عناصر الإجابة (الموضوع الأوّل)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأوّل: (04 نقاط)		
1) $\overrightarrow{n_{(P)}}(2;1;-1)$ شعاع ناظمي لـ (P)، $\overrightarrow{n_{(P')}}(1;-2;1)$ شعاع ناظمي للمستوي (P'). $\overrightarrow{n_{(P)}}$ و $\overrightarrow{n_{(P')}}$ غير مرتبطين خطيا ومنه (P) و (P') يتقاطعان وفق مستقيم.	0,75	04
2) $d(M,(P))=d(M,(P'))$ معناه $\frac{\lvert x-2y+z-2\rvert}{\sqrt{1+4+1}}=\frac{\lvert 2x+y-z+1\rvert}{\sqrt{4+1+1}}$ أي $\lvert 2x+y-z+1\rvert=\lvert x-2y+z-2\rvert$ أي $x+3y-2z+3=0$ أو $3x-y-1=0$. ومنه مجموعة النقط (Γ) هي إتحاد مستويين معادلتيهما: $x+3y-2z+3=0$ و $3x-y-1=0$.	0,50	
3) $A(1;2;0)$، $3x_A-y_A-1=0$ أو $d(A,(P))=d(A,(P'))=\frac{5}{\sqrt{6}}$ ومنه $A\in(\Gamma)$.	0,25	
4) أ . $(AH):\begin{cases}x=2t+1\\y=t+2\\z=-t\end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$ ؛ $(AH'):\begin{cases}x=t'+1\\y=-2t'+2\\z=t'\end{cases}\ (t'\in\mathbb{R})$. (تقبل أيّ تمثيلات وسيطية صحيحة) .	0,50	
ب . نعوّض في معادلة (P): نجد $t=-\frac{5}{6}$ و منه $H\left(-\frac{2}{3};\frac{7}{6};\frac{5}{6}\right)$. نعوّض في معادلة (P'): نجد $t'=\frac{5}{6}$ و منه $H'\left(\frac{11}{6};\frac{1}{3};\frac{5}{6}\right)$.	01	
5) $I\left(\frac{7}{12};\frac{3}{4};\frac{5}{6}\right)$.	0,25	
المثلث AHH' متساوي الساقين $AH=AH'$ ومنه $S_{AHH'}=\frac{1}{2}(HH'\times AI)(u.a)$ $\overrightarrow{HH'}\left(\frac{15}{6};-\frac{5}{6};0\right)$ ؛ $HH'=\frac{5\sqrt{10}}{6}$ ؛ $\overrightarrow{AI}\left(-\frac{5}{12};-\frac{5}{4};\frac{5}{6}\right)$ و منه : $AI=\frac{5\sqrt{14}}{12}$، وبالتالي $S_{AHH'}=\frac{25}{72}\sqrt{35}(u.a)$.	0,75	
التمرين الثاني: (05 نقاط)		
I) 1) أ . $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.	0,25	02
ب . من أجل كل $x\in[0;+\infty[$، $f'(x)=\frac{1}{\sqrt{2x+8}}$ إذن f متزايدة تماما على $[0;+\infty[$. جدول التغيّرات.	0,25 0,25	
2) $\begin{cases}y=f(x)\\y=x\end{cases}$ أي $\begin{cases}\sqrt{2x+8}=x\\x\geq 0\end{cases}$ و منه $\begin{cases}x^2-2x-8=0\\x\geq 0\end{cases}$ ($x_1=-2$ مرفوض) ، $x_2=4$ إذن نقطة تقاطع (C_f) مع (Δ) هي: $A(4;4)$.	0,25	
3) رسم (C_f) و (Δ):	0,50	
II) 1) تمثيل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 على حامل محور الفواصل .	0,50	

عناصر الاجابة (الموضوع الأوّل)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
2) التخمين: نلاحظ $u_0<u_1<u_2<u_3$ إذن يبدو أنّ المتتالية (u_n) متزايدة تماما وأنها متقاربة وتتقارب نحو العدد 4.	0,25	
3) أ . لدينا $u_0=0$ ومنه $0\le u_0<4$ نفرض أنّ $0\le u_n<4$ و منه $f(0)\le f(u_n)<f(4)$ أي $0\le 2\sqrt{2}\le u_{n+1}<4$ أي $0\le u_{n+1}<4$ وهذا هو المطلوب.	0,75	
