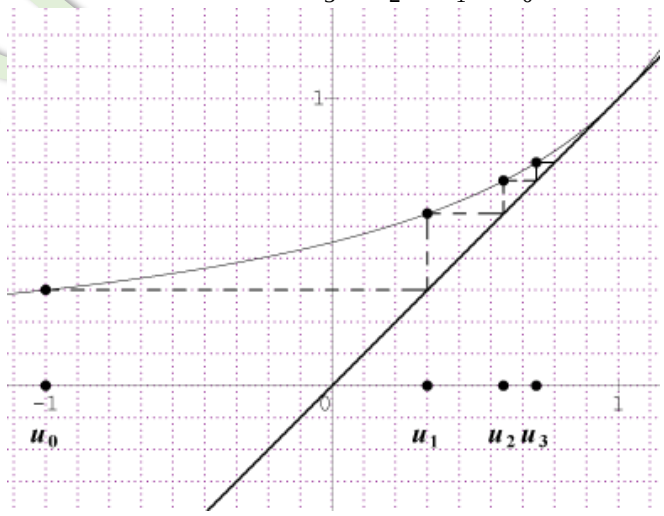
عناصر الإجابة	العلامة	
	مجزأة	المجموع

الموضوع الأول

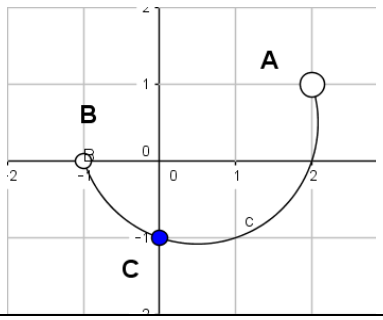
التمرين الأوّل: (04 نقاط)

1) معادلة المستوي (P) : $x+3y+z-8=0$	0.50	0.50
2) التحقق أن معادلة (P') هي : $x+2y-z=0$.	01	01
3) (P) و (P') يتقاطعان وفق مستقيم (Δ) لأن الشعاعين الناظمين لكل من (P) و (P') غير مرتبطين خطيا	0.25	0.75
التمثيل الوسيطي للمستقيم (Δ) : $\begin{cases} x=5t-16 \\ y=-2t+8 \\ z=t \end{cases} / t\in\mathbb{R}$	0.50	
4) إحداثيات G : $G\left(1;\frac{6}{5};\frac{17}{5}\right)$	0.50	1.75
$G\in(ABC)$ لأنها مرجح للنقط الثلاث $A;B;C$ .....(1)	0.25	
$G\in(\Delta)$ لأن إحداثيات G تحقق جملة التمثيل الوسيطي لـ (Δ) .....(2)	0.25	
من(1) و (2) نجد $\{G\}=(ABC)\cap(\Delta)$		
مجموعة النقط: $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-12\overrightarrow{MC}\right\|=10\left\|\overrightarrow{OA}\right\|$ تكافئ $MG=OA$	0.50	
(E) سطح كرة مركزها G ونصف قطرها OA	0.25	

التمرين الثاني: (04 نقاط)

1) رسم الشكل المقابل وتمثيل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 مُبرزاً خطوط التمثيل	0.50	0.75
		
