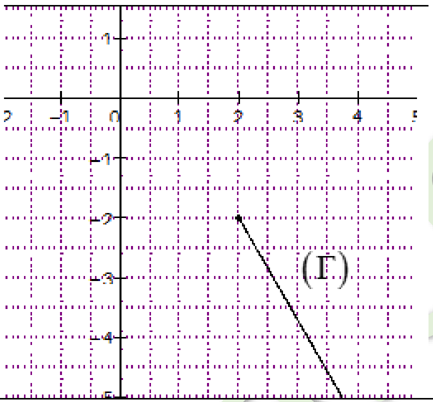
الإجابة النموذجية لموضوع اختبار مادة : الرياضيات /الشعبة : رياضيات/البكالوريا دورة: **2017**

<table>
<tr><th rowspan="2">عناصر الإجابة</th><th colspan="2">العلامة</th></tr>
<tr><th>مجزأة</th><th>المجموع</th></tr>
<tr><td colspan="3">الموضـــــــــــــوع الأول</td></tr>
<tr><td colspan="3">التمرين الأول: (04 نقاط)</td></tr>
<tr><td>1) بيان أنّ المستقيمين متقاطعان
$(\Delta'):\begin{cases} x=-t'+1 \\ y=2t'-3 \\ z=t'-4 \end{cases} \quad / t'\in\mathbb{R}$
$\begin{cases} t-2=-t'+1 \\ -t+2=2t'-3 \\ 2t-4=t'-4 \end{cases}$ معناه $\begin{cases} t=1 \\ t'=2 \end{cases}$ $\quad (\Delta)\cap(\Delta')=\{A(-1;1;-2)\}$</td><td>0.25
0.50
0.25</td><td>01</td></tr>
<tr><td>2) التمثيل الوسيطي للمستوي هو : $(P):\begin{cases} x=\alpha-\beta-1 \\ y=-\alpha+2\beta+1 \\ z=2\alpha+\beta-2 \end{cases} \quad \alpha;\beta\in\mathbb{R}$
استنتاج المعادلة الديكارتية $\quad (P):5x+3y-z=0$</td><td>0.50
0.75</td><td>1.25</td></tr>
<tr><td>3) بيان أنّ (S) سطح كرة مركزها منتصف القطعة $[AB]$ ونصف قطرها 2.
طريقة (1): $AM^2+BM^2=20$ تكافئ $IM^2=10-AI^2$ حيث I منتصف القطعة $[AB]$
تكافئ $IM=2$
طريقة (2): $AM^2+BM^2=20$ تكافئ $x^2+(y+1)^2+(z+3)^2=4$</td><td>01</td><td>01</td></tr>
<tr><td>4) الوضع النسبي للمستوي (P) وسطح الكرة (S) .
$d(I;(P))=0$ ومنه (P) يقطع (S) في دائرة مركزها I ونصف قطرها 2</td><td>0.50
0.25</td><td>0.75</td></tr>
<tr><td colspan="3">التمرين الثاني: (04 نقاط)</td></tr>
<tr><td>1) أ) $p\gcd(20;104)=4$
بما أن $p\gcd(20;104)$ قاسم للعدد 272 فان المعادلة (E) تقبل حلول</td><td>0.25
0.25</td><td rowspan="2">1.25</td></tr>
<tr><td>ب) بيان أنّه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ حلا للمعادلة (E) فإنّ $x\equiv 3[5]$
(E) تكافئ $26x-5y=68$
ومنه $26x\equiv 68[5]$ ومنه $x\equiv 3[5]$
مجموعة حلول المعادلة (E) هي : $S=\{(5k+3;26k+2) \quad / k\in\mathbb{Z}\}$</td><td>0.25
0.50</td></tr>
<tr><td>2) تعيين α و β
$\overline{1\alpha\beta01}=\overline{1\alpha\alpha\beta01}$ تكافئ $\begin{cases} 104\alpha-20\beta=272 \\ 0\le\alpha\le 3;0\le\beta\le 3 \end{cases}$</td><td>0.50
0.25</td><td>1.50</td></tr>
</table>