ب . من أجل كل n من $\mathbb{N}$ ، $u_{n+1}-u_n=\sqrt{2u_n+8}-u_n=\frac{(4-u_n)(u_n+2)}{\sqrt{2u_n+8}+u_n}$ بما أن $0\le u_n<4$ فإن $u_{n+1}-u_n>0$ وعليه فالمتتالية (u_n) متزايدة تماما.	0,50	
جـ . من أجل كل $n\in\mathbb{N}$ ، $4-u_{n+1}=4-\sqrt{2u_n+8}=\frac{2(4-u_n)}{4+\sqrt{2u_n+8}}$ $4+\sqrt{2u_n+8}\ge 4$ ومنه $\frac{1}{4+\sqrt{2u_n+8}}\le\frac{1}{4}$ إذن $4-u_{n+1}\le\frac{2(4-u_n)}{4}$ و بالتالي: من أجل كل $n\in\mathbb{N}$ ، $4-u_{n+1}\le\frac{1}{2}(4-u_n)$.	0,50	03
$4-u_1\le\frac{1}{2}(4-u_0)$ ؛ $4-u_2\le\frac{1}{2}(4-u_1)$ ؛ … ؛ $4-u_n\le\frac{1}{2}(4-u_{n-1})$ بالضرب طرف إلى طرف نجد: $(4-u_1)(4-u_2)...(4-u_n)\le\left(\frac{1}{2}\right)^n(4-u_0)(4-u_1)...(4-u_{n-1})$ إذن $4-u_n\le\frac{1}{2^n}(4-u_0)$ (تقبل أيّ طريقة أخرى) .	0,50	
د) $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{1}{2^n}(4-u_0)=0$ ومن أجل كل $n\in\mathbb{N}$ ، $0<4-u_n\le\frac{1}{2^n}(4-u_0)$ إذن $\lim\limits_{n\to+\infty}(4-u_n)=0$ أي $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=4$.	0,50	
التمرين الثالث: (04,5 نقطة)		
1) $z'=z$ معناه $z-2=z(z-1)$ مع $z\neq 1$ أي $z^2-2z+2=0$ مع $z\neq 1$ ؛ $\Delta=(2i)^2$ و $z_1=1-i$ ، $z_2=1+i$.	0,75	
2) أ . $\frac{z_2}{z_1}=\frac{1+i}{1-i}=\frac{\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}}=e^{i\frac{\pi}{2}}$	0,75	
ب - $\frac{z_2}{z_1}=e^{i\frac{\pi}{2}}$ ، R الدوران الذي مركزه O و $\frac{\pi}{2}$ زاوية له. (تُقبل أي طريقة أخرى).	0,50	02,75
3) $z'\neq 0$: $\arg(z')=\arg\left(\frac{z-z_C}{z-z_D}\right)=\frac{\pi}{2}+k\pi$ ؛ $(\overrightarrow{DM};\overrightarrow{CM})=\frac{\pi}{2}+k\pi$ ، $(k\in\mathbb{Z})$ أو $z'=0$ أي $z=2$ و $M=C$. إذن (Γ) مجموعة النقط M هي الدائرة التي قطرها $[CD]$ باستثناء النقطة D .(تُقبل أي طريقة أخرى).	0,50	
إنشاء المجموعة (Γ):	0,25	

عناصر الإجابة (الموضوع الأوّل)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
4) أ - $S=h\circ R$ ؛ h تحاك مركزه O نسبته 2 و R دوران مركزه O زاويته $\frac{\pi}{2}$ إذن S التشابه المباشر الذي مركزه O ، نسبته 2 و زاويته $\frac{\pi}{2}$.	0,50	01,75
ب - $z'=2e^{i\frac{\pi}{2}}z$ أي $z'=2iz$.	0,25	
جـ - $S(\Gamma)=(\Gamma')$ إذن (Γ') هي الدائرة التي قطرها $[C'D']$ باستثناء النقطة D' حيث $C'=S(C)$ و $D'=S(D)$ أي $z_{C'}=4i$ و $z_{D'}=2i$. (تُقبل أي طريقة أخرى).	0,75	
- إنشاء (Γ').	0,25	
التمرين الرابع: (06,5 نقطة)		06
I) 1) $g'(x)=\frac{2x^2-1}{x}$ ؛ إشارة $g'(x)$ على $]0;+\infty[$: $0\quad - \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \quad + \quad +\infty$	0,50	
الدالة g متناقصة تماما على $\left]0;\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$ ومتزايدة تماما على $\left[\frac{\sqrt{2}}{2};+\infty\right[$.	0,25	
2) $g\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\approx 1,85$ ؛ من أجل كل $x\in]0;+\infty[$ ، $g(x)>g\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ إذن $g(x)>0$.	0,5	