التخمين : المتتالية (u_n) متزايدة تماما ومتقاربة	0.25	

© endirasa.com

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
2) البرهان بالتراجع أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n < 1$.	0.75	0.75
3) اتجاه التغير : نجد $u_{n+1} - u_n = \frac{(1-u_n)^2}{2-u_n}$ و منه المتتالية (u_n) متزايدة تماما .	0.50	0.75
تقارب (u_n) :المتتالية (u_n) متزايدة تماما ومحدودة فهي متقاربة .	0.25	
4) أ) المتتالية (v_n) حسابية أساسها 2 : $v_{n+1} - v_n = 2$	0.50	1.75
عبارة الحد العام : $v_n = 2n+1$	0.50	
ب) عبارة u_n بدلالة n : $u_n = 1 - \frac{2}{2n+1}$	0.50	
النهاية $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1$	0.25	
التمرين الثالث :(05 نقاط)		
1) الشكل الاسي: $\frac{z_A - z_C}{z_B - z_C} = \frac{1}{2}e^{i\frac{\pi}{2}}$	0.50	01
طبيعة المثلث ABC .: المثلث ABC قائم في C لان $(\overrightarrow{CB};\overrightarrow{CA}) = \frac{\pi}{2}$	0.50	
2) العبارة المركبة للتشابه المباشر S : $z' = \frac{1}{2}iz - \frac{1}{2} - i$.	01	01
3) أ) لاحقة D : $z_D = -2-3i$	0.50	1.50
التحقق أن: $z_E = 1-2i$	0.25	
ب) الرباعي $ADEB$ معين .	0.75	
4) التحقق أنّ النقطة C تنتمي الى (Γ) : $\arg\left(\frac{z_C - z_A}{z_C - z_B}\right) = \frac{\pi}{2}$	0.25	01.50
طبيعة المجموعة (Γ) :		
$\arg\left(\frac{z-z_A}{z-z_B}\right) = \frac{\pi}{2}$ معناه $(\overrightarrow{MB};\overrightarrow{MA}) = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \quad / k \in \mathbb{Z}$	0.25	
(Γ) هي نصف الدائرة المفتوحة التي حداها النقطتين A و B وتشمل النقطة C .	0.50	
إنشاء (Γ) . 	0.50	

© edirasa.com

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع

التمرين الرابع :(07 نقاط)

1) أ) $\lim\limits_{x \xrightarrow{<} 1} f(x) = -\infty$ ، $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 2} f(x) = +\infty$ ، (2×0.25) — 0.25 — 1.25

وجود مستقيمين مقاربين معادلتيهما : $x=2$; $x=1$

ب) $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$. (2×0.25)

2) بيّن أنّه من أجل كل x من D_f، $f'(x) = -2 - \dfrac{2}{(x-1)(x-2)}$ ، — 0.50 — 01

جدول تغيرات الدالة f. — 0.50

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖		‖	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	‖		‖	↘	$-\infty$

3) أ) من أجل كل عدد حقيقي x من D_f ، $(3-x) \in D_f$ — 0.25 — 01

من أجل كل عدد حقيقي x من D_f، $f(3-x)+f(x)=0$ — 0.50

ب) (C_f) يقبل مركز تناظر إحداثياته: $A(\frac{3}{2};0)$ — 0.25

4) أثبت أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]0,45;0,46[$ — 0.50 — 01

استنتج أنّها تقبل حلا أخر β :لدينا $f(3-\alpha)+f(\alpha)=0$ و $f(\alpha)=0$

$\beta = 3-\alpha$ — 0.25

حصر β : $2,54 \leq \beta \leq 2,55$ — 0.25

5) (Δ)مقارب مائل لـ (C_f)، — 0.50 — 01

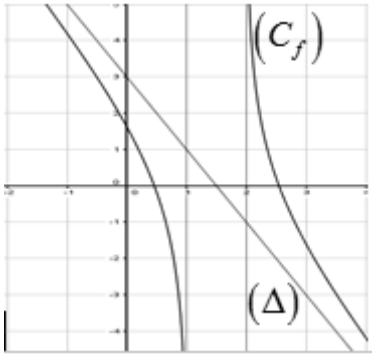
$\lim\limits_{x \to -\infty}[f(x)-(-2x+3)]=0$; $\lim\limits_{x \to +\infty}[f(x)-(-2x+3)]=0$

وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ).

لما $x<1$ يقع تحت (Δ).

