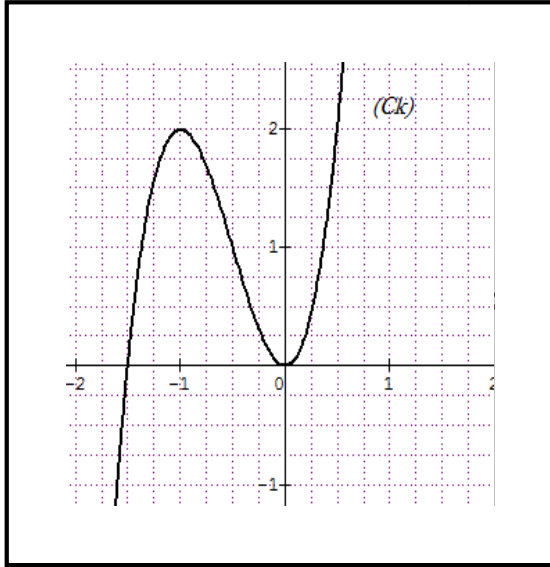


## اختبار لفصل الأول في مادة الرياضيات

## التمرين الأول (06 نقاط):



✓ دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  بتمثيلها البياني المقابل :

بقراءة بيانية اجب على مايلي:

1 شكل جدول تغيرات الدالة  $k$

2 حدد إشارة  $k(x)$  على مجال تعريفها

✓ نعتبر الدالة  $h$  المعرفة على  $]-\frac{3}{2}, 0[ \cup ]0, +\infty[$  :-

$$h(x) = \ln[k(x)]$$

1 احسب نهايات الدالة  $h$  عند أطراف مجال تعريفها

2 ادرس اتجاه تغير الدالة  $h$  واستنتج جدول تغيراتها

✓ لتكن الدالة  $F$  المعرفة على  $]-\frac{1}{2}, 2[ \cup ]2, +\infty[$  :-

1 اشرح كيفية إنشاء  $(C_F)$  المنحنى البياني لـ  $F(x)$  انطلاقا من  $(C_h)$  التمثيل البياني للدالة  $h$

2 ارسم  $(C_h)$  و  $(C_F)$  في نفس المعلم

## التمرين الثاني (14 نقطة):

I دالة معرفة على  $R$  بالعلاقة التالية :  $g(x) = (a - 2x)e^{x+1} + b$  حيث:  $(a, b) \in R^2$

$(C_g)$  منحناها البياني في معلم متعامد ومتجانس  $(o, \vec{i}, \vec{j})$

(1) عين العددين الحقيقيين  $a$  و  $b$  حتى يتحقق الشرطان معا :

✓  $g$  هي حل للمعادلة التفاضلية :  $(E): y' - y = -2e^{x+1} - 2$

✓ المنحنى  $(C_g)$  يقبل مماس معامل توجيهه 1 عند النقطة التي فاصلتها  $(x = -1)$

(2) إذا اعتبرنا أن:  $a = 1$  و  $b = 2$

أ اكتب عبارة  $g(x)$  ثم ادرس تغيراتها

ب بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث:  $\alpha \in ]0.68, 0.69[$  ثم استنتج إشارة  $g(x)$

II نعتبر الدالة  $f$  دالة معرفة على  $R$  بالعلاقة التالية :  $f(x) = 1 + \frac{4x+2}{1+e^{x+1}}$

نسمي  $(C_f)$  منحناها البياني في المعلم  $(o, \vec{i}, \vec{j})$

(1) أ احسب  $f'(x)$  الدالة المشتقة للدالة  $f$  ثم بين انه من اجل كل عدد حقيقي  $x$  :

$$f'(x) = \frac{2g(x)}{(1+e^{x+1})^2}$$

ب استنتج إشارة الدالة  $f'$  على  $R$

(2) بين أن :  $f(\alpha) = 4\alpha - 1$  ثم أعط حصراً للعدد  $f(\alpha)$

(3) أ/ تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $f(x) - (4x - 3) = \frac{(-2-4x)e^{x+1}}{1+e^{x+1}}$

ب/ احسب :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (4x - 3)]$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - 1]$  وماذا تستنتج؟

(4) ادرس وضعية المنحنى  $(C_f)$  و المستقيم  $(\Delta)$  الذي  $y = 4x - 3$  معادلة له

