين
5 -ماهواحتمال الحصول على كريتين سوداء فقط وكرة خضراء واحدة على الاقل
6 -ماهواحتمال الحصول على كرة خضراء واحدة فقط وكرتين حمراء على الاكثر
7 -ماهواحتمال الحصول على كرة حمراء واحدة فقط .
ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الالوان المتحصل عليها .
أ-حدد القيم التي يأخذها X.
ب- حدد قانون الاحتمال.
ج-احسب الأمل الرياضي.

التمرين 13:

يحتوي صندوق على 9 كريات لايمكن التفريق بينها باللمس ، من بينها أربعة حمراء اللون تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 2 ،3 وثلاثة سوداء اللون تحمل الأرقام 2 ، 2 ، 3 وكريتان خضراء تحمل الرقمين 2 ، 3 .

I) نسحب كريتين عشوائيا وفي آن واحد

1- ماهواحتمال الحصول على كريتين من نفس اللون
2-ماهو احتمال الحصول على كريتين من نفس الرقم
3-ماهو احتمال الحصول على كرة خضراء واحدة على الاقل
4-ماهو احتمال الحصول على كريتين مجموع ارقامهما يساوي 5

II) نفس الاسئلة ولكن السحب يكون على التوالي وبدون ارجاع

III) نفس الاسئلة ولكن السحب يكون على التوالي وبارجاع الكرية المسحوبة

التمرين 14:

وحدة إنتاجية يسيرها 10 عمال منهم 4 نساء و6 رجال يراد تشكيل لجنة مؤلفة من ثلاثة اعضاء.
1)ما احتمال ان تشمل اللجنة :
أ- ثلاث نساء.
ب-على الأقل امرأتين.
ج-على الأكثر امرأتين.
د-على الأقل امرأة واحدة

التمرين 15:

يحتوي كيس على 20 قريصة مرقمة من 1 الى 20 نسحب من الكيس قريصتين في ان واحد
1) احسب احتمال سحب قريصتين مجموع رقميهما يساوي 10
2) احسب احتمال سحب قريصتين الفرق بين رقميهما يساوي 4
3) احسب احتمال سحب قريصتين مجموع رقميهما يساوي 10 علما أن الفرق بينهما يساوي 4.

ربي يوفقكم في شهادة البكالوريا واعذروني ان وجدت أخطاء خاصة في الحساب

mohammed abdoub

التمرين 02 :-

إيجاد قيمة العدد الطبيعي n

$$C_n^3 + C_n^2 = 8n$$

$$\frac{n!}{3!(n-3)!} + \frac{n!}{2!(n-2)!} = 8n$$

لدينا:

$$\frac{n!}{3!(n-3)!} = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)!}{3\times 2\times 1\,(n-3)!}$$

$$= \frac{n(n-1)(n-2)}{6}$$

ولدينا كذلك

$$\frac{n!}{2!(n-2)!} = \frac{n(n-1)(n-2)!}{2\,(n-2)!}$$

$$= \frac{n(n-1)}{2}$$

نعوض في العلاقة

$$\frac{n(n-1)(n-2)}{6} + \frac{n(n-1)}{2} = 8n$$

$$\frac{n(n-1)(n-2) + 3n(n-1)}{6} = 8n$$

$$n(n-1)[n-2+3] = 48n$$

$$(n-1)(n+1) = 48$$

$$n^2 - 1 = 48$$

$$n^2 = 49$$

فيصبح :

$$\begin{cases} n = -7 & \text{ك} \\ n = 7 & \text{و} \end{cases}$$

بما أن n عدد طبيعي $\boxed{n=7}$

نعوض ونحقق بذلك

$$C_7^3 = 35 \quad \text{و} \quad C_7^2 = 21$$

$$8\times 7 = 56 \quad \text{و}$$

$$C_7^3 + C_7^2 = 7\times 8 = 56$$

التمرين 02 :-

صندوق به 15 كرية

$$\begin{cases} 6 & \text{سوداء} \\ 5 & \text{حمراء} \\ 4 & \text{صفراء} \end{cases}$$

قالك نسحب 3 كرات في آن واحد يعني توفيقة نستخدم C_n^p

1) الحالات الممكنة

$$C_{15}^3 = \frac{15!}{3!(15-3)!} = 455$$

C_{15}^3 يعني من 15 كرية نسحب 3

2) حساب احتمال الحصول على كريتين سوداء وكرة صفراء

$$P(A) = \frac{C_6^2 \times C_4^1}{455} = \frac{60}{455}$$

نشوف "و" يعني الضرب
نشوف "او" يعني الجمع

C_6^2 يعني نأخذ من 6 كرات سوداء نأخذ 2 **و** C_4^1 يعني من 4 حمراء نأخذ كرة واحدة

3/ احتمال الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون:

يعني اما 3 سوداء **أو** 3 حمراء **أو** 3 صفراء

$$P(B) = \frac{C_6^3 + C_5^3 + C_4^3}{455}$$

$$= \frac{20 + 10 + 4}{455} = \frac{34}{455}$$

4/ احتمال الحصول على 3 كرات مختلفة في اللون:

بأخذ من كل لون تأخذ واحدة

$$P(C) = \frac{C_6^1 \times C_5^1 \times C_4^1}{455} = \frac{120}{455}$$

5/ احتمال الحصول على كرة سوداء واحدة على الأقل:

يعني اما واحدة او اثنان أو ثلاث

$$P(D) = \frac{C_6^1 C_5^2 + C_6^2 C_5^1 + C_6^3 C_5^0}{455}$$

$$= \frac{216 + 135 + 20}{455} = \frac{371}{455}$$

$C_6^2 C_4^1$ يعني من 6 كرات سوداء نأخذ كرتين واحدة ومن البقية (حمراء + صفراء) نأخذ كرة بتان

و

بنفس الكيفية $C_6^1 C_5^2$ و $C_6^3 C_5^0$ طريقة ②:

نحسب الاحتمال العكسي وهو عدم ظهور أية كرة سوداء يعني من البقية (صفراء + حمراء) نأخذ منهم 3

و

$$P(\bar{D}) = \frac{C_9^3}{455} = \frac{84}{455}$$

ومنه:

$$P(D) = 1 - P(\bar{D})$$

$$= 1 - \frac{84}{455} = \frac{371}{455}$$

6/ احتمال الحصول على كرتين حمراء على الأكثر:

يعني اما اثنان أو واحدة أو لاشيء

$$P(E) = \frac{C_4^2 C_{11}^1 + C_4^1 C_{11}^2 + C_4^0 C_{11}^3}{455}$$

$$= \frac{66 + 220 + 165}{455} = \frac{451}{455}$$

$C_4^1 C_{11}^1$ يعني من 4 كرات حمراء نأخذ منهم 2 و من البقية يعني (حمراء + سوداء) تكمل واحدة

و هكذا

7) احتمال الحصول على 3 كرات حمراء فقط

$$P(H) = \frac{C_5^3}{455} = \frac{10}{455}$$

C_5^3 عدد طرق سحب 3 كرات حمراء من 5 كرات حمراء

8) الحصول على 3 كرات منهم واحدة سوداء فقط

$$P(G) = \frac{C_6^1 \times C_9^2}{455} = \frac{216}{455}$$

X المتغير العشوائي يرفق بكل عملية سحب عدد الكرات السوداء.

1) قيم X ؟:

$X = \{0, 1, 2, 3\}$

0 كرة سوداء
1 كرة سوداء
2 كرة سوداء
3 كرات سوداء

2) قانون الاحتمال:

$$P(X=0) = \frac{C_6^0 C_9^3}{455} = \frac{84}{455}$$

يعني احتمال عدم الحصول على الكرات السوداء

C_9^3 تمثل 3 من البقية عددهم 9

$$P(X=1) = \frac{C_6^1 \times C_9^2}{455} = \frac{216}{455}$$

$$P(X=2) = \frac{C_6^2 \times C_9^1}{455} = \frac{135}{455}$$

$$P(X=3) = \frac{C_6^3 \times C_9^0}{455} = \frac{20}{455}$$

نحب نتحقق اجمعهم كلهم 1

$$\frac{84}{455} + \frac{216}{455} + \frac{135}{455} + \frac{20}{455} = \frac{455}{455} = 1$$

X	0	1	2	3	
P(X)	$\frac{84}{455}$	$\frac{216}{455}$	$\frac{135}{455}$	$\frac{20}{455}$	مجموع 1

3) الأمل الرياضي:

$$E(x) = \sum_{i=1}^{i=4} x_i p_i$$

$$= 0\left(\frac{84}{455}\right) + 1\left(\frac{216}{455}\right) + 2\left(\frac{135}{455}\right) + 3\left(\frac{20}{455}\right) = \frac{546}{455} = 1,2$$

4) التباين:

$$V(x) = 0^2\left(\frac{84}{455}\right) + 1^2\left(\frac{216}{455}\right) + 2^2\left(\frac{135}{455}\right) + 3^2\left(\frac{20}{455}\right) - [E(x)]^2$$

$$= \frac{936}{455} - (1,2)^2 = 0,61$$

5) الانحراف المعياري:

$$\sigma(x) = \sqrt{V(x)} = \sqrt{0,61}$$

$$\sigma(x) = 0,78$$

تم

تمرين 03 :

الكيس به 9 كريات
4 حمراء R
3 سوداء N
2 خضراء V

نسحب من الكيس 3 كريات على التوالي بدون ارجاع
يعني نستخدم الترتيبة A_n^p

1) الحالات الممكنة:

$$A_9^3 = \frac{9!}{(9-3)!} = 9\times8\times7 = 504$$

2) احتمال الحصول على 3 كريات كل لون احمر :

$$P(A) = \frac{A_4^3}{504} = \frac{24}{504}$$

A_4^3 من اربع كريات نأخذ 3

3) احتمال الحصول على لونين سوداء وكرة خضراء :
نرد بالك نحسبهم توقيفة
يعني ممكن تكون :
VNN أو NVN أو NNV
يعني ثلاث حالات ونجمعهم
ولا نديرو حالة وحدة ونظربوها في 3

$$P(B) = \frac{3A_3^2A_2^1}{504} = \frac{36}{504}$$

4) احتمال الحصول على كرة سوداء على الاقل
منحسبش كل حالة نضربها في 3 لان فيما تبديلات ماعدا الحالة لي يخرجو 3 سوداء فقط

$$P(C) = \frac{3A_3^1A_6^2 + 3A_3^2A_6^1 + A_3^3A_6^0}{504} = \frac{384}{504}$$

دوك نفهمك :
$A_3^1A_6^2$ يعني واحدة سوداء والباقي نكملو منهم
يعني ممكن السوداء تخرج هي الاولى أو تخرج هي الثانية او هي الثالثة
يعني نديرو حالة واحدة و نضربوها في 3 فتصبح $3A_3^1A_6^2$
اما الحالة A_3^3 يخرجو 3 سوداء مكلاه نضربو النتيجة في 3

X متغير عشوائي يرفق بكل سحبة عدد الكرات الحمراء المحوية

1) قيم X :

$$X = \{0, 1, 2, 3\}$$

2) قانون الاحتمال :

$$P(X=0) = \frac{A_5^3}{504} = \frac{60}{504}$$

$P(X=0)$ يعني احتمال عدم ظهور الكرات الحمراء يعني من الخمس الباقية نخرج 3 ولا يهم ترتيبهم

$$P(X=1) = \frac{3A_4^1 A_5^2}{504} = \frac{240}{504}$$

يعني A_4^1 نأخذ كرية حمراء ونكمل من الباقي كريتان وهنا A_5^2 لازم نضرب في 3 لأن :

RBB أو BRB أو BBR

R يعني كرية حمراء

B يعني البقية (سوداء + خضراء)

