

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:
الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، نعتبر النقطة $A(1; -1; 2)$ والمستوي (P) ذا المعادلة $x - y + z + 2 = 0$ والمستقيم (D) المعروف بـ:

$$\begin{cases} x + y - 9 = 0 \\ y + z - 4 = 0 \end{cases}$$

- (1) عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D) .
- (2) جد معادلة ديكارتية للمستوي (P') الذي يشمل A ويوازي (P) .
- (3) أثبت أن (D) يقطع (P') في النقطة $A'(6; 3; 1)$.
- (4) عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل A ويوازي (P) ويقطع (D) .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(u_n) و (v_n) متتاليتان معرفتان على مجموعة الأعداد الطبيعية \mathbb{N} كما يلي:

$$u_0 = \frac{1}{4} \text{ و من أجل كل عدد طبيعي } n, u_{n+1} = 3 - \frac{10}{u_n + 4} \text{ و } v_n = \frac{u_n + 2}{1 - u_n}$$

- (1) أ) برهن بالتراجع أن: من أجل كل عدد طبيعي $n, 0 < u_n < 1$.
ب) بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما ثم استنتج أنها متقاربة.
- (2) أ) بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{5}{2}$ ثم عبّر عن حدّها العام v_n بدلالة n .
ب) أثبت أن: من أجل كل عدد طبيعي $n, u_n = 1 - \frac{3}{v_n + 1}$ ثم استنتج النهاية $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(I) حل في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة: $(z+2)(z^2-4z+8)=0$.

(II) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

نعتبر النقط A, B, C التي لاحقاتها: $z_A = 2-2i$ ، $z_B = \bar{z}_A$ ، و $z_C = -2$

(1) اكتب كلا من z_A و z_B على الشكل الأسي.

(2) عيّن z_D لاحقة النقطة D حتى تكون النقطة B مركز ثقل المثلث ACD .

(3) (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z (M تختلف عن A و B) حيث $\arg\left(\frac{z_B - z}{z_A - z}\right) = \frac{\pi}{2}$

تحقق أنّ مبدأ المعلم O هو نقطة من (Γ) ثمّ عيّن طبيعة المجموعة (Γ) وأنشئها.

(4) ليكن h التحاكي الذي مركزه النقطة C ونسبته 2، (Γ') صورة (Γ) بالتحاكي h

عيّن طبيعة المجموعة (Γ') مع تحديد عناصرها المميزة.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على D حيث $D =]-\infty; -1[\cup]1; +\infty[$ بـ $f(x) = \frac{2}{3}x + \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) بيّن أنّ الدالة f فردية ثم فسّر ذلك بيانياً.

(2) احسب النهايات التالية: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

استنتج أنّ (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين موازيين لحامل محور الترتيب.

(3) (أ) بيّن أنّه من أجل كل x من D ، $f'(x) = \frac{2}{3} \left(\frac{x^2+2}{x^2-1} \right)$

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثمّ شكّل جدول تغيراتها.

(4) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث $1,8 < \alpha < 1,9$.

(5) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y = \frac{2}{3}x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) ثم أدرس وضعية

المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

(6) أنشئ المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) .

(7) m وسيط حقيقي، ناقش بيانياً حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة:

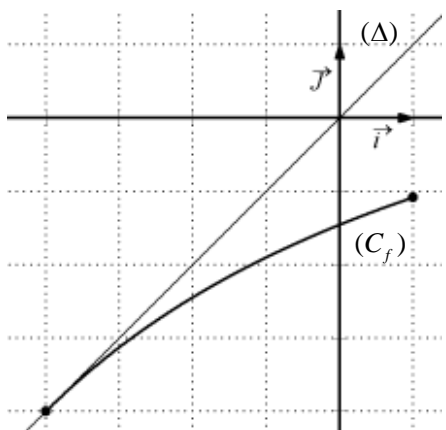
$$(2-3|m|)x + 3\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = 0$$