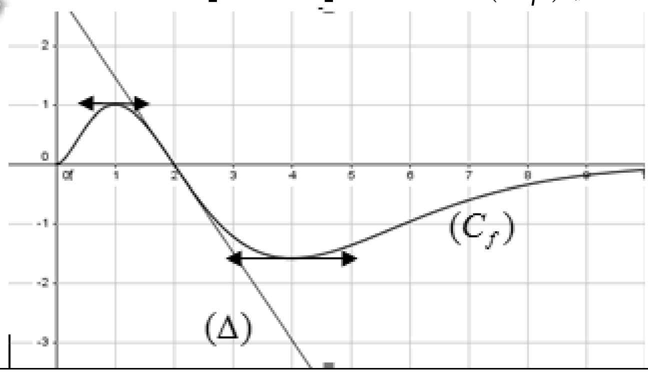
عناصر الإجابة	العلامة: مجزأة	العلامة: المجموع
معناه $\begin{cases}\alpha=5k+3\\ \beta=26k+2\\ 0\le\alpha\le3;0\le\beta\le3\end{cases} \quad / k\in\mathbb{N}$ معناه $\begin{cases}\alpha=3\\ \beta=2\end{cases}$ كتابة λ في النظام العشري: $\lambda=2017$	0.50 0.25	
3) التحقق أنّ كلا من 2017 و 1009 عدد أوّلي تعيّين الثنائيات $(a\,;b)$ من الأعداد الطبيعية التي تحقق: $2m-d=2017$ $2m-d=2017$ تكافئ $\begin{cases}a'b'=\dfrac{2017}{d}+1\\ a=a'd;b=b'd\\ p\gcd(a',b')=1\end{cases}$ ومنه : $(a\,;b)\in\{(1;1009),(1009;1)\}$	2×0.25 0.25 2×0.25	1.25
التمرين الثالث: (05 نقاط)		
1) حل المعادلة : $\Delta=-24=(2i\sqrt{6})^2$ $S=\{2-2i;\sqrt{2}+i\sqrt{6};\sqrt{2}-i\sqrt{6}\}$	0.25 3×0.25	01
2) أ) $z_A=2\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{3}}$ ، $z_B=2\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{3}}$ و $z_C=2\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$ بما أن $OA=OB=OC=2\sqrt{2}$ فإن النقط A ، B و C تنتمي إلى الدائرة (Ω) التي مركزها O و نصف قطرها $2\sqrt{2}$.	3×0.25 0.25 0.25	3.25
ب) $\left(\dfrac{z_A}{z_C}\right)^n=e^{i\frac{7\pi}{12}n}$ تخيلي صرف معناه $\dfrac{7\pi n}{12}=\dfrac{\pi}{2}+k\pi$ معناه $n=12h+6 \quad / h\in\mathbb{N}$	0.25 0.50	
جـ) التحقق أن C نقطة من (Γ) من اجل $z\neq z_C$: $z=z_C-k\left(\dfrac{z_A}{z_B}\right)$ تكافئ $\arg(z-z_C)=\pi+\arg\left(\dfrac{z_A}{z_B}\right)$ تكافئ $(\vec{u};\overrightarrow{CM})=-\dfrac{\pi}{3}+2k\pi$	0.25 0.50 0.25	

<table>
<tr><th rowspan="2">عناصر الإجابة</th><th colspan="2">العلامة</th></tr>
<tr><th>مجزأة</th><th>المجموع</th></tr>
<tr><td>و منه (Γ)مجموعة نقط نصف المستقيم الذي حده C و يصنع مع حامل محور الفواصل زاوية $-\frac{\pi}{3}$.
انشاء (Γ).
</td><td>0.25</td><td></td></tr>
<tr><td>3) تعيّين طبيعة التحويل $h \circ r$ هو تشابه مباشر مركزه O و نسبته 2 زاويته $\frac{-\pi}{3}$
صورة الدائرة (Ω) بالتحويل $h \circ r$ هي الدائرة (Ω') التي مركزها O و نصف قطرها $4\sqrt{2}$.</td><td>0.50
0.25</td><td>0.75</td></tr>
<tr><td colspan="3">**التمرين الرابع: (07 نقاط)**</td></tr>
<tr><td>1) أ) $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$
$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$
$y=0$ معادلة المقارب للمنحني (C_f).</td><td>0.25
0.25
0.25</td><td rowspan="2">2.25</td></tr>
<tr><td>ب) بيان أنّ : من أجل كل عدد حقيقي x، $f'(x) = x(x^2 - 5x + 4)e^{-x+1}$
إشارة $f'(x)$