II) 1) $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)=-\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.	0,50	
2) أ . من أجل كل $x\in]0;+\infty[$ ، $f'(x)=\frac{1-\ln x}{x^2}+1=\frac{g(x)}{x^2}$.	0,25	
إشارة $f'(x)$ هي إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$: إذن من أجل كل x من $]0;+\infty[$ ، $f'(x)>0$.	0,25	
ب . جدول تغيّرات الدالة f .	0,25	
3) معادلة المماس لـ (C) عند النقطة التي فاصلتها 1 هي : $(T): y=2x-2$.	0,25	
4) أ . $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-(x-1)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0$ إذن المنحنى (C) يقبل مستقيما مقاربا (Δ) عند $+\infty$ معادلة له : $y=x-1$.	0,25	
ب . وضعية (C) بالنسبة إلى (Δ): إشارة $f(x)-(x-1)=\frac{\ln x}{x}$ و الوضعية	0,50	
5) رسم المستقيمين (T) ، (Δ) و المنحنى (C).	0,75	
6) أ . $y_A=mx_A-m$ أي $0=m\times 1-m$	0,25	
ب . المناقشة بيانيا: من أجل كل m من $\mathbb{R}$ ، المستقيم ذو المعادلة $y=mx-m$ يشمل النقطة $A(1;0)$. (Δ_m) معامل توجيهه m و (Δ) معامل توجيهه 1 و (T) معامل توجيهه 2 . – إذا كان $m\leq 1$ فإنّ المعادلة تقبل حلا وحيدا. – إذا كان $1<m<2$ أو $m>2$ فإنّ المعادلة تقبل حلين متمايزين (1 و آخر) – إذا كان $m=2$ فإنّ المعادلة تقبل حلا مضاعفا (هو 1).	0,50	
7) أ . الدالة: $x\mapsto\frac{1}{2}(\ln x)^2$ هي أصلية للدالة $x\mapsto\frac{\ln x}{x}$ على المجال $]0;+\infty[$.	0,25	
ب - $I_n=\left(\int_1^n\frac{\ln x}{x}dx\right)u.a=\left(\int_1^n\left(f(x)-(x-1)\right)dx\right)u.a$ أي: $I_n=\left(\frac{1}{2}(\ln n)^2\right)u.a$.	0,75	

<table>
<tr><th rowspan="2">عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)</th><th colspan="2">العلامة</th></tr>
<tr><th>مجزأة</th><th>مجموع</th></tr>
<tr><td>جـ - أصغر قيمة لـ n_0 بحيث إذا كان $n>n_0$ فإنّ $I_n>2$.
$I_n>2$ معناه $\left(\ln n\right)^2>4$ أي $n>e^2$ وعليه: أصغر قيمة لـ n_0 هي: $n_0=8$.</td><td>0,50</td><td>0,50</td></tr>
<tr><td>التمرين الأول: (04,5 نقطة)</td><td></td><td rowspan="8">04,5</td></tr>
<tr><td>1-أ) تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ') هو : $(\Delta'):\begin{cases}x=5-2t\\ y=-1+t;\ (t\in\mathbb{R})\\ z=-2+t\end{cases}$</td><td>0,50</td></tr>
<tr><td>ب) نبين أنّ $(\Delta)\perp(\Delta')$ ، $(\Delta)\cap(\Delta')=\{C\}$ حيث : $C(1;1;0)$.</td><td>01</td></tr>
<tr><td>2-أ) نبيّن أنّ : $\vec{n}\left(2;11;-7\right)$ ناظمي لـ (P) يكفي أن نبيّن أنّ $\vec{n}\perp\vec{u}$ و $\vec{n}\perp\vec{v}$
معادلة المستوي (P) هي : $2x+11y-7z-13=0$.</td><td>0,50
0,50</td></tr>
<tr><td>ب) نبيّن أن C هي المسقط العمودي لـ B على (P) :لدينا $C\in(P)$ و $\overrightarrow{BC}\left(2;11;-7\right)=\vec{n}$.
