الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية | الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي | الدورة الاستثنائية: 2017

الشعبة: تسيير واقتصاد

اختبار في مادة: الرياضيات | المدة: 03 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

لتكن (u_n) المتتالية المعرّفة بحدّها الأوّل u_0 حيث $u_0=-2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n+1$.

1) أ) بيّن أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n<2$.

ب) عيّن اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) ثمّ استنتج أنّها متقاربة.

2) لتكن المتتالية (v_n) المعرّفة كما يلي : من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n=2u_n-4$.

أ) أثبت أنّ المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدّها الأوّل v_0.

ب) جد عبارة v_n بدلالة n ثمّ استنتج عبارة u_n بدلالة n .

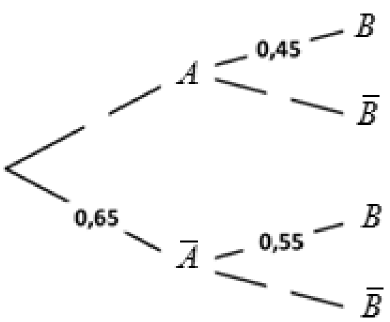
3) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث $S_n=u_0+u_1+\cdots+u_n$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

الشّجرة المقابلة تنمذج تجربة عشوائية حيث A و B حادثتان، $\overline{A}$ و $\overline{B}$ حادثتاهما العكسيتان على الترتيب .

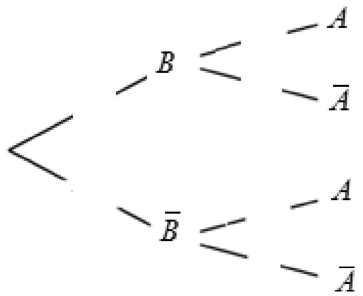
1) انقل وأكمل الشّجرة المقابلة ثمّ احسب الاحتمالات الآتية :

$P(A\cap B)$ و $P(A\cap \overline{B})$.



2) أ) احسب الاحتمالات الآتية: $P(B)$ ، $P_B(A)$ و $P_{\overline{B}}(A)$

ب) انقل وأكمل الشّجرة المقابلة .



التمرين الثالث: (04 نقاط)

الجدول الآتي يعطي نسبة الأمية في بلد ما، خلال الفترة الممتدة من1948 إلى2008 .

السّنة	1948	1958	1968	1978	1988	1998	2008
الرتبة x_i	1	2	3	4	5	6	7
نسبة الأمية y_i	14	92	74,6	60	31	38,4	22

1) أ) احسب إحداثيي النّقطة المتوسطة G. (تدور النتائج إلى 10^{-2})

ب) مثّل سحابة النّقط $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد (على حامل محور الفواصل $1cm$ يمثل رتبة واحدة وعلى حامل محور التراتيب $1cm$ يمثّل 10%) .

2) بيّن أنّ معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدّنيا هي : $y=-4,53x+65,54$.

3) باستعمال التّعديل الخطّي السّابق ، قدّر نسبة الأمية في سنة 2038 في هذا البلد.

4) ابتداءً من أيّ سنة تكون نسبة الأمية في هذا البلد أقل من 5%.

التمرين الرابع: (08 نقاط)

I) لتكن g الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=2x-1-e^{2x}$.

1) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g .

2) استنتج إشارة $g(x)$.

II) نعتبر الدّالة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=x^2-x-\frac{1}{2}e^{2x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=2cm$.

1) احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$. (يعطى: $\lim_{x\to+\infty}\frac{e^{2x}}{x^2}=+\infty$)

2) ادرس اتجاه تغيّر الدالة f ثم شكّل جدول تغيّراتها.

3) أ) بيّن أنّ المعادلة $f\left(x\right)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-0,25<\alpha<-0,24$.

ب) أثبت أنّ المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف A إحداثياها $(0;\frac{-1}{2})$.

جـ) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النّقطة A .

4) ارسم (T) و (C_f) .

5) أ) احسب بالسّنتمتر مربع المساحة $A(\alpha)$ للحيز المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها $x=0$ ، $x=\alpha$ و $y=0$.

ب) تحقّق أنّ $A\left(\alpha\right)=\frac{1}{3}\left(4\alpha^3-12\alpha^2+6\alpha+3\right)cm^2$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

يمثّل الجدول الآتي تطور إنتاج مصنع للإسمنت خلال الفترة الممتدة من 2010 إلى 2014.