لما $x>2$ يقع فوق (Δ) — 0.50

6) ارسم (Δ) و (C_f). — 0.25 — 0.75



— 0.50

© edarasa.com

عناصر الإجابة	العلامة	
	مجزأة	المجموع

7) اثبات أنّ الدالة: $h: x \mapsto (x-1)ln(x-1)-(x-2)ln(x-2)$ أصلية للدالة $x \mapsto ln\left(\frac{x-1}{x-2}\right)$ على $]2;+\infty[$. — 0.50

حساب بدلالة β المساحة : $S = \int_{\beta}^{3} 2\ln(\frac{x-1}{x-2})dx = 2h(3) - 2h(\beta)$ — 0.50

01

© eddirasa.com

عناصر الإجابة	العلامة	
	مجزأة	المجموع

الموضـــــــــــــــوع الثاني

التمرين الأوّل: (04 نقاط)

1) اثبات أن النقط A، B و C تعين مستو	0.75	0.75
2) أ) $\begin{cases}\overrightarrow{CD}.\overrightarrow{AB}=0\\ \overrightarrow{CD}.\overrightarrow{AC}=0\end{cases}$ يكفي اثبات $\begin{cases}(CD)\perp(AB)\\ (CD)\perp(AC)\end{cases}$	0.50	1.75
ب) معادلة المستوي (ABC): $2x+y-z-3=0$	0.75	
حساب المسافة $d\left(D;(ABC)\right)=2\sqrt{6}$	0.50	
3) أ) المثلث ABC قائم في النقطة A لأن $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=0$	0.50	1.50
ب) حجم رباعي الوجوه $ABCD$: $V_{ABCD}=14\,u.v$.	01	

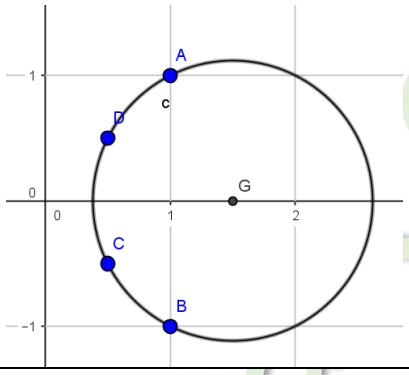
التمرين الثاني: (04 نقاط)

1) اثبات ان: من أجل كل عدد طبيعي k ، $4^{5k}\equiv 1[11]$.	01	01
2) الاستنتاج $4^{5k}\equiv 1[11]$; $4^{5k+1}\equiv 4[11]$; $4^{5k+2}\equiv 5[11]$ $4^{5k+3}\equiv 9[11]$; $4^{5k+4}\equiv 3[11]$	01	01
3) اثبات أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n ، $\left(2\times 2017^{5n+3}+3\times 1438^{10n}+1\right)\equiv 0[11]$	01	01
4) $\left(2\times 2017^{5n+2}+n-3\right)\equiv 0[11]$ معناه $n=11k+6\ /\ k\in\mathbb{N}$	01	01

التمرين الثالث: (05 نقاط)

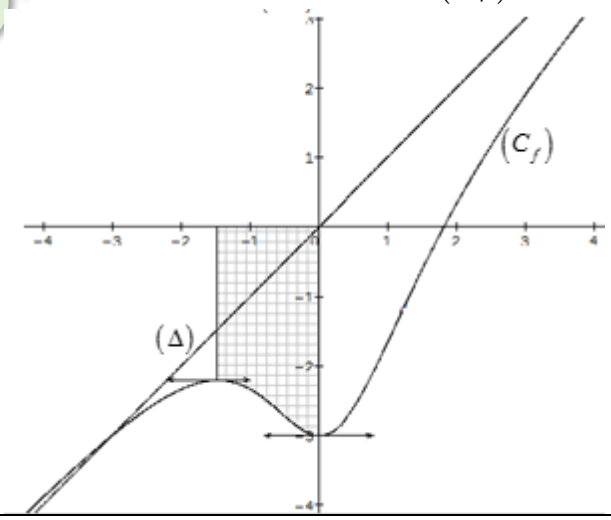
1) أ) اكتب $z_A=\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ و $z_C=\frac{\sqrt{2}}{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$	2×0.25	1.50
استنتاج الشكل الأسي $z_B=\overline{z}_A=\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$ و $z_D=\overline{z}_C=\frac{\sqrt{2}}{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$.	2×0.25	
ب) تعيين قيم العدد الطبيعي n التي تحقق: $(z_A)^n=(z_B)^n$. معناه $(z_A)^n=(z_B)^n$ $n=4k\ /\ k\in\mathbb{N}$	0.50	
2) أ) مركز التحاكي h هو O ونسبته 2	0.50	1.50
ب) $\left\lvert\frac{z_C-z_B}{z_D-z_A}\right\rvert=1$	0.25	
الرباعي $ADCB$ شبه منحرف متساوي الساقين لأن $\begin{cases}\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{DC}\\ BC=AD\end{cases}$	0.75	
3) $z_G=\frac{3}{2}$	0.50	0.50