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

- الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، نعتبر النقط $A(3;0;0)$ ، $B(0;2;0)$ و $C(0;0;1)$.
- 1) بين أن النقط A ، B و C تعين مستويا، ثم تحقق أن: $2x + 3y + 6z - 6 = 0$ معادلة للمستوي (ABC) .
 - 2) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) العمودي على المستوي (ABC) والذي يشمل المبدأ O .
 - 3) جد إحداثيات H نقطة تقاطع (Δ) و (ABC) .
 - 4) بين أن (BH) عمودي على (AC) ، ثم استنتج أن H هي نقطة تلاقي أعمدة المثلث ABC .

التمرين الثاني: (04 نقاط)



- المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- f الدالة المعرفة على المجال $[-4;1]$ كما يلي: $f(x) = \frac{3x-16}{x+11}$
- وليكن (C_f) المنحنى الممثل لها، (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y = x$
- (I) تحقق أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $[-4;1]$ ثم بين أن:
- من أجل كل $x \in [-4;1]$ فإن $f(x) \in [-4;1]$

(II) (u_n) متتالية معرفة بحدّها الأول $u_0 = 0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = f(u_n)$.

1) انقل الشكل المقابل ثم مثّل على حامل محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 (لا يطلب حساب الحدود)

ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) وتقاربها.

2) برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، $-4 < u_n \leq 0$

ثم بين أنّ المتتالية (u_n) متناقصة تماما.

3) لتكن المتتالية العددية (v_n) المعرفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n \times u_n = 1 - 4v_n$.

أثبت أنّ المتتالية (v_n) حسابية أساسها $\frac{1}{7}$ ، ثم احسب المجموع S حيث

$$S = v_0 \times u_0 + v_1 \times u_1 + \dots + v_{2016} \times u_{2016}$$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$.
أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل في كل حالة مما يلي:

(1) مجموعة حلول المعادلة $\left(\frac{z+1-i}{z-i}\right)^2 = 1$ في المجموعة \mathbb{C} هي $S = \left\{-\frac{1}{2} + i\right\}$

(2) من أجل كل عدد مركب z ، $(z+2) \times (\bar{z}+2) = |z+2|^2$

(3) من أجل كل عدد طبيعي n ، $\left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{3n} = 1$

(4) S التشابه المباشر الذي مركزه النقطة Ω ذات اللاحقة 1 ونسبته 3 وزاويته $\frac{\pi}{2}$

صورة الدائرة (C) ذات المركز $\omega(0;1)$ ونصف القطر 3 بالتشابه S هي الدائرة (C') ذات المركز $\omega'(-2;-3)$ ونصف القطر 9 .

(5) من أجل كل عدد حقيقي α : إذا كان $Z = (\sin \alpha + i \cos \alpha) \times (\cos \alpha - i \sin \alpha)$

فإنّ: $\arg(Z) = \frac{\pi}{2} - 2\alpha + 2k\pi$ ، حيث k عدد صحيح.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = 2 - x^2 e^{1-x}$

ولیکن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) بيّن أنّ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ وأعط تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة ، ثم احسب النهاية $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

(2) أ) بيّن أنّه من أجل كل x من \mathbb{R} ، $f'(x) = x(x-2)e^{1-x}$

ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

(3) اكتب معادلة لـ (T) المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

(II) نعتبر الدالة العددية h المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $h(x) = 1 - x e^{1-x}$

(1) بيّن أنّه من أجل كل x من \mathbb{R} فإنّ: $h(x) \geq 0$ ، ثمّ ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمماس (T) .

(2) بيّن أنّ المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث $-0,7 < \alpha < -0,6$.

(3) أنشئ المماس (T) والمنحنى (C_f) على المجال $[-1; +\infty[$.

(4) F الدالة المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $F(x) = 2x + (x^2 + 2x + 2)e^{1-x}$

تحقق أنّ F دالة أصلية للدالة f على \mathbb{R} ، ثمّ احسب مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f)

وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما: $x=0$ و $x=1$.