الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة: 2017

الشعبة: تقني رياضي

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 04 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأوّل: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$. نعتبر النقط $A(2;2;0)$ ، $B(0;-2;2)$ و $C(1;1;3)$.

1) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P) الذي يشمل النقطة A ويعامد المستقيم (BC).

2) نعتبر (P') المستوي المحوري للقطعة $[AB]$ ، تحقق أن معادلة (P') هي : $x+2y-z=0$.

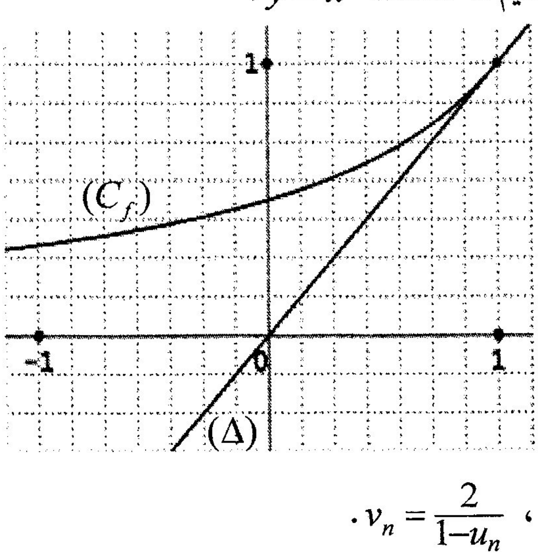
3) بيّن أنّ المستويين (P) و (P') يتقاطعان وفق مستقيم (Δ) ، يطلب إيجاد تمثيل وسيطي له .

4) بيّن أنّ النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(A;1),(B;1),(C;-12)\}$ هي نقطة تقاطع (Δ) و (ABC) ،

ثمّ عيّن (E) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق: $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-12\overrightarrow{MC}\right\|=10\left\|\overrightarrow{OA}\right\|$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على المجال $]-\infty;1[$ بـ : $f(x)=\dfrac{1}{2-x}$. (C)تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ ، وليكن (Δ) المستقيم ذا المعادلة $y=x$.



(u_n) المتتالية العددية المعرّفة بحدها الأول u_0 حيث $u_0=-1$

ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=f(u_n)$.

1) أعد رسم الشكل المقابل ثم مثّل على حامل محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 مُبرزاً خطوط التمثيل ، ثم ضع تخميناً حول اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) وتقاربها.

2) برهن بالتراجع أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n<1$.

3) ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) ثم استنتج انّها متقاربة.

4) نعتبر المتتالية (v_n) المعرّفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n=\dfrac{2}{1-u_n}$.

أ) برهن أنّ المتتالية (v_n) حسابية أساسها 2 ثم عين عبارة حدها العام v_n بدلالة n .

ب) استنتج عبارة الحد العام u_n بدلالة n واحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

التمرين الثالث :(05 نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$.

نعتبر النقط A ، B و C التي لواحقها : $z_A=-1$ ، $z_B=2+i$ و $z_C=-i$.

1) اكتب العدد المركب $\dfrac{z_A-z_C}{z_B-z_C}$ على الشكل الأسي ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

2) عيّن العبارة المركبة للتشابه المباشر S الذي مركزه C ويحول B الى A .

3) نعتبر النقطة D نظيرة B بالنسبة الى C والنقطة E صورة D بالتشابه S.

أ) عيّن z_D لاحقة D ثم تحقق أن: $z_E=1-2\text{i}$ حيث z_E لاحقة E .

ب) حدّد طبيعة الرباعي $ADEB$.

4) (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z . (M تختلف عن A و B)

حيث $k\in\mathbb{Z}$; $\arg(z-z_A)-\arg(z-z_B)=\dfrac{\pi}{2}+2k\pi$.

تحقق أنّ النقطة C تنتمي الى (Γ)، ثم حدّد طبيعة المجموعة (Γ) وأنشئها.

التمرين الرابع :(07 نقاط)

لتكن الدالة العددية f المعرّفة على D_f حيث $D_f=]-\infty;1[\cup]2;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=-2x+3+2\ln\left(\dfrac{x-1}{x-2}\right)$

وليكن $\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(\text{O};\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) أ) احسب النهايتين : $\lim\limits_{x\overset{<}{\longrightarrow}1}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\overset{>}{\longrightarrow}2}f(x)$ ، ثم فسّر النتيجتين بيانيا.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

2) بيّن أنّه من أجل كل x من D_f، $f'(x)=-2-\dfrac{2}{(x-1)(x-2)}$ ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .

