

الأسئلة الشائعة في دراسة الدوال وكيفية الإجابة عليها

1) السلوك التقاربي / الوضع النسبي لمنحني

الإجابة	السؤال
(C_f) يقبل مستقيما مقاربا يوازي حامل محور الفواصل معادلته $x = a$	فسر بيانيا : $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \pm\infty$
(C_f) يقبل مستقيما مقاربا يوازي حامل محور الترتيب معادلته $y = b$	فسر بيانيا : $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = b$
(C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا بجوار $\pm\infty$ معادلته $y = ax + b$	فسر بيانيا : $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$
نبين أن : $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$	بين أن المستقيم $(\Delta): y = ax + b$ مقارب مائل لـ (C_f) .
<ul style="list-style-type: none"> إذا كان : $f(x) = ax + b + g(x)$ ، يكفي أن نبين : $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} g(x) = 0$ ومعادلته هي : $y = ax + b$ وإذا لم يكن ذلك نعين العددين a و b من \mathbb{R} كما يلي : $a = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{f(x)}{x} \right)$ و $b = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (f(x) - ax)$ 	بين أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا يطلب تعيين معادلته
ندرس إشارة الفرق : $D(x) = f(x) - y$	أدرس الوضع النسبي لـ (C_f) و المستقيم (Δ) ذي المعادلة : $y = ax + b$
<ul style="list-style-type: none"> $D(x) > 0$ معناه أن : (C_f) يقع فوق (Δ) $D(x) < 0$ معناه أن : (C_f) يقع تحت (Δ) $D(x) = 0$ معناه أن : (C_f) يقطع (Δ) 	نطبق نفس الإجابة على السؤال : أدرس وضعية المنحنيين (C_f) و (C_g) بوضع : $D(x) = f(x) - g(x)$
(C_f) و (C_g) متقاربان بجوار $\pm\infty$	فسر بيانيا : $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) - g(x) = 0$

خاص بشعبتي الرياضي والتقني رياضي

2) عناصر تناظر منحني / شفعية دالة

الإجابة	السؤال
يكفي أن نبين : $f(2\alpha - x) + f(x) = 2\beta$	بين أن النقطة $\Omega(\alpha; \beta)$ مركز تناظر للمنحني (C_f)
بعد الحساب نستنتج أن (C_f) متناظر بالنسبة $\Omega(\alpha; \beta)$	بين أن : $f(\alpha + x) + f(\alpha - x) = 2\beta$ ، ماذا تستنتج ؟
يكفي أن نبين : $f(2\alpha - x) = f(x)$	بين أن المستقيم $(d): x = \alpha$ محور تناظر للمنحني (C_f)
نستنتج أن : المستقيم ذو المعادلة $x = \alpha$ محور تناظر لـ (C_f)	بين أن : $f(\alpha + x) = f(\alpha - x)$ ، ماذا تستنتج ؟
نبرهن أن : $f(-x) = -f(x)$	بين أن f دالة فردية
نبرهن أن : $f(-x) = f(x)$	بين أن f دالة زوجية
نستنتج أن : f دالة فردية ، ومبدأ المعلم مركز تناظر لـ (C_f)	بين أن : $f(-x) + f(x) = 0$ ، ماذا تستنتج ؟
نستنتج أن f دالة زوجية ، و (C_f) متناظر بالنسبة لمحور الترتيب	بين أن : $f(-x) - f(x) = 0$ ، ماذا تستنتج ؟
نستنتج أن : (C_f) متناظر بالنسبة للنقطة $\Omega\left(\frac{\alpha}{2}; \frac{\beta}{2}\right)$	بين أن : $f(\alpha - x) + f(x) = \beta$ ، ماذا تستنتج ؟
نستنتج أن : (C_f) متناظر بالنسبة للمستقيم ذو المعادلة $x = \frac{\alpha}{2}$	بين أن : $f(\alpha - x) - f(x) = \beta$ ، ماذا تستنتج ؟