<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td></td><td>1</td><td></td><td>4</td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>$f'(x)$</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td></tr>
</table>

اتجاه تغيّر الدالة f
f متزايدة تماما على $[0;1]$ و $[4;+\infty[$
f متناقصة تماما على $[1;4]$ و $]-\infty;0]$
جدول التغيّرات

<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>0</td><td></td><td>1</td><td></td><td>4</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>$f'(x)$</td><td></td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td></td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td>$+\infty$</td><td>↘</td><td>0</td><td>↗</td><td>1</td><td>↘</td><td>$-32e^{(-3)}$</td><td>↗</td><td>0</td></tr>
</table>
</td><td>0.50
0.25
0.25
0.50</td></tr>
<tr><td>2) معادلة المماس (T)
$y = -4e^{-1}(x-2)$</td><td>0.50</td><td>0.50</td></tr>
</table>

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
3) دراسة اتجاه تغير الدالة h		
$h'(x)=x(2\text{-}x)e^{-x+2}$	0.25	
h متزايدة تماما على $[0;2]$		
h متناقصة تماما $[2;+\infty[$	0.25	
استنتاج إشارة $h(x)$:		1.50
$\begin{array}{c\|ccc} x & 0 & 2 & +\infty \\ \hline h'(x) & + & 0 & - \\ \hline h(x) & \nearrow & 0 & \searrow \end{array}$		
من أجل كل $x\in[0;+\infty[$ فإن $h(x)\leq 0$	0.25	
تحديد وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (T)		
إشارة $f(x)-\left(-4e^{-1}(x-2)\right)=(2-x)\times e^{-1}\times h(x)$ من إشارة $(2-x)h(x)$	0.25	
$\begin{array}{c\|ccccc} x & 0 & & 2 & & +\infty \\ \hline (2-x)h(x) & 0 & - & 0 & + & \end{array}$		
(C_f) فوق (T) على المجال $]2;+\infty[$	0.25	
(C_f) تحت (T) على المجال $]0;2[$	0.25	
4) ارسم المماس (T)	0.25	
والمنحني (C_f) على المجال $[0\,;+\infty[$.		01
	0.75	
5) المناقشة بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة (E).		
اذا كان $m=-4e^{-1}$ او $m>0$ فان المعادلة لها حلا وحيد		
إذا كان $-4e^{-1}<m<0$ فان للمعادلة ثلاثة حلول	0.75	0.75
إذا كان $m=0$ فان للمعادلة حلين		
6) جدول تغيّرات الدالة g .		
الدالة g هي مركب الدالة مقلوب و الدالة f بهذا الترتيب	0.25	

عناصر الإجابة	العلامة	
	مجزأة	المجموع

(يمكن استعمال مشتقة مركب دالتين $\left(g'(x) = \frac{-4x^2+5x-1}{x^3} e^{1-\frac{1}{x}} \right.$

النهايات : $\lim\limits_{x \underset{>}{\longrightarrow} 0} g(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$ **0.25**

$\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = \lim\limits_{x \underset{>}{\longrightarrow} 0} f(x) = 0$

إشارة $g'(x)$ **0.25**

x	0 $\quad \frac{1}{4} \quad$ 1 $+\infty$
$g'(x)$	$-$ 0 $+$ 0 $-$

جدول تغيرات g **0.25**

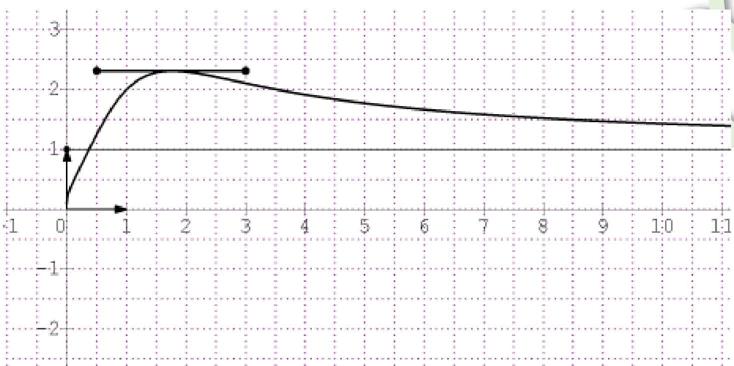
x	0		$\frac{1}{4}$		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$	0	$\searrow$	$(-32)e(-3)$	$\nearrow$	1	$\searrow$	0