3) أ) تحقق أنّ: من أجل كل عدد حقيقي x من D_f ، $(3-x)\in D_f$ و $f(3-x)+f(x)=0$.

ب) استنتج أنّ $\left(C_f\right)$ يقبل مركز تناظر يُطلب تعيين إحداثييه.

4) أثبت أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]0,45;0,46[$ ثم استنتج أنّها تقبل حلا أخر β يطلب تعيين حصر له.

5) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y=-2x+3$ مقارب مائل لـ$\left(C_f\right)$، ثم ادرس وضعية $\left(C_f\right)$ بالنسبة لـ (Δ).

6) ارسم (Δ) و $\left(C_f\right)$.

7) بيّن أنّ الدالة: $h:\ x\mapsto(x-1)ln(x-1)-(x-2)ln(x-2)$ أصلية للدالة $x\mapsto ln\left(\dfrac{x-1}{x-2}\right)$ على $]2;+\infty[$.

ثم احسب بدلالة β مساحة الحيّز المستوي المُحدد بالمنحنى $\left(C_f\right)$ والمستقيمات التي معادلاتها:

$y=-2x+3$ ، $x=\beta$ و $x=3$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأوّل: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$

نعتبر النقط $A(1;1;0)$ ، $B(-1;2;-3)$ ، $C(0;5;2)$ ، $D(4;7;0)$.

1) بيّن أن النقط A ، B و C تعين مستو.

2) أ) أثبت أنّ المستقيم (CD) عمودي على كل من المستقيمين (AB) و (AC).

ب) جد معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)، ثم احسب المسافة بين النقطة D والمستوي (ABC).

3) أ) حدّد طبيعة المثلث ABC.

ب) احسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

1) بيّن أنّ: من أجل كل عدد طبيعي k ، $4^{5k} \equiv 1[11]$.

2) استنتج تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 4^n على 11.

3) بيّن أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n ، العدد $\left(2\times 2017^{5n+3}+3\times 1438^{10n}+1\right)$ يقبل القسمة على 11 .

4) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها العدد $\left(2\times 2017^{5n+2}+n-3\right)$ قابلا للقسمة على 11 .

التمرين الثالث: (05 نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$.

نعتبر النقط A ، B ، C و D التي لواحقها : $z_A=1+i$ ، $z_B=\overline{z}_A$ ، $z_C=\frac{1}{2}(1-i)$ و $z_D=\overline{z}_C$.

1) أ) اكتب z_A و z_C على الشكل الأسي ثم استنتج الشكل الأسي للعددين z_B و z_D.

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي تحقق: $(z_A)^n=(z_B)^n$.

2) أ) اوجد نسبة ومركز التحاكي h الذي يحول D إلى A ويحول C إلى B.

ب) احسب طويلة العدد المركب $\dfrac{z_C-z_B}{z_D-z_A}$ ثمّ استنتج طبيعة الرباعي $ADCB$.

3) جد z_G لاحقة النقطة G مرجح الجملة $\{(A;2),(B;2),(C;-1),(D;-1)\}$.

4) لتكن (Γ) مجموعة النقط M من المستوي بحيث: $\left\|2\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MD}\right\|=\sqrt{5}$.

بيّن أنّ A نقطة من (Γ)، ثم حدد طبيعة المجموعة (Γ) وعناصرها المميزة وأنشئها.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=x^3+6x+12$.

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g .

2) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\alpha\in\left]-1{,}48\,;-1{,}47\right[$ ثم استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{x^3-6}{x^2+2}$

وليكن $\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

ب) بيّن أنّ من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=\dfrac{x\,g(x)}{\left(x^2+2\right)^2}$ ،

ثم ادرس اتجاه تغير الدالة f وشكّل جدول تغيراتها.

2) أ) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحنى $\left(C_f\right)$.

ب) ادرس وضعية المنحنى $\left(C_f\right)$ بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

3) بيّن أنّ $f(\alpha)=\dfrac{3}{2}\alpha$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

4) ارسم المستقيم (Δ) والمنحنى $\left(C_f\right)$.

5) نرمز بـ S الى مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني $\left(C_f\right)$ والمستقيمات التي معادلاتها $x=\alpha$ ، $x=0$ و $y=0$.

أثبت أنّ: من أجل كل $x\in[\alpha;0]$ ، $-3\le f(x)\le f(\alpha)$ ثم بيّن أنّ : $\dfrac{3}{2}\alpha^2\le S\le-3\alpha$.

انتهى الموضوع الثاني