3 إشارة دالة / مبرهنة القيم المتوسطة

<ul style="list-style-type: none"> • حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع المنحني (C_f) مع محور الفواصل • بالنسبة للإشارة : المجالات التي يكون فيها (C_f) تحت محور الفواصل فإن $(f(x) < 0)$ ، و المجالات التي يكون فيها (C_f) فوق محور الفواصل فإن $(f(x) > 0)$. 	<ul style="list-style-type: none"> • يعطى لك المنحني (C_f) ممثلا في معلم . • حل بيانيا المعادلة $f(x) = 0$ • إستنتج إشارة $f(x)$.
<p>نجد $f(\alpha) = 0$ ثم نحدد المجالات : $f(x)$ إما موجبة أو سالبة</p>	<p>أحسب $f(\alpha)$ ، ثم استنتج إشارة $f(x)$.</p>
<ul style="list-style-type: none"> • أولا : نبين أن f مستمرة ورتيبة على المجال $[a; b]$. • ثانيا : نحسب كلا من $f(a)$ و $f(b)$ ثم نبين أن k محصور بين $f(a)$ و $f(b)$ ، وعليه نجد α من المجال $[a; b]$ يحقق : $f(x) = k$ 	<p>بين أن المعادلة $f(x) = k$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $a \leq \alpha \leq b$</p>
<ul style="list-style-type: none"> • نبين أن f مستمرة ورتيبة على المجال $[a; b]$. • نحسب $f(a)$ و $f(b)$ ، ثم نجد : $f(a) \times f(b) < 0$. ومنه يوجد α وحيد من المجال $[a; b]$ يحقق : $f(x) = 0$. 	<p>بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حل وحيد α حيث : $\alpha \in [a; b]$.</p> <p>أوبصيغة أخرى : بين أن (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α .</p>

4 العدد المشتق وتفسيره الهندسي

الإجابة	السؤال
<ul style="list-style-type: none"> • الدالة f تقبل الإشتقاق عند a ، و $f'(a) = L$. • (C_f) يقبل عند النقطة $A(a; f(a))$ مماسا معاملا توجيهه $f'(a)$ أي : L . 	<p>فسر مايلي : $\lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{f(a+h) - f(a)}{h} \right) = L$ ،</p> <p>أو : $\lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{f(x) - f(a)}{x - a} \right) = L$ ، (L ثابت حقيقي)</p>
<ul style="list-style-type: none"> • الدالة f تقبل الإشتقاق عند a ، و $f'(a) = 0$. • (C_f) يقبل عند النقطة $A(a; f(a))$ مماسا موازيا لحامل محور الفواصل . 	<p>فسر مايلي : $\lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{f(a+h) - f(a)}{h} \right) = 0$.</p>
<ul style="list-style-type: none"> • الدالة f لا تقبل الإشتقاق عند a . • (C_f) يقبل عند النقطة $A(a; f(a))$ مماسا (أو نصف مماس) موازيا لحامل محور الترتيب معادلته $x = a$. 	<p>فسر مايلي : $\lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{f(a+h) - f(a)}{h} \right) = \pm\infty$.</p>
<ul style="list-style-type: none"> • الدالة f لا تقبل الإشتقاق عند a . • (C_f) يقبل عند النقطة $A(a; f(a))$ نصف مماسين معاملا توجيههما L_1 و L_2 على الترتيب ، وتسمى النقطة A نقطة زاوية . 	<p>فسر مايلي : $\lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{f(a+h) - f(a)}{h} \right) = L_1$ ،</p> <p>و : $\lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{f(a+h) - f(a)}{h} \right) = L_2$ ، حيث $(L_1 \neq L_2)$</p>