(تُقبل أيّ طريقة أخرى صحيحة).</td><td>0,50</td></tr>
<tr><td>3-أ) إثبات أنّ (P') هي مستو: المستوي (P') مزود بالمعلم $\left(B;\vec{w},\vec{v}\right)$ حيث $B(3;12;-7)$ و $\overrightarrow{W}(0;12;-6)$ والشعاعين $\vec{V}(-1;9;-11)$ و $\overrightarrow{W}$ و $\vec{V}$ غير مرتبطين خطيا ، معادلة المستوي (P') هي: $-13x+y+2z+41=0$.</td><td>0,50</td></tr>
<tr><td>ب) $(P')\cap(\Delta)=\{D\}$ و $(P')\cap(\Delta')=\{E\}$ حيث: $D(4;3;4)$ و $E(3;0;-1)$.</td><td>0,50</td></tr>
<tr><td>جـ) حجم رباعي الوجوه $BCDE$: $V_{BCDE}=\frac{1}{3}S_{CDE}\times CB=\frac{1}{6}\times CD\times CE\times CB$.
ومنه : $V_{BCDE}=29\,u.v$.</td><td>0,50</td></tr>
<tr><td>التمرين الثاني: (04 نقاط)</td><td></td><td rowspan="10">03,5</td></tr>
<tr><td>I) 1- أ) $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=5$.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>ب. $f'(x)=\frac{10}{(x+2)^2}$ و منه $f'(x)>0$ أي f متزايدة تماما على $[0;+\infty[$.
جدول تغيّرات الدالة f .</td><td>0,25
0,25</td></tr>
<tr><td>2) تبيان أنّ: من أجل كل x من $[0;+\infty[$، $f(x)\geq 0$.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>II) 1 - أ. البرهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $1\leq u_n\leq 3$.</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>ب. دراسة اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) . لدينا $u_{n+1}-u_n=\frac{-u_n(u_n-3)}{u_n+2}\geq 0$ ومنه المتتالية (u_n) متزايدة على $\mathbb{N}$. بما أنّ (u_n) متزايدة ومحدودة من الأعلى فهي متقاربة.</td><td>0,25
0,25</td></tr>
<tr><td>2- أ. البرهان أنّ (v_n) متتالية هندسية أساسها $q=\frac{2}{5}$ ، $v_0=-2$.</td><td>0,50</td></tr>
<tr><td>ب. من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n=-2\left(\frac{2}{5}\right)^n$ ، $u_n=\frac{3}{1+2\left(\frac{2}{5}\right)^n}$.</td><td>0,75</td></tr>
<tr><td>جـ. $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=3$.</td><td>0,25</td></tr>
</table>

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
3- حساب S_n : $S_n=\frac{1}{u_0}+\frac{1}{u_1}+\frac{1}{u_2}+....+\frac{1}{u_n}=\frac{1}{3}\left[(1+1+...+1)-(v_0+v_1+...+v_n)\right]$ ومنه $S_n=\frac{1}{3}\left[(n+1)-\left(v_0\frac{1-q^{n+1}}{1-q}\right)\right]$ أي أنّ : $S_n=\frac{1}{3}\left[(n+1)+\frac{10}{3}\left(1-\left(\frac{2}{5}\right)^{n+1}\right)\right]$.	0,50	0,50
التمرين الثالث: (04,5 نقطة)		04,5
1- حلول المعادلة في $\mathbb{C}$ هي: $z_1=-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$ ، $z_2=-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$ ، $z_3=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$.	0,75	
2- أ) كتابة z_A ، z_B و z_C على الشكل الأسي: $z_A=e^{i\frac{\pi}{6}}$ ، $z_A=e^{i\frac{5\pi}{6}}$ ، $z_A=e^{i\frac{7\pi}{6}}$.	0,75	
ب) تبيان أنّه، يوجد تشابه مباشر S :لدينا $z_A-z_B=i\sqrt{3}(z_C-z_B)$.	0,25	
جـ) نسبة التشابه المباشر S هي $\sqrt{3}$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$ صيغته المركبة هي: $z'-z_B=i\sqrt{3}(z-z_B)$	0,75	
3-أ) لاحقة D : لدينا: $z_D-z_C=z_A-z_B$ ومنه: $z_D=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$ الرباعي $ABCD$ مستطيل.	0,75	