© eddirasa.com

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
4) $A\in(\Gamma)$ لأن $2(z_B-z_A)-(z_C-z_A)-(z_D-z_A)=1-2i$	0.50	1.50
المجموعة (Γ) هي مجموعة نقط دائرة مركزها G ونصف قطرها $\frac{\sqrt{5}}{2}$	0.50	
انشاء (Γ) 	0.50	
التمرين الرابع: (07 نقاط)		
I) 1) دراسة اتجاه التغير: g تقبل الاشتقاق على $\mathbb{R}$ ولدينا $g'(x)=3x^2+6$ g متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ لأن $3x^2+6>0$	0.25 0.25	0.50
2) اثبات أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\alpha\in]-1,48;-1,47[$ إشارة $g(x)$ $\begin{array}{\|c\|ccc\|}\hline x & -\infty & \alpha & +\infty \\ \hline g(x) & - & 0 & + \\ \hline\end{array}$	0.50 0.50	01
II) 1) أ) $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$.	0.50	1.75
ب) تبيان أن: من أجل كل عدد حقيقي x، $f'(x)=\frac{x\,g(x)}{\left(x^2+2\right)^2}$	0.50	
اتجاه تغير الدالة: $\begin{array}{\|c\|ccccc\|}\hline x & -\infty & \alpha & & 0 & +\infty \\ \hline f'(x) & + & 0 & - & 0 & + \\ \hline\end{array}$	0.25	
الدالة f متناقصة تماما على $[\alpha;0]$ ومتزايدة تماما على المجالين $]-\infty;\alpha]$ و $[0;+\infty[$		

© edirass.com

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع

	0.50	x | $-\infty$ $\quad$ α $\quad$ 0 $\quad$ $+\infty$ $f'(x)$ | $+$ $\quad$ 0 $\quad$ $-$ $\quad$ 0 $\quad$ $+$ $f(x)$ | $-\infty$ ↗ $f(\alpha)$ ↘ -3 ↗ $+\infty$
01	0.50	**2)** أ) $\lim\limits_{\lvert x\rvert\to+\infty}\left[f(x)-x\right]=\lim\limits_{\lvert x\rvert\to+\infty}\dfrac{-2(x+3)}{x^2+2}=0$
	0.50	**ب)** الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة الى (Δ) x | $-\infty$ $\quad$ -3 $\quad$ $+\infty$ $f(x)-x$ | $+$ $\quad$ 0 $\quad$ $-$ $x\in]-\infty;-3[$ لما (Δ) فوق (C_f) $x\in]-3;+\infty[$ لما (Δ) تحت (C_f) $(C_f)\cap(\Delta)=\{I(-3;-3)\}$
01	0.50	**3)** بيان أنّ $f(\alpha)=\dfrac{3}{2}\alpha$
	0.50	استنتاج حصرا للعدد $f(\alpha)$. $-2,22<f(\alpha)<-2,21$
0.75	0.25	**4)** رسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f).
	0.50	
	0.25	**5)** اثبات أنّ: من أجل كل $x\in[\alpha;0]$ ، $-3\le f(x)\le f(\alpha)$ ثم بيان أنّ : $\dfrac{3}{2}\alpha^2\le S\le -3\alpha$. من جدول تغيرات الدالة f

© edirass.com

عناصر الإجابة	العلامة	
	مجزأة	المجموع
إذا كان $\alpha \le x \le 0$ فان $f(0) \le f(x) \le f(\alpha)$ $-\int_{\alpha}^{0} f(\alpha)dx \le -\int_{\alpha}^{0} f(x)dx \le -\int_{\alpha}^{0} (-3)dx$ معناه $\frac{3}{2}\alpha^2 \le S \le -3\alpha$	0.75	01

© eddirasa.com