يعني هي نفس الحالة لأن الضرب تبديلي ولكن نضربو في 3 لأن السحب موش كيف كيف ان شاء الله تكون فهمتني

$$P(X=2) = \frac{3A_4^2 A_5^1}{504} = \frac{180}{504} \quad ..$$

$$P(X=3) = \frac{A_4^3}{504} = \frac{24}{504}$$

X	0	1	2	3
P(x)	$\frac{60}{504}$	$\frac{240}{504}$	$\frac{180}{504}$	$\frac{24}{504}$

3) الأمل الرياضي

$$E(x) = \frac{0(60)+1(240)+2(180)+3(24)}{504}$$

$$E(x) = \frac{672}{504} = 1,33$$

4) التباين :

$$V(x) = \frac{0^2(1)+1^2(240)+2^2(180)+3^2(24)}{504} - (1,33)^2$$

$$V(x) = 0,56$$

الانحراف المعياري :

$$\sigma(x) = \sqrt{V(x)} = 0,75$$

التمرين 04 :

1) الصندوق به 8 كريات

2 بيضاء	B
3 حمراء	R
3 سوداء	N

نسحب 3 كرات على التوالي و بارجاع الكرية المسحوبة الى الصندوق

يعني نأخذ هو بالقائمة n^p

أ) الحالات الممكنة :

$$8^3 = 512$$

ب) احتمال الحصول على 3 كرات من نفس اللون

$$P(A) = \frac{2^3 + 3^3 + 3^3}{512} = \frac{62}{512}$$

بما أنك تسحب وترجع يعني 2 بيضاء يكون السحب 3 لأنه ترجع الكرية المسحوبة الى الصندوق

ج) احتمال الحصول على كرة بيضاء و كريتين سوداء

$$P(B) = \frac{3(2^1 \times 3^2)}{512} = \frac{54}{512}$$

2^1 يعني نسحب كرة بيضاء من 2

3^2 يعني نسحب كريتين سوداء من 3

اما العدد 3 هي مضروب فيهم

يعني :

NNB أو BNN أو NBN

لأن نسحب ونرجع ممكن الأولى تكون بيضاء وممكن البيضاء تكون 2 أو تكون 3 المهم موش كيف نسحب في آن واحد لازم نضربها في 3

4) احتمال الحصول على كرة سوداء على الأقل

$$P(c) = \frac{3[\binom{1}{3}\times 5^2] + 3[3^2 \times 5^1] + 3^3}{512}$$

$$P(c) = \frac{387}{512}$$

$\binom{1}{3}\times 5^2$ يعني من 3 سوداء نأخذ 1 و 5^2 يعني من البقية (بيضاء + حمراء) 5 نأخذ منهم 2

اما نضربها النتيجة في 3 لأن السحب واحدة تلو الأخرى يعني ممكن لي خرجت الاولى تكون هي الثانية المهم تضربوني 3 شرحتها من قبل ماتكررليش راسي نفس عفسة التوتيبة الا في التوفيقة منضربوش لانك تسحبهم في آن واحد "خدم راسك"

X مقدم عشوائي يرفق بكل سحب عدد الكرات البيضاء

1) قيم X ؟

$X = \{0, 1, 2, 3\}$

2) قانون الاحتمال

$$P(X=0) = \frac{2^0 \times 6^3}{512} = \frac{216}{512}$$

2^0: يعني لانأخذ من البيضاء

6^3: من البقية نأخذ 3 (حمراء + سوداء) = 6

$$P(X=1) = \frac{3(2^1 \times 6^2)}{512} = \frac{216}{512}$$

$$P(X=2) = \frac{3(2^2 \times 6^1)}{512} = \frac{72}{512}$$

$$P(X=3) = \frac{2^3}{512} = \frac{8}{512}$$

اجمع تلقاهم يساوي 1

X	0	1	2	3
P(X)	$\frac{216}{512}$	$\frac{216}{512}$	$\frac{72}{512}$	$\frac{8}{512}$

3) الأمل الرياضي:

$$E(x) = \frac{0(216) + 1(216) + 2(72) + 3(8)}{512}$$

$$= \frac{384}{512} = 0,75$$

4) التباين:

$$V(x) = 0^2\left(\frac{216}{512}\right) + 1^2\left(\frac{216}{512}\right) + 2^2\left(\frac{72}{512}\right) + 3^2\left(\frac{8}{512}\right) - [0,75]^2$$

$$V(x) = 0,562$$

5) الانحراف المعياري:

$$\sigma(x) = \sqrt{V(x)} = \sqrt{0,562}$$

$$\sigma(x) = 0,75$$

تمرين 05:

في ثانوية بما:

40٪ يمارسون رياضة كرة القدم A

25٪ يمارسون السباحة B

15٪ يمارسون الرياضتين معا $A \cap B$

يعني

$P(A) = \frac{40}{100} = 0,4$

$P(B) = \frac{25}{100} = 0,25$

$P(A \cap B) = \frac{15}{100} = 0,15$

1) احتمال ان لا يمارس رياضة كرة القدم.

يعني الاحتمال العكسي على انه يمارس رياضة كرة القدم

$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

$= 1 - 0,4 = 0,6$

2) احتمال ان يمارس رياضة كرة القدم أو السباحة

اسمع "أو" يعني اتحاد "$\cup$"

اسمع "و" يعني تقاطع "$\cap$"

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= 0,40 + 0,25 - 0,15$

$P(A \cup B) = 0,50$

3) احتمال ان لا يمارس أية رياضة

يعني الاحتمال العكسي للاتحاد

يعني $P(\overline{A \cup B})$:

$P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B)$

$= 1 - 0,50$

$= 0,50$

4) احتمال ان يمارس رياضة كرة القدم ولا يمارس السباحة.

