الاشتقاقية

1- العدد المشتق لدالة f عند x_0

$$\lim_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=f'(x_0)$$

أو

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}=f'(x_0)$$

2- مشتقات دوال مألوفة

$f(x)=$	$f'(x)=$	ميدان الاشتقاق
k عدد ثابت	0	$\mathbb{R}$
x	1	$\mathbb{R}$
x^2	$2x$	$\mathbb{R}$
x^n $(n\in\mathbb{N}^*-\{1\})$	nx^{n-1}	$\mathbb{R}$
$ax+b$ $(a\neq 0)$	a	$\mathbb{R}$
$\sqrt{x}$ $(x\geq 0)$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$]0;+\infty[$
$\frac{1}{x}$ $(x\neq 0)$	$-\frac{1}{x^2}$	$\mathbb{R}^*$
$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$\mathbb{R}$
$\sin(x)$	$\cos(x)$	$\mathbb{R}$
$\tan(x)$	$\frac{1}{\cos^2(x)}=1+\tan^2(x)$	$\mathbb{R}-\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$

3- معادلة المماس

معادلة (Δ) المستقيم المماس للمنحنى $(\mathbf{C_f})$ عند النقطة ذات الفاصلة x_0 هي:

$$(\Delta): y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$$

4- العمليات على الدوال المشتقة

الدالة	مشتقتها
$u+v$	$u'+v'$
$u\times v$	$u'\times v+v'\times u$
ku (k عدد ثابت)	ku'
$\frac{u}{v}$ $(v\neq 0)$	$\frac{u'\times v-v'\times u}{v^2}$
$\frac{k}{v}$ (k عدد ثابت) $(v\neq 0)$	$\frac{-kv'}{v^2}$
$v\circ u$	$u'\times(v'\circ u)$

5- مشتقات دوال مركبة مألوفة

الدالة	مشتقتها
$u(ax+b)$	$au'(ax+b)$
u^n $(n\in\mathbb{N}^*-\{1\})$	$nu'.u^{n-1}$
$\sqrt{u}$ $(u\geq 0)$	$\frac{u'}{2\sqrt{u}}$ $(u>0)$
$\frac{1}{x^n}$ $(x\neq 0)$ $(n\in\mathbb{N}^*)$	$-\frac{n}{x^{n+1}}$
$\frac{1}{u^n}$ $(u\neq 0)$ $(n\in\mathbb{N}^*)$	$-\frac{nu'}{u^{n+1}}$

6- التقريب التآلفي

أحسن تقريب تآلفي للدالة f عند القيمة x_0 هو:

$$f(x)\approx f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$$

باعتبار $h=x-x_0$ قريب جدا من الصفر، يمكن كتابة التقريب على الشكل التالي:

$$f(x_0+h)\approx f'(x_0).h+f(x_0)$$

7- اتجاه تغير دالة f على مجال I من $\mathbb{R}$

- إذا كان $f'(x)>0$ من أجل كل x من I فإن: f متزايدة تماما على I
- إذا كان $f'(x)<0$ من أجل كل x من I فإن: f متناقصة تماما على I
- إذا كان $f'(x)=0$ من أجل كل x من I فإن: f ثابتة على I

8- القيم الحدية المحلية لدالة f على مجال I من $\mathbb{R}$

إذا كانت f' تنعدم عند قيمة x_0 من I أي $f'(x_0)=0$ مغيرة إشارتها فإن $f(x_0)$ قيمة حدية محلية للدالة f على I في حالتين:

أ- $f(x_0)$ قيمة حدية محلية صغرى كما في هذا الجدول

x		x_0	
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	↘	$f(x_0)$	↗

ب- $f(x_0)$ قيمة حدية محلية كبرى كما في هذا الجدول

x		x_0	
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	↗	$f(x_0)$	↘

9- نقطة الانعطاف

f'' المشتقة الثانية للدالة f على مجال I من $\mathbb{R}$ و x_0 قيمة منه.

إذا كانت f'' تنعدم عند x_0 أي $f''(x_0)=0$ مغيرة إشارتها فإن المنحنى $(\mathbf{C_f})$ يقبل نقطة انعطاف $\Omega(x_0;f(x_0))$