ب) تعيّين المجموعة (E): لدينا $\lvert z-z_A\rvert=\lvert\bar{z}-z_B\rvert$ تكافئ $\lvert z-z_A\rvert=\lvert\overline{z-z_C}\rvert$ وتكافئ $\lvert z-z_A\rvert=\lvert z-z_C\rvert$ ومنه $AM=CM$ وعليه (E) هي المستقيم المحوري لـ $[AC]$	0,50	
جـ) المجوعة (Γ) هي دائرة مركزها B و نصف قطرها لدينا : $\sqrt{3}$ النقطة A تنتمي إلى (Γ) لأنّ $AB=\sqrt{3}$.	0,75	
التمرين الرابع : (07 نقاط)		04
I) 1- أ) احسب $\lim_{x\to-\infty}g(x)=+\infty$ و $\lim_{x\to+\infty}g(x)=1$.	0,50	
ب) من أجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا : $g'(x)=(-x^2+x+2)e^{-x}$ ومنه : $g'(x)\leq 0$ من أجل $x\in]-\infty;-1]\cup[2;+\infty[$ و $g'(x)\geq 0$ من أجل $x\in[-1;2]$ و هذا يعني أنّ الدالة g متناقصة تماما على كل من المجالين $]-\infty;-1]$ و $[2;+\infty[$ ومتزايدة تماما على $[-1;2]$. جدول التغيّرات للدالة g .	01	
2- أ) تبيّان أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلّين في $\mathbb{R}$ ، أحدهما معدوم والآخر α حيث : $-1,52<\alpha<-1,51$.(مبرهنة القيم المتوسطة) .	0,75	
ب) استنتاج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$: $g(x)\leq 0$ من أجل $x\in[\alpha;0]$. $g(x)\geq 0$ من أجل $x\in]-\infty;\alpha]\cup[0;+\infty[$.	0,25	
II -1- أ) $\lim_{x\to-\infty}f(x)=+\infty$ و $\lim_{x\to+\infty}f(x)=-\infty$.	0,50	
ب) بيّن أنه ، من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=-g(x)$.	0,25	
جـ) تشكّيل جدول تغيّرات الدالة f على $\mathbb{R}$.	0,25	
د) تعيّين : $\lim_{h\to 0}\frac{f(\alpha+h)-f(\alpha)}{h}=f'(\alpha)=0$ ، النتيجة :المنحنى (C_f) يقبل مماسا عند النقطة ذات الفاصلة α معامل توجيهه معدوم (يوازي حامل محور الفواصل) .	0,25 0,25	

<table>
<tr><th colspan="2">العلامة</th><th rowspan="2">عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)</th></tr>
<tr><th>مجموع</th><th>مجزأة</th></tr>
<tr><td rowspan="8">03</td><td>0,50</td><td>2- أ) تبيان أنّ (Δ) مستقيم مقار بمائل لـ (C_f):
$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)+x\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x^2+3x+2\right)e^{-x}=0$</td></tr>
<tr><td>0,25</td><td>ب) دراسة الوضعية النسبية: (C_f) يقطع (Δ) عند النقطتين $A(-1;1)$ و $B(-2;2)$
و (C_f) يقع فوق (Δ) من اجل $x\in]-\infty;-2]\cup[-1;+\infty[$ و (C_f) يقع تحت (Δ) من أجل $x\in[-2;-1]$.</td></tr>
<tr><td>0,50</td><td>جـ) تبيّان أنّ المنحنى (C_f) يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيين إحداثياتهما.
لدينا : $f''(x)=-g'(x)$ و منه $f''(x)=0$ من أجل $x=-1$ أو $x=2$ و بالتالي المنحنى (C_f) يقبل نقطتي انعطاف هما: $A(-1;1)$ و $C\left(2;-2+\frac{12}{e^2}\right)$.</td></tr>
<tr><td>0,50</td><td>د) رسم (Δ) و (C_f) على المجال $[-2;+\infty[$.</td></tr>
<tr><td>0,50</td><td>هـ) المناقشة البيانية :لدينا $(m-x)e^x+\left(x^2+3x+2\right)=0$ تكافئ $f(x)=-m$.</td></tr>
<tr><td>0,25</td><td>III) 1- من أجل كل x من $\mathbb{R}$:لدينا $H'(x)=h(x)$ ومنه $H(x)=\left(-x^2-5x-7\right)e^{-x}$.</td></tr>
<tr><td>0,25
+
0,25</td><td>2- حساب: $A(\lambda)=\int_0^{\lambda}h(x)dx=\left[H(x)\right]_0^{\lambda}=\left(-\lambda^2-5\lambda-7\right)e^{-\lambda}+7$.
النتيجة $A(\lambda)$ هي مساحة الحيّز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات: (C_f) ، $x=\lambda$ و $x=0$.
$\lim\limits_{\lambda\to+\infty}A(\lambda)=7$.</td></tr>
</table>