يعني احتمال ان يمارس رياضة كرة القدم او السباحة نطرح منها يمارس السباحة

$P(A \cap \bar{B}) = P(A \cup B) - P(B)$

$= 0,50 - 0,25$

$P(A \cap \bar{B}) = 0,25$

ديسر في بالك :-

$P(A \cap \bar{B}) = P(A \cup B) - P(B)$
$P(A \cap \bar{B}) = P(\bar{B}) - P(\bar{A} \cap \bar{B})$

5) علما أن الطالب يمارس رياضة كرة القدم فما احتمال ان يمارس السباحة

$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0,15}{0,40} = 0375$

$P_A(B)$ يعني احتمال B علما ان A محققة

يعني نبحث احتمال يمارس السباحة في المجموعة التي تمارس كرة القدم.

تمرين 06 :

قسم تربوي من 40 تلميذا
{ 25 بنتا
{ 15 ولدا

1) عدد اللجان المتكون من 3 تلاميذ
نخدمو بالتوقيفة C_n^p لانه لما يذكر لنا وظيفة التلميذ
$C_{40}^3 = 9880$

2) اللجنة مكونة من رئيس القسم و نائب الرئيس و النائب العام
آه هنا حدد الوظيفة نخدمو بالترتيبة A_n^p

أ) اذا كان الرئيس ولدا و النائب العام بنتا
$A_{15}^1 A_{25}^1 A_{38}^1 = 14250$

A_{15}^1 : يعني نأخذ ولدا من 15 ولد
A_{25}^1 يعني نأخذ بنتا من 25 بنت
A_{38}^2 يعني نأخذ من البقية تلميذا و نجعله نائب لرئيس يعني قد يكون بنتا أو ولدا

ب) اذا كان نائب الرئيس بنتا
$A_{25}^1 A_{39}^1 A_{38}^1 = 37050$

A_{25}^1 نأخذ من البنات بنتا واحدة ونجعلها نائبه
A_{39}^1 من البقية نأخذ رئيس
A_{38}^1 من البقية نأخذ نائب عام
يعني بعد ما نأخذ الرئيس و نائب الرئيس.

تمرين 07 :

صندوق به 10 كريات
5 بيضاء مرقمة (1,3,3,2,2)
3 حمراء مرقمة (3,2,2)
2 سوداء مرقمة (1,1)
نسحب من هذا الصندوق 3 كرات في آن واحد.

1) عدد الحالات الممكنة
$C_{10}^3 = 120$

2) احتمال الحصول على 3 كرات بيضاء فقط
$P(A) = \frac{C_5^3}{120} = \frac{10}{120}$

3) احتمال الحصول على 3 كرات تحمل الرقم ②
نوجد 4 كرات تحمل الرقم ②
يعني C_4^3
$P(B) = \frac{C_4^3}{120} = \frac{4}{120}$

C_4^3 يعني من (②②②②) نأخذ 3 كرات

4) احتمال الحصول على كريتين تحملان الرقم 1.

$$P(C) = \frac{C_3^2 C_7^1}{120} = \frac{21}{120}$$

C_3^2 يعني من 3 كرات تحمل الرقم ① نأخذ منهم 2

C_7^1 يعني من البقية نكمل عددية

5) احتمال الحصول على 3 كرات مجموع ارقامها يساوي 7

يعني: ①②④ أو ①③③

$$P(D) = \frac{C_3^2 C_4^1 + C_3^1 C_4^2}{120} = \frac{27}{120}$$

6) احتمال الحصول على 3 كرات مجموع ارقامها اكبر تماما من العدد 7

③③③ أو ③③②

$$P(E) = \frac{C_3^3 + C_3^2 C_4^1}{120} = \frac{13}{120}$$

C_3^3 من 3 كرات رقمها ③ نخرج 3

C_4^1 من اربع كرات رقمها نخرج كرية ومن C_3^2 من 3 كرات رقمها ③ نخرج 2

7) احتمال الحصول على 3 كرات جداءها اقل تماما من 6

①①① أو ①①② أو ①①③

$$C_3^3 \quad C_3^2 C_4^1 \quad C_3^2 C_3^1$$

أو ②②①

$$C_4^2 C_3^1$$

$$P(F) = \frac{C_3^3 + C_3^2 C_4^1 + C_3^2 C_3^1 + C_4^2 C_3^1}{120}$$

$$P(F) = \frac{40}{120}$$

X متغير عشوائي يرفق بكل سحبة ظهور الرقم ②

1) القيم الممكنة لـ X:

$$X = \{0, 1, 2, 3\}$$

2) قانون الاحتمال:

$$P(X=0) = \frac{C_4^0 C_6^3}{120} = \frac{20}{120}$$

يعني X نأخذ من الكريات ذات الرقم ② ونأخذ من البقية 3 كرات

$$P(X=1) = \frac{C_4^1 C_6^2}{120} = \frac{60}{120}$$

$$P(X=2) = \frac{C_4^2 C_6^1}{120} = \frac{36}{120}$$

$$P(X=3) = \frac{C_4^3 C_6^0}{120} = \frac{4}{120}$$

X	0	1	2	3
P(X)	$\frac{20}{120}$	$\frac{60}{120}$	$\frac{36}{120}$	$\frac{4}{120}$

3) الأمل الرياضي:

$$E(x) = \frac{0(20)+1(60)+2(36)+3(4)}{120}$$

$$= \frac{144}{120} = 1,2$$

4) التباين:

$$V(x) = \frac{0^2(20)+1^2(60)+2^2(36)+3^2(4)}{120} - (1,2)^2$$

$$= \frac{240}{120} - (1,2)^2 = 0,56.$$

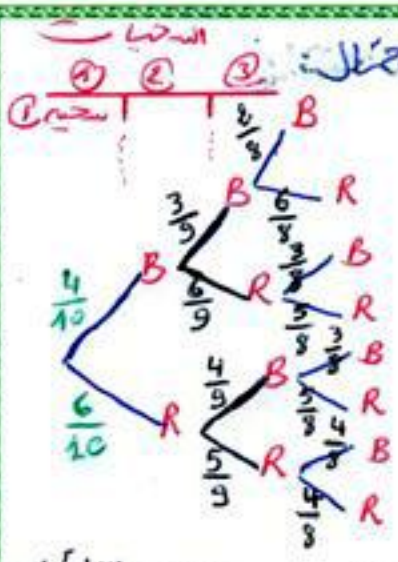
5) الانحراف المعياري:

$$\sigma(x) = \sqrt{V(x)} = \sqrt{0,56} = 0,75$$

التمرين 08:

10 قريصات
6 حمراء مرقمة (8,6,4,2,2,1)
4 بيضاء مرقمة (5,5,3,1)
نسحب 3 قريصات عشوائيا واحدة تلو الأخرى دون إرجاع. هنا نستخدم بالترتيب ولا نحب نستخدم بشجرة الاحتمال نرمز للحمراء بـ R والبيضاء بـ B

أ) شجرة الاحتمال:



كلما تجمع غصنين برجيك الناتج 1
مثلا $\frac{4}{10}+\frac{6}{10}=1$ تحيك

مثلاس كل سحبة ينقص من العدد الكلي يعني كانو 10 السحبة الثانية يولو 9 وبعد في السحبة الثالثة يكونو 8 لي راني قاسم عليهم و مبعد كي ينقص العدد بواحدة بيضاء ينقص من عددهم واحدة واذا كانت حمراء نفس الشيء خمم شوي يرك دوك تفهم

ب) احتمال الحصول على 3 قريصات من نفس اللون:
معناة R ← R ← R أو B ← B ← B
ساهلة اضرب السحبة ① × ② × ③

$$P(A) = \frac{4}{10}\times\frac{3}{9}\times\frac{2}{8} + \frac{6}{10}\times\frac{5}{9}\times\frac{4}{8}$$

$$= \frac{24}{720} + \frac{120}{720} = \frac{144}{720}$$

ان شاء الله فهمتني ☺

ج) احتمال الحصول على 3 قرصات بلونين مختلفين:

طريقة عندما الشجرة اضرب الحالات لي تكون فيها B مع R تضرج طويلة تقلق.

طريقة الاحتمال العكسي لي لونين مختلفين هو نفس اللون يعني:

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

$$= 1 - \frac{144}{720} = \frac{576}{720}$$

عارفك هارب وقهمتني.

د) احتمال الحصول على 3 قرصات مجموعها يساوي 15

نجمل 3 ارقام مجموعها يساوي 15 اول حاجة نشكل الثلاثيات لي جمعهم يعطينا 15

(8,6,1) أو (8,4,3)

(8,5,2) أو (5,4,6) أو

ناخدو بالترتيبات A_n^p أحسن.

نشوف معايا باه تقهمني كل حالة لازم نضربها في 6.

دوك تقلك علاه لأن ممكن لي تخرج الاولى ممكن تكون الثانية.

- نشوف مثلا:

(6,8,1) أو (8,1,6) أو (8,6,1)

(1,6,8) أو (1,8,6) أو (6,1,8)

كل واحدة ماتشبهش لأختها

المهم كل ستة ترتيبات لكل حالة.

1 عندنا منو 2

2 عندنا منها 2

4 عندنا منها 1

3 عندنا منها 1

6 عندنا منها 1

5 عندنا منها 2

8 عندنا منها 1

بالنسبة للحالة ① مثلا:

(8,6,1) : $6\,\overset{1}{A}_1\,\overset{1}{A}_1\,\overset{1}{A}_2 = 12$

(8,4,3) : $6\,A'_1A'_1A'_1 = 6$

(5,4,6) : $6\,A'_2A'_1A'_1 = 12$

(8,5,2) : $6\,A'_1A'_2A'_2 = 24$

وبالتالي نكتب

$$P(B) = \frac{12+6+12+24}{720} = \frac{54}{720}$$

لو كان السحب في آن واحد منضربوش في 6 لان نهروهم مع بعض مايكونش ترتيب

هـ) احتمال الحصول على 3 قرصات مجموعها 15 علما انها بنفس اللون يعني نبحث عن مجموعهم يساوي 15 في مجموعة من نفس اللون توجد حالة واحدة:

$A \cap B = \{(8,1,6)\}$

3 قرصات لونهم احمر ومجموعهم 15

$$P(A \cap B) = \frac{6A'_1A'_1A'_1}{720} = \frac{6}{720}$$

نطبق القانون :

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{6}{720}}{\frac{144}{720}}$$

$$= \frac{6}{144} = 0,041$$

لو سألني متى ما نضربوش في 6 كون يقولك على الترتيب مثلا يقولك الاولى رقمها 8 والثانية 1 والثالثة 6 أو مثلا يقولك ان السحبة الاولى رقمها 8 يعني حدد الترتيب.

.. والله أعلم ..

تمرين 09 :

ترد مزيفة مرقمة من 1 إلى 6 عند رميها احتمال ظهور الوجه الزوجي هو ثلاث اضعاف ظهور الوجه الفردي

نرمز للوجه الزوجي B
الوجه الفردي A

يعني : $P(B) = 3P(A)$

1) احتمال ظهور الوجه الفردي واحتمال ظهور الوجه الزوجي

لدينا قانون الاحتمال يقول:

$$P(A) + P(B) = 1$$

ومنه

$$P(A) + 3P(A) = 1$$

يعني

$$4P(A) = 1$$

$$P(A) = \frac{1}{4}$$

ومنه احتمال ظهور الوجه الزوجي هو

$$P(B) = \frac{3}{4}$$

2) احتمال ظهور الوجه الذي يحمل الرقم 4

بما أن احتمال ظهور الوجه الزوجي هو $\frac{3}{4}$ و حنا عندنا 3 ارقام زوجية يعني كل رقم له احتمال هو $\frac{3}{12}$ دوك نفهمك

$$P(\{2\}) + P(\{4\}) + P(\{6\}) = \frac{3}{4}$$

$$h + h + h = \frac{3}{4}$$

$$3h = \frac{3}{4}$$

$$h = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

لأن : $P(\{2\}) = P(\{4\}) = P(\{6\})$

ومنه : $P(\{4\}) = \frac{3}{12}$

3) احتمال ظهور الوجه الذي يحمل الرقم 1.