السّنة	2010	2011	2012	2013	2014
ترتيب السّنوات x_i	1	2	3	4	5
الإنتاج بالمليون طن y_i	4,8	5	5,5	6,2	7

1) عيّن إحداثيي النّقطة المتوسطة G ثمّ مثّل سحابة النّقط $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد
($1cm$ يمثل رتبة واحدة على حامل محور الفواصل ، $1cm$ يمثل 1 مليون طن على حامل محور التراتيب)

2) لتكن $y=ax+b$ معادلة (Δ)، مستقيم الانحدار بالمربعات الدّنيا للسّلسلة $(x_i\ ;\ y_i)$.
بيّن أنّ: $a=0,56$ ثمّ احسب b. (تعطى النّتيجة مدورة إلى 10^{-2})

3) من أهداف المصنع الوصول إلى إنتاج يفوق 8,45 مليون طن في سنة 2017 .
هل يمكن تحقيق هذا الهدف باستعمال التعديل الخطي السّابق ؟ مع التبرير.

4) ابتداءً من أيِّ سنة يتعدى إنتاج المصنع 10,17 مليون طن في السّنة .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

نعتبر المتتالية الهندسية (v_n) ذات الأساس e^2 والحد الأول v_0 حيث $v_0=1$. (e أساس اللوغاريتم النيبيري)

1) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث $S_n=v_0+v_1+\cdots+v_n$.

2) نعتبر المتتاليتين (u_n) و (w_n) المعرّفتين كما يلي:
من أجل كل عدد طبيعي n ، $w_n=2n+4+e^{2n}$ و $u_n=w_n-v_n$.
بيّن أنّ : المتتالية (u_n) حسابية ، حدّد أساسها r و حدّها الأول u_0.

3) أثبت أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n ، $4+6+8+\cdots+(2n+4)=(n+1)(n+4)$.

4) استنتج المجموع T_n بدلالة n حيث $T_n=w_0+w_1+\cdots+w_n$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

في كل حالة من الحالات الآتية ، اقتُرحت ثلاث إجابات واحدة منها فقط صحيحة، عيّن الاقتراح الصّحيح مع التّبرير.

1) A و B حادثتان مستقلتان .
إذا كان : $P(A\cap B)=0,03$ و $P(A)=0,4$ فإنّ :
أ) $P(B)=0,43$ ب) $P(B)=0,075$ جـ) $P(B)=0,37$

2) A و B حادثتان.

إذا كان : $P(A\cap B)=\dfrac{3}{100}$ و $P_A(B)=\dfrac{1}{4}$ فإنّ :

أ) $P(A)=\dfrac{3}{25}$ ب) $P(A)=\dfrac{4}{25}$ جـ) $P(A)=\dfrac{3}{400}$

3) A و B حادثتان .

إذا كان : $P(A)=0,4$ و $P(B)=0,5$ و $P(\overline{A\cup B})=0,55$ فإنّ :

أ) $P(A\cap B)=0,2$ ب) $P(A\cap B)=0,45$ جـ) $P(A\cap B)=0,9$

4) الجدول التّالي يُعرّف قانون احتمال تجربة عشوائية.

x_i	-2	-1	α	3
$P(X=x_i)$	0,12	0,50	β	0,30

قيمتا α و β حتّى يكون الأمل الرّياضياتي للمتغير العشوائي X يساوي $0,32$ هما :

أ) $\alpha=1$ و $\beta=0,08$ ب) $\alpha=2$ و $\beta=0,03$ جـ) $\alpha=2$ و $\beta=0,08$

التمرين الرابع: (08 نقاط)

I) نعتبر الدّالة g المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=x^3-x^2-1$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

2) ادرس اتجاه تغيّر الدّالة g ثمّ شكّل جدول تغيراتها.

3) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,46<\alpha<1,48$.

4) استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

II) مؤسسة صناعية تنتج يوميا كميّة q (مقدرة بالطّن) من منتوج بكلفة متوسطة C_M (مقدرة بملايين الدّنانير) معرّفة على $[0;10]$ بـ: $C_M(q)=\dfrac{1}{2}q^2-q+1-\dfrac{1}{2}\ln\left(q^2+1\right)$.

1) بيّن أنّ: من أجل كل عدد حقيقي q من $[0;10]$ ، $C'_M(q)=\dfrac{g(q)}{q^2+1}$.

2) عيّن اتجاه تغيّر الكلفة المتوسطة C_M ثمّ شكّل جدول تغيراتها. (نأخذ $\alpha\simeq1,47$)

3) عيّن الكمّية التي تُنتج يوميا بأقل كلفة متوسطة ثمّ حدّد هذه الكلفة المتوسطة .

4) ما هي الكلفة الإجمالية C لإنتاج 2 طن يوميا؟

انتهى الموضوع الثاني