5 المساسات

الإجابة	السؤال
نكتب المعادلة: $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$ ، ثم نحسب كلا من $f'(x_0)$ و $f(x_0)$ ونعوض في المعادلة.	عين معادلة المماس لـ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة x_0
أي نبحت عن الفاصلة x_0 وذلك بحل المعادلة $f(x_0) = y_0$ ، ثم نكتب معادلة المماس عند x_0 .	أكتب معادلة المماس لـ (C_f) عند النقطة ذات الترتيبة y_0
نحسب معامل التوجيه: $f'(x_0) = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}$ ، حيث النقطتين A و B من المماس.	عين بيانيا العدد المشتق: $f'(x_0)$. <u>ملاحظة:</u> معامل توجيه المماس $= f'(x_0)$.
نبحت عن الفاصلة x_0 بحل المعادلة $f'(x) = a$ ، أي عدد حلول المعادلة هي عدد المساسات التي معامل توجيهها a	هل توجد مماسات لـ (C_f) معامل توجيهها a ؟
نحل المعادلة: معامل توجيه $f'(x) = (d)$ أي $f'(x) = a$. إذا وجدنا حلول نقول بوجود مماسات لـ (C_f) موازية لـ (d)	هل توجد مماسات لـ (C_f) توازي المستقيم ذا المعادلة $y = ax + b$: (d) ؟
نبحت عن x_0 بحل المعادلة $\beta = f'(x_0)(\alpha - x_0) + f(x_0)$. عدد حلول المعادلة تمثل عدد المساسات .	هل توجد مماسات لـ (C_f) تشمل النقطة $A(\alpha, \beta)$ ؟
نبحت عن x_0 بحل المعادلة: $f'(x_0) = -\frac{1}{a}$ ، a هو معامل توجيه (d) . وعدد الحلول يمثل عدد المساسات .	هل توجد مماسات لـ (C_f) تعامد المستقيم ذا المعادلة $y = ax + b$: (d) ؟. (في معلم متعامد ومتجانس).

6 أحيانا تعطى لنا عبارة الدالة $f(x)$ بثوابت مجهولة (a, b, c, \dots) ويطلب منا تعيينها

علما أن عدد المعطيات المباشرة وغير المباشرة تكون بعدد الثوابت

المعطيات	ترجمتها إلى معادلات لتعيين الثوابت (a, b, c, \dots)
(C_f) يقبل في النقطة $A(x_0, y_0)$ يقبل مماسا موازيا لمحور الفواصل ، (أو يقبل ذروة في النقطة $A(x_0, y_0)$.	نحل الجملة: $\begin{cases} f(x_0) = y_0 \\ f'(x_0) = 0 \end{cases}$ ثم نعين الثوابت المجهولة .
(C_f) يقبل في النقطة ذات الفاصلة x_0 مماسا يوازي المستقيم ذا المعادلة $y = mx + k$.	نحل الجملة: $\begin{cases} f(x_0) = mx_0 + k \\ f'(x_0) = m \end{cases}$
(C_f) يقبل في النقطة $A(x_A; y_A)$ مماسا يشمل النقطة $B(x_B; y_B)$.	نحل الجملة: $\begin{cases} f(x_A) = y_A \\ f'(x_0) = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} \end{cases}$

7) رسم منحنى (C_g) انطلاقاً من المنحنى (C_f)

إذا كان:	فإن:
$g(x) = -f(x)$	(C_g) يناظر (C_f) بالنسبة إلى محور الفواصل (xx')
$g(x) = f(x)$	g دالة زوجية، ولما $x \geq 0$ يكون (C_g) منطبقاً على (C_f) .
$g(x) = f(x) $	<ul style="list-style-type: none"> (C_g) ينطبق على (C_f) في المجالات التي تكون فيها f موجبة. (C_g) يناظر (C_f) بالنسبة إلى (xx') في المجالات التي تكون فيها f سالبة.

بالتوفيق لجميع طلبتنا الأعزاء في بكالوريا 2018

الأستاذ: بلقاسم عبدالرزاق