نفس الطريقة :

$$P(\{1\}) + P(\{3\}) + P(\{5\}) = \frac{1}{4}$$

$$h' + h' + h' = \frac{1}{4}$$

$$h' = \frac{1}{12}$$

وبالتالي $P(\{1\}) = \frac{1}{12}$

4) X متغير عشوائي:
ربح 20 دينار اذا ظهر رقم 2
ربح 10 دينار اذا ظهر رقم 5
خسارة 5 دينار اذا ظهر رقم آخر
من غير رقم 2 أو 5

أ) قيم X: هي قيم الربح أو الخسارة.

$X = \{-5, 10, 20\}$
20 ← الوجه 2
10 ← الوجه 5
-5 ← الوجه 1 أو 3 أو 4 أو 6

ب) قانون الاحتمال:

$P(X = 20) = \frac{3}{12}$
الوجه 2

لان الرقم الزوجي احتماله $\frac{3}{12}$

$P(X = 10) = \frac{1}{12}$
الوجه 5

$P(X = -5) = \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{3}{12} + \frac{3}{12}$
الوجه 1 ← الوجه 3 ← الوجه 4 ← الوجه 6

$P(X = -5) = \frac{8}{12}$

طبعا
$P(X = 20) + P(X = 10) + P(X = -5) = 1$

$P(X = -5) = 1 - \frac{3}{12} - \frac{1}{12} = \frac{8}{12}$

دائما في قانون الاحتمال لي متاكد منها احسبها والحالة لي متعرفش نحسبها طبق عليها ديك العقدة لي ديرتها في طبعا

x	-5	10	20
$p(x)$	$\frac{8}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{3}{12}$

ج) الامل الرياضي:

$E(x) = \frac{-5(8) + 10(1) + 20(3)}{12} = \frac{30}{12}$

$E(x) = 2,5$

د) التباين:

$V(x) = \frac{(-5)^2(8) + 10^2(1) + 20^2(3)}{12} - (2,5)^2$

$V(x) = 118,75$

هـ) الانحراف المعياري:

$\sigma(x) = \sqrt{V(x)} = \sqrt{118,75}$

$\sigma(x) = 10,89$

تمرين 10 :

الصندوق يحتوي على 8 كريات بيضاء و n كرية سوداء حيث ($n \geq 2$)

نفرض السحب :

كرية بيضاء يعطي ربح نقطة

كرية سوداء يعطي فقد نقطتين

* متغير عشوائي يرفق بكل عملية سحب مجموع النقط المحصل عليها

1) السحب يكون على التوالي مع اعادة الكرية المسحوبة بحيث قائمة. (سحب كريتين)

أ) قيم X ؟

يمكن يكونو زوج بيضاء يعطي

$1+1=2$

ممكن يكونو زوج سوداء

$-2-2=-4$

ممكن واحدة بيضاء والاخرى سوداء

$-2+1=-1$

$X = \{-4, -1, 2\}$

ب) قانون الاحتمال :

$P(X=2) = \frac{8^2}{(n+8)^2} = \frac{64}{(n+8)^2}$

لان الحالات الممكنة هي $(n+8)^2$

$P(X=-4) = \frac{n^2}{(8+n)^2}$

$P(X=-1) = \frac{8^1 n^1 + n^1 8^1}{(8+n)^2} = \frac{16n}{(8+n)^2}$

X	-4	-1	2
$P(X)$	$\frac{n^2}{(8+n)^2}$	$\frac{16n}{(8+n)^2}$	$\frac{64}{(8+n)^2}$

ج) اكمل الرياضي $E(n)$ بدلالة n

$E(X) = \frac{-4n^2 - 16n + 128}{(8+n)^2}$

هل توجد n حتى يكون $E(X)=0$

$E(X)=0$ يكافئ

$-4n^2 - 16n + 128 = 0$

$n^2 + 4n - 32 = 0$

$\Delta = 144$

$\begin{cases} n_1 = \frac{-4-12}{2} = -8 \text{ ✗} \\ n_2 = \frac{-4+12}{2} = \frac{8}{2} = 4 \text{ ✓} \end{cases}$

بما أن $n \geq 2$ فان توجد قيمة n وهي 4

$\boxed{n = 4}$

2) نبرهن ان السحب يكون في آن واحد

- نفس الاسئلة

1) قيم X:

$X = \{-4, -1, 2\}$

ب) قانون الاحتمال:

- الحالات الممكنة:

$C_{8+n}^{2} = \frac{(n+8)!}{2!(n+6)!}$

$= \frac{(n+8)(n+7)(n+6)!}{2(n+6)!}$

$= \frac{(n+8)(n+7)}{2}$

- حالة سحب قريصتين بيضاوين

$C_8^2 = \frac{8!}{2! \times 6!} = 28$

ومنه:

$P(X=2) = \frac{28}{\frac{(n+8)(n+7)}{2}} = \frac{56}{(n+8)(n+7)}$

- حالة سحب قريصتين سوداوين

$C_n^2 = \frac{n!}{2!(n-2)!} = \frac{n(n-1)}{2}$

ومنه

$P(X=-4) = \frac{n(n-1)}{(n+8)(n+7)}$

- حالة سحب بيضاء وسوداء

$C_8^1 C_n^1 = 8n$

$P(X=-1) = \frac{16n}{(n+8)(n+7)}$

$X = 2$ في الحالة الأخيرة

$2 \times 8n = 16n$ أصبحت

X	-4	-1	2
$P(X)$	$\frac{n(n-1)}{(n+8)(n+7)}$	$\frac{16n}{(n+8)(n+7)}$	$\frac{56}{(n+8)(n+7)}$

ج) الأمل الرياضي:

$E(X) = \frac{-4[n(n-1)] - 1(16n) + 2(56)}{(n+8)(n+7)}$

$= \frac{-4n^2 - 12n + 112}{(n+8)(n+7)}$

هل توجد قيمة n:

