الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية | الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي | الدورة الاستثنائية: 2017

الشعبة: تقني رياضي

اختبار في مادة: الرياضيات | المدة: 04 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

نعتبر النّقط $A(0;-1;2)$ ، $B(3;2;5)$ ، $C(3;-1;-1)$ و $D(-3;5;-1)$.

ليكن (P) و (Q) المستويين اللّذان معادلتاهما على الترتيب: $x+y+z-1=0$ و $x-z+2=0$.

1) بيّن أنّ المثلث ABC قائم، ثمّ عيّن معادلة ديكارتية للمستوي (ABC).

2) أ) بيّن أنّ المستويين (P) و (Q) متعامدان ثمّ جد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ)، تقاطع المستويين (P) و (Q).

ب) عيّن تقاطع المستويات (P)، (Q) و (ABC).

3) تحقّق أنّ A هي المسقط العمودي للنّقطة D على المستوي (ABC) ثمّ احسب حجم رباعي الوجوه $DABC$.

4) بيّن أنّ $\frac{\pi}{4}$ قيس بالراديان للزاوية $B\hat{D}C$، ثمّ استنتج المسافة بين النّقطة A والمستوي (BDC).

التمرين الثاني: (04 نقاط)

1) عيّن، حسب قيم العدد الطبيعي n، باقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 5.

2) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد 1437^{2017} على 5.

3) برهن أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n، العدد $(48^{4n+3}-2\times 9^{2n+1}+1)$ مضاعف للعدد 5.

4) عيّن الأعداد الطبيعية n حتّى يكون العدد $(3^{4n}+27^n-4)$ قابلا للقسمة على 5.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

I) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول المركب z الآتية: $(z-4)(z^2-2z+4)=0$.

II) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

نعتبر النّقط A ، B و C التي لاحقاتها $z_A=4$ ، $z_B=1+i\sqrt{3}$ و $z_C=1-i\sqrt{3}$.

1) اكتب العدد المركب $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ على الشّكل الأسّي ثمّ استنتج طبيعة المثلث ABC.

2) أ) عيّن لاحقة النّقطة D صورة B بالدوران r الذي مركزه المبدأ O وزاويته $\frac{2\pi}{3}$.

ب) عيّن طبيعة الرباعي $ABDC$.

3) من أجل كل عدد طبيعي n، نضع: $z_n = (z_B)^n + (z_C)^n$.

أ) بيّن أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n ، $z_n = 2^{n+1} \times \cos\left(\frac{n\pi}{3}\right)$.

ب) نضع من أجل كل عدد طبيعي n: $t_n = z_{6n}$.

– عبّر عن t_n بدلالة n ثمّ احسب P_n بدلالة n حيث $P_n = t_0 \times t_1 \times t_2 \times \cdots \times t_n$.

التمرين الرابع:(07 نقاط)

I) لتكن الدّالة g المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x) = -\frac{1}{2} + \frac{2 - \ln x}{x^2}$.

1) احسب $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} g(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$.

2) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g ثمّ شكّل جدول تغيراتها.

3) بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1{,}71 < \alpha < 1{,}72$ ثمّ استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x.

II) نعتبر الدّالة f المعرّفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x) = -\frac{1}{2}x + 2 + \frac{-1 + \ln x}{x}$.

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 1cm$.

1) أ) احسب $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

ب) ادرس اتجاه تغيّر الدّالة f ثمّ شكّل جدول تغيراتها.

2) أ) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = -\frac{1}{2}x + 2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f).

ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

3) " نقبل أنّ $f(\alpha) \simeq 0{,}87$ و $f(\gamma) = f(\beta) = 0$ حيث $0{,}76 < \beta < 0{,}78$ و $4{,}19 < \gamma < 4{,}22$ ".

– أنشئ في المعلم السّابق المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f).

4) ليكن λ عدد حقيقي حيث $1 < \lambda \leq e$ ، نرمز بـ $\mathcal{A}(\lambda)$ إلى مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين اللّذين معادلتاهما : $x = 1$ و $x = \lambda$.

أ) احسب $\mathcal{A}(\lambda)$ بدلالة λ.

ب) عيّن قيمة λ حيث $\mathcal{A}(\lambda) = \frac{1}{2}cm^2$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. نعتبر النّقط $A(1;1;-1)$ ، $B(1;7;-3)$ و $I(0;1;-2)$

والشّعاع $\vec{v}(2;0;2)$ ، (Δ_1) المستقيم الذي يشمل النّقطة A و $\vec{v}$ شعاع توجيه له و (Δ_2) المستقيم المعرّف

بالتّمثيل الوسيطي : $(t\in\mathbb{R}):\begin{cases} x=-1+2t \\ y=2-t \\ z=3-4t \end{cases}$.

1) بيّن أنّ A تنتمي إلى المستقيم (Δ_2) و أنّ (Δ_1) و (Δ_2) غير متطابقين.