المجموع: **01**

عناصر الإجابة	مجزأة	المجموع
الموضــــــــــوع الثاني		
التمرين الأول: (04 نقاط)		
1) برهان بالتراجع أن: من أجل كل عدد طبيعي n ، $3u_n = 7^{n+1} - 4$.	0.75	0.75
أ) حساب بدلالة n المجموع : $S_n = \frac{7^{n+1}-1}{6}$ ايجاد علاقة بين S_n و S'_n : $3S'_n = 7S_n - 4(n+1)$	0.25 0.50	1.25
ب) استنتاج أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n ، $18 \times S'_n = 7^{n+2} - 24n - 31$.	0.50	
2) أ) دراسة حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة العدد 7^n على 5. $7^{4k} \equiv 1[5]$; $7^{4k+1} \equiv 2[5]$; $7^{4k+2} \equiv 4[5]$; $7^{4k+3} \equiv 3[5]$ $/ k \in \mathbb{N}$	4×0.25	01
ب) تعيين قيم n $S'_n \equiv 0[5]$ معناه $n \in \{20h+12 \ ;20h+13 \ ;20h+10 \ ;20h+19 \ / h \in \mathbb{N}\}$	4×0.25	01
التمرين الثاني: (04 نقاط)		
1) تعيين معادلة ديكارتية للمستوي (P): $y - z + 2 = 0$	0.75	0.75
2) أ) $x^2 + y^2 + z^2 - 2x\cos\alpha - 2y\sin\alpha - z - \frac{3}{4} = 0$ تكافئ $(x-\cos\alpha)^2 + (y-\sin\alpha)^2 + (z-\frac{1}{2})^2 = 2$ (E_α) هي سطح كرة مركزها $\omega_\alpha(\cos\alpha\,;\sin\alpha\,;\frac{1}{2})$ ونصف قطرها $\sqrt{2}$	0.50 0.50	2.25
ب) الوضع النسبي للمستوي (P) و سطح الكرة (E_α) . $d((p);\omega_\alpha) = \frac{\frac{3}{2}+\sin\alpha}{\sqrt{2}}$ اذا كان $\alpha \in \left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{6}\right[$ فإن (P) يقطع (E_α) في دائرة اذا كان $\alpha = \frac{\pi}{6}$ فإن (P) يمس (E_α) اذا كان $\alpha \in \left]\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{2}\right]$ فإن $(P)\cap(E_\alpha) = \{\ \}$	0.50 0.25 0.25 0.25	
3) التمثيل الوسيطي للمستقيم (D) $/ t \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} x = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ y = t + \frac{1}{2} \\ z = -t + \frac{1}{2} \end{cases}$	0.50	01

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
استنتاج إحداثيات $I(\frac{\sqrt{3}}{2};-\frac{1}{2};\frac{3}{2})$	0.50	
التمرين الثالث: (05 نقاط)		
I) $\left(\frac{5}{2}+i\right)^2=\frac{21}{4}+5i$ الجذرين التربيعيين للعدد المركب : $\frac{21}{4}+5i$ هما $\frac{5}{2}+i\,;-\frac{5}{2}-i$	0.25 2×0.25	0.75
1) $z_A=\frac{5}{2}+i$ $z_C=-\frac{5}{2}+i$	0.50 0.25	0.75
2) $\frac{z_C-z_B}{z_A-z_B}=e^{i\frac{\pi}{2}}$ المثلث ABC قائم في B ومتقايس الساقين	0.50 0.50	01
3) أ) العبارة المركبة للتشابه المباشر: $z'=\frac{1}{2}(1+i)z-\frac{3}{4}-\frac{3}{4}i$ نسبة التشابه S هي $\frac{\sqrt{2}}{2}$ وزاويته $\frac{\pi}{4}$	0.75 0.50	2.50
ب) $T_n=S\circ S\circ S\circ\dots\circ S=S\left(B;\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n;\frac{n\pi}{4}\right)$ T_n تحاك معناه $/k\in\mathbb{N}$ $n=4k$ العناصره المميزة. مركز التحاكي هو B ونسبته معرفة كما يلي : اذا كان k زوجيا فان نسبته هي $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n$ ، اذا كان k فرديا فان نسبته هي $-\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n$	0.25 0.50 2×0.25	
التمرين الرابع: (07 نقاط)		
I) 1) دراسة اتجاه تغيّر الدالة g . $g'(x)=-\frac{x+1}{x^2}$ g متناقصة تماما على $]0;+\infty[$	0.25 0.25	0.50
2) بيان أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $]1,76\,;1,77[$	0.50	