$E(X) = 0$ يكافئ

$-4n^2 - 12n + 112 = 0$

$n^2 + 3n - 28 = 0$

$\Delta = 121$

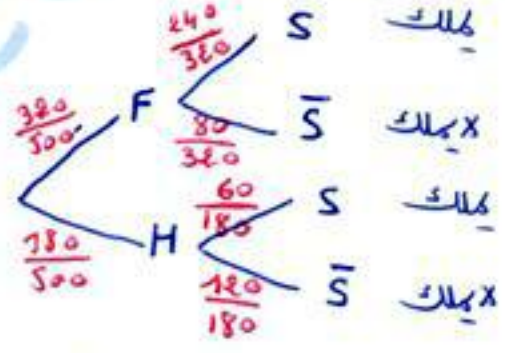
بما أن $n \geq 2$ فان توجد قيمة n وهي 4

$\boxed{n = 4}$

تمرين 11 :

500 تلميذة
240 انثى و 60 ذكر يملكون هاتف نقال
80 انثى و 120 ذكر لا يملكون هاتف نقال.
يعني مجموع الاناث 320
و مجموع الذكور 180
مجموع التلاميذ الذين يملكون هواتف نقالة هم 300
ومن لا يملك هم 200

1) شجرة الاحتمال :



2) حساب الاحتمالات :

أ) التلميذة المختارة انثى و تملك هاتفا نقالا يعني $F \leftarrow S$

$$P(F \cap S) = \frac{320}{500} \times \frac{240}{320} = 0,48$$

ب) التلميذة المختارة لا يملك هاتفا نقالا يعني انثى أو ذكر

نسمي الاحتمال $P(B)$

$$P(B) = P(F \cap \bar{S}) + P(H \cap \bar{S})$$

$F \rightarrow \bar{S}$ $\quad$ $H \rightarrow \bar{S}$

$$= \frac{320}{500} \times \frac{80}{320} + \frac{180}{500} \times \frac{120}{180}$$

$$P(B) = 0,16 + 0,24 = 0,4$$

ج) نفرض التلميذة المختارة لا تملك هاتفا نقالا. ما احتمال أن تكون هذه التلميذة ذكرا
اول حاجة نحسبو احتمال التلاميذ الذين لا يملكون هواتف نقالة وهو $P(B)$

$$P_{\bar{S}}(H) = \frac{P(H \cap \bar{S})}{P(\bar{S})}$$

في هذه الحالة $P(\bar{S}) = P(B)$
يعني احتمال التلميذة لا تملك يساوي

$$P_{\bar{S}}(H) = \frac{0,24}{0,4} = 0,6$$

يعني ان الحادثة انه لا يملك هاتف نقال محققة اي نبحث عن ذكر في المجموعة الذين لا يملكون هواتف نقالة
لو قال السؤال التلميذة يملك هاتف ما احتمال ان يكون ذكر

نديرو : $P_S(H) = \frac{P(H \cap S)}{P(S)}$

mohamed-anouar

تمرين 12 ص

صندوق يحتوي على 12 كرية

- 5 حمراء
- 4 سوداء
- 3 خضراء

نسحب من هذا الصندوق 4 كرات على التوالي ودفعة واحدة آن واحد.

1) الحالات الممكنة:

$$C_{12}^{4} = \frac{12!}{4!(12-8)!} = 495$$

2) احتمال الحصول على أربع كرات من نفس اللون:

نعني حمراء أو سوداء الخضراء X نستطيع لأن عددها 3

$$P(A) = \frac{C_5^4 + C_4^4}{495} = \frac{6}{495}$$

3) احتمال الحصول على كريتين من نفس اللون وكريتين من لونين مختلفين:

$$P(B) = \frac{C_3^2 C_4^1 C_5^1 + C_3^1 C_4^2 C_5^1 + C_3^1 C_4^1 C_5^2}{495}$$

$$P(B) = \frac{270}{495}$$

مثلا:

$C_3^2 C_4^1 C_5^1$: من الخضراء نأخذ 2 ومن الحمراء والسوداء نأخذ 1

4) احتمال الحصول على لونين مختلفين

يعني إما 3 بلون و 1 بلون آخر أو 3 بلون وواحدة بلون آخر

$$P(C) = \frac{C_3^2 C_4^2 + C_3^2 C_5^2 + C_4^2 C_5^2 + C_3^1 C_4^3 + C_3^1 C_5^3 + C_4^1 C_3^3 + C_4^1 C_5^3 + C_5^1 C_3^3 + C_5^1 C_4^3}{495}$$

توجد 9 حالات

$$P(C) = \frac{219}{495}$$

الإنسان الذكي يقول حنا شحبو 4 كرات يعني الكرات كلها من نفس اللون أو لونين أو ثلاث ألوان مكانش حالة أخرى ماعندهاش حالات يعني مجموع احتمالهم يساوي 1

$$P(A) + P(B) + P(C) = 1$$

$$\frac{6}{495} + \frac{270}{495} + P(C) = 1$$

$$P(C) = 1 - \frac{276}{495} = \frac{219}{495}$$

من طريقة الإجابة تتابع السؤال 4 كفهم على ما يكفيكش الوقت في الاختبار ماعليش خدم راسك

5) احتمال الحصول على كريتين سوداء فقط وكرة خضراء على الأقل

$$P(D) = \frac{C_4^2 C_3^1 C_5^1 + C_4^2 C_3^2}{495}$$

$$P(D) = \frac{108}{495}$$

(تمت)

6) احتمال الحصول على كرة خضراء واحدة فقط و كريتين حمراء على الأكثر

$$P(E) = \frac{C_3^1 C_5^2 C_4^1 + C_3^1 C_5^1 C_4^2 + C_3^0 C_5^3 C_4^3}{495}$$

$$P(E) = \frac{222}{495}$$

7) احتمال الحصول على كرة حمراء واحدة فقط.

$$P(F) = \frac{C_5^1 C_7^3}{495} = \frac{175}{495}$$

X متغير عشوائي يرفق بكل عملية سحب عدد الألوان المحصل عليها.