2) ليكن (P) المستوي المعيّن بالمستقيمين (Δ_1) و (Δ_2).

- بيّن أنّ الجملة: $(\alpha\in\mathbb{R}\ ,\ \beta\in\mathbb{R}):\begin{cases} x=1+2\alpha+2\beta \\ y=1-\alpha \\ z=-1-4\alpha+2\beta \end{cases}$ تمثيل وسيطي للمستوي (P).

3) أثبت أنّ I هي المسقط العمودي للنّقطة B على المستوي (P).

4) لتكن (S) مجموعة النّقط $M(x;y;z)$ من الفضاء حيث $x^2+y^2+z^2-2x-14y+6z+21=0$.

أ) بيّن أنّ (S) سطح كرة يطلب تحديد مركزها ونصف قطرها.

ب) تحقّق أنّ المستوي (P) يمس (S) في نقطة يطلب تعيينها.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرّفة بـ : $u_1=\dfrac{1}{a}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم ، $u_{n+1}=\dfrac{n+1}{an}u_n$

حيث a عدد حقيقي أكبر من أو يساوي 2.

1) أ) بيّن أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم: $u_n>0$.

ب) بيّن أنّ المتتالية (u_n) متناقصة تماما ثمّ استنتج أنّها متقاربة.

2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرّفة كما يلي : من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم ، $v_n=\dfrac{1}{an}u_n$.

أ) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\dfrac{1}{a}$ وعيّن حدّها الأوّل v_1 بدلالة a.

ب) جد بدلالة n و a عبارة الحد العام v_n ثمّ استنتج عبارة u_n واحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

3) احسب بدلالة n و a المجموع S_n حيث $S_n=u_1+\dfrac{1}{2}u_2+\dfrac{1}{3}u_3+\cdots+\dfrac{1}{n}u_n$

ثمّ عيّن قيمة a حيث $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n=\dfrac{1}{2016}$.

التمرين الثالث:(05 نقاط)

I) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الآتية: $(z+1-\sqrt{3})(z^2+2z+4)=0$.

II) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

نعتبر النّقط A ، B و C التي لاحقاتها $z_A=-1+\sqrt{3}$ ، $z_B=-1-i\sqrt{3}$ و $z_C=\overline{z}_B$.

1) بيّن أنّ $z_B-z_A=i(z_C-z_A)$ ثمّ استنتج طبيعة المثلث ABC واحسب مساحته.

2) أ) اكتب على الشّكل الجبري العدد المركب L حيث $L=\dfrac{z_C-z_A}{z_C}$.

ب) بيّن أنّ : $L=\dfrac{\sqrt{6}}{2}\left(\cos\dfrac{\pi}{12}+i\sin\dfrac{\pi}{12}\right)$ ثمّ استنتج القيمة المضبوطة لِ $\tan\dfrac{\pi}{12}$.

3) نعتبر التّحويل النّقطي S الذي يحوِّل النّقطة M ذات اللاحقة z إلى النّقطة M' ذات اللاحقة z' والمعرّف بـ: $z'=(z-z_B)L+z_B$.

– بيّن أنّ S تشابه مباشر يطلب تحديد عناصره المميزة.

4) لتكن النّقط A' ، B' و C' صور النّقط A ، B و C على التّرتيب بالتّحويل $S\circ S$.

– احسب مساحة المثلث $A'B'C'$.

التمرين الرابع:(07 نقاط)

I) لتكن الدّالة g المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=1-2xe^{-x}$.

– ادرس اتجاه تغيّر الدّالة g ثمّ استنتج إشارة $g(x)$.

II) نعتبر الدّالة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=(x+1)(1+2e^{-x})$.

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=1cm$.

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

ب) ادرس اتجاه تغيّر الدّالة f ثمّ شكّل جدول تغيراتها.

2) أ) بيّن أنّ: $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-x\right]=1$ ثمّ استنتج معادلة لِ (Δ)، المستقيم المقارب المائل للمنحنى (C_f) .

ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

3) اثبت أنّ المنحنى (C_f) يقبل مماسا وحيدا (T) يوازي (Δ) يطلب تعيين معادلة له.

4) باستعمال المنحنى (C_f)، عيّن قيم الوسيط الحقيقي m حتّى يكون للمعادلة $f(x)=x+m$ حلّين مختلفين.

5) ليكن α عددا حقيقيا موجبا، نرمز بـِ $\mathcal{A}(\alpha)$ إلى مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) وبالمستقيمات التي معادلاتها على الترتيب : $y=x+1$ ، $x=-1$ و $x=\alpha$.

– احسب $\mathcal{A}(\alpha)$ بدلالة α ثمّ $\lim\limits_{\alpha\to+\infty}\mathcal{A}(\alpha)$.

انتهى الموضوع الثاني