<table>
<tr><th colspan="2">العلامة</th><th rowspan="2">عناصر الإجابة</th></tr>
<tr><th>المجموع</th><th>مجزأة</th></tr>
<tr><td>01</td><td>0.50</td><td>استنتج إشارة $g(x)$
<table>
<tr><td>x</td><td>$0 \qquad \alpha \qquad +\infty$</td></tr>
<tr><td>$g(x)$</td><td>$+ \quad 0 \quad -$</td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>0.75</td><td>0.25
0.25
0.25</td><td>II) 1) اثبات أن الدالة f مستمرة عند العدد 0 على اليمين
$\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} \frac{f(x)}{x} = +\infty$
التفسير البياني (C_f) يقبل نصف مماس يوازي حامل محور التراتيب</td></tr>
<tr><td>0.50</td><td>0.50</td><td>2) اثبات أن: من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ، $f'(x)=\frac{g(x)}{(x-\ln x)^2}$.</td></tr>
<tr><td>01</td><td>0.25
0.25
0.50</td><td>3) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)=1$
التفسير البياني: (C_f) يقبل مستقيما مقاربا معادلته $y=1$
جدول تغيرات الدالة f .
<table>
<tr><td>x</td><td>$0 \qquad \alpha \qquad +\infty$</td></tr>
<tr><td>$f'(x)$</td><td>$+ \quad 0 \quad -$</td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td>$0 \nearrow f(\alpha) \searrow 1$</td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>2.25</td><td>0.25
0.25
0.25
0.50</td><td>4) أ) $h'(x)=\frac{x-1}{x}$
من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما ، لدينا $h(x)\geq h(1)$ ومنه $h(x)>0$
الوضع النسبي: $f(x)-1=\frac{1+\ln x}{x-\ln x}$
<table>
<tr><td>x</td><td>$0 \qquad \frac{1}{e} \qquad +\infty$</td></tr>
<tr><td>$f(x)-1$</td><td>$- \quad 0 \quad +$</td></tr>
</table>
(C_f) تحت (Δ) من اجل $x\in\left]0;\frac{1}{e}\right[$ ،
(C_f) فوق (Δ) من اجل $x\in\left]\frac{1}{e};+\infty\right[$ ، $(C_f)\cap(\Delta)=\left\{A(\frac{1}{e};1)\right\}$</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
ب) الرسم 	01	
5) اثبات أن: من أجل كل عدد حقيقي x حيث $x \geq 1$ ، $\frac{1}{x}+1 \leq f(x) \leq f(\alpha)$. من جدول تغيرات الدالة f نجد $f(x) \leq f(\alpha)$..........(1) ، إشارة: $f(x)-(\frac{1}{x}+1)=\frac{(x+1)\ln x}{x-\ln x}$ من اجل $x \geq 1$ ، $f(x)-(\frac{1}{x}+1) \geq 0$.........(2) من (1) و (2) نجد : $\frac{1}{x}+1 \leq f(x) \leq f(\alpha)$	0.25 0.25	01
- بما ان $F(e)=\int_1^e f(t)\,dt$ فان $F(e)$ هو مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x=1$; $x=e$ - حصر $F(e)$ هو : $e \leq F(e) \leq f(\alpha)(e-1)$	0.25 0.25	