1) قيم X:

$X = \{1, 2, 3\}$

(1 لون من نفس اللون) (2 لونين من نفس اللون) (3 ألوان)

درجا حسبنا احتمالاتهم من قبل

ب) قانون الاحتمال:

$$P(X=1) = \frac{6}{495}$$

$$P(X=2) = \frac{219}{495}$$

$$P(X=3) = \frac{270}{495}$$

X	1	2	3
P(X)	$\frac{6}{495}$	$\frac{219}{495}$	$\frac{270}{495}$

= الأمل الرياضي:

$$E(X) = \frac{1(6) + 2(219) + 3(270)}{495}$$

$$E(X) = 2,53$$

ج ـ 13 :

كيس به: 4 حمراء (3,2,2,1) / 3 سوداء (3,2,2) / 2 خضراء (3,2)

I) سحب كريتين عشوائيا وفي آن واحد

1) احتمال الحصول على كريتين من نفس اللون

- حسب الحالات الممكنة

$C_9^2 = 36$

$$P(A) = \frac{C_4^2 + C_3^2 + C_2^2}{36} = \frac{10}{36}$$

2) احتمال الحصول على كريتين من نفس اللون

$$P(B) = \frac{C_5^2 + C_3^2}{36} = \frac{13}{36}$$

3) احتمال الحصول على كرة خضراء على الأقل

$$P(C) = \frac{C_3^1 C_7^1 + C_2^2}{36} = \frac{15}{36}$$

- الحالات الممكنة

$9^2 = 81$

احتمال:

1) من نفس اللون

$P(A) = \frac{2^2+3^2+4^2}{81} = \frac{29}{81}$

2) من نفس الرقم

$P(B) = \frac{1^2+5^2+3^2}{81} = \frac{35}{81}$

طريقة مختلفة لإيجاد احتمال عكسي

$P(\bar{B}) = \frac{2(1\times5)+2(1\times3)+2(3\times5)}{81}$

$P(\bar{B}) = \frac{46}{81}$

$P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 1 - \frac{46}{81} = \frac{35}{81}$

3) كرة خضراء على الأقل

$P(C) = \frac{2(2\times7)+2^2}{81} = \frac{32}{81}$

طريقة احتمال عدم ظهور الخضراء احتمال عكسي

$P(\bar{C}) = \frac{7^2}{81} = \frac{49}{81}$

$P(C) = 1 - P(\bar{C}) = \frac{32}{81}$

4) كريتين مجموع أرقامهما يساوي 5

$P(D) = \frac{2(3^2\times5^1)}{82} = \frac{30}{81}$

4) احتمال الحصول على كريتين مجموع أرقامهما يساوي 5

- يحتوي واحد فقط رقم 3 والآخر يحمل رقم 2

$P(D) = \frac{C_3^1 C_5^1}{36} = \frac{15}{36}$

II) أعد نفس الأجوبة للأسئلة السابقة ولكن السحب بدون إرجاع

- الحالات الممكنة

$A_9^2 = 72$

احتمالات:

1) من نفس اللون:

$P(A) = \frac{A_2^2+A_3^2+A_4^2}{72} = \frac{20}{72}$

2) من نفس الرقم

$P(B) = \frac{A_2^2+A_3^2}{72} = \frac{26}{72}$

3) كرة خضراء على الأقل

$P(C) = \frac{2A_2^1A_7^1+A_2^2}{72} = \frac{30}{72}$

4) كريتين مجموع أرقامهما يساوي 5

$P(D) = \frac{2A_3^2A_5^1}{72} = \frac{30}{72}$

III) أعد نفس الأجوبة للأسئلة السابقة ولكن السحب يكون بإرجاع الكرة المسحوبة

التمرين 14 :-

وحدة انتاجية 10 عمال
4 نساء و 6 رجال
تكوين لجنة من 3 اعضاء

- الحالات الممكنة

$C_{10}^{3} = 120$

1) حساب الاحتمالات

أ) ثلاث نساء :

$P(A) = \frac{C_4^3}{120} = \frac{4}{120}$

ب) على الاقل امرأتين :

$P(B) = \frac{C_4^2 C_6^1 + C_4^3 C_6^0}{120} = \frac{40}{120}$

ج) على الاكثر امرأتين

$P(C) = \frac{C_4^2 C_6^1 + C_4^1 C_6^2 + C_4^0 C_6^3}{120} = \frac{116}{120}$

د) على الاقل امرأة واحدة

$P(D) = \frac{C_4^1 C_6^2 + C_4^2 C_6^1 + C_4^3 C_6^0}{120} = \frac{100}{120}$

طبعا الاحتمال العكسي هو عدم وجود النساء

$P(\bar{D}) = \frac{C_6^3}{120} = \frac{20}{120}$

$P(D) = 1 - P(\bar{D}) = \frac{100}{120}$

التمرين 15 :-

كيس به 20 قرصة من 1 الى 20
سحب قرصتين في آن واحد

- الحالات الممكنة

$C_{20}^{2} = 190$

1) الاحتمالات

أ) مجموع قرصتين يساوي 10
(1,9) أو (2,8) أو (3,7) أو (4,6)

$P(A) = \frac{C_1^1 C_1^1 + C_1^1 C_1^1 + C_1^1 C_1^1 + C_1^1 C_1^1}{190} = \frac{4}{190}$

ب) الفرق يساوي 4

توجد 16 حالة الفرق بينهم يساوي 4

$P(B) = \frac{16}{190}$

ج) مجموع ارقامهما يساوي 10 علما ان الفرق هو 4

من بين 16 حالة توجد حالة واحدة الجمع بينهما يساوي 10 وهي (7,3) سميتها D

$P(B \cap D) = \frac{1}{190}$

وبالتالي

$P_B(D) = \frac{P(B \cap D)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{190}}{\frac{16}{190}} = 0,0625$