(5) شكل جدول تغيرات الدالة  $f$  ثم ارسم  $(C_f)$  و  $(\Delta)$  والمستقيم الذي معادلته  $y = 1$

(III) لتكن الدالة  $h$  دالة معرفة على  $R$  بالعلاقة التالية :  $h(x) = 1 + \frac{4|x|+2}{1+e^{|x|+1}}$

(1) بين أن الدالة  $h$  دالة زوجية

(2) اكتب  $h(x)$  دون رمز القيمة المطلقة ثم ارسم  $(C_h)$  التمثيل البياني للدالة  $h$  في نفس المعلم السابق

(3) ناقش بيانياً حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد وإشارة حلول المعادلة:

$$4|x| + 2 = (-1 - m)(1 + e^{|x|+1})$$

**مهندما تستبدل نظرتك السلبية بأخرى ايجابية**

**ستبدأ في الحصول على نتائج ايجابية**

الإجابة النموذجية لاختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

التمرين الاول:

1 جدول تغيرات الدالة k

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$+\infty$
$k'(x)$	$+$	$0$	$-$	$+$
$k(x)$	$-\infty$	$2$	$0$	$+\infty$

2 إشارة k(x) على مجال تعريفها:

$x$	$-\infty$	$-3/2$	$0$	$+\infty$
$k(x)$	$-$	$0$	$+$	$+$

✓ نعتبر الدالة h المعرفة على  $]-\frac{3}{2}, 0[ \cup ]0, +\infty[$  :  $h(x) = \ln[k(x)]$

1 نهايات الدالة h عند أطراف مجال تعريفها

- \*  $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln[k(x)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty$
- \*  $\lim_{|x| \rightarrow 0} h(x) = \lim_{|x| \rightarrow 0} \ln[k(x)] = \lim_{x \rightarrow 0} \ln x = -\infty$
- \*  $\lim_{x \rightarrow -3/2} h(x) = \lim_{x \rightarrow -3/2} \ln[k(x)] = \lim_{x \rightarrow 0} \ln x = -\infty$

2 دراسة اتجاه تغير الدالة h واستنتاج جدول تغيراتها:

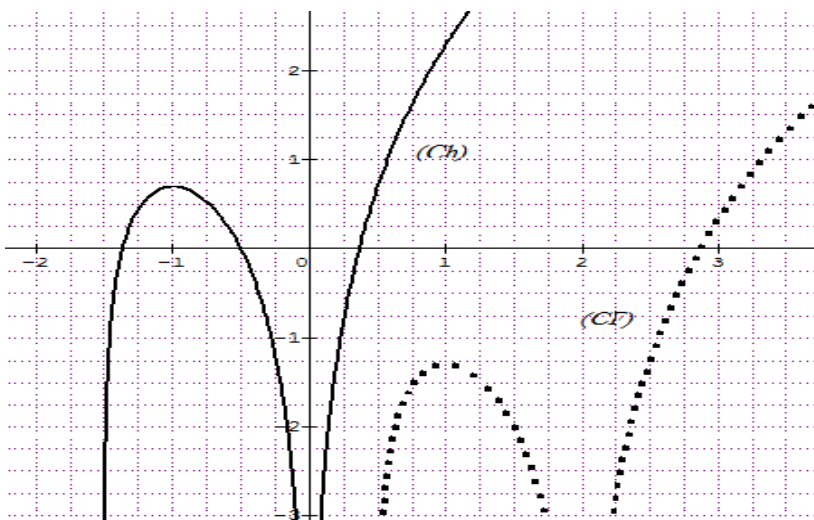
• نحسب الدالة المشتقة وندرس إشارتها: لدينا من اجل كل  $x \in ]-\frac{3}{2}, 0[ \cup ]0, +\infty[$  :  $h'(x) = \frac{k'(x)}{k(x)}$  إذن:

$x$	$-3/2$	$-1$	$0$	$+\infty$
$k'(x)$	$+$	$0$	$-$	$+$
$k(x)$	$+$	$+$	$+$	$+$
$h'(x)$	$+$	$-$	$+$	$+$

• جدول تغيرات الدالة h :

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$+\infty$
$h'(x)$	$+$	$0$	$-$	$+$
$h(x)$	$-\infty$	$\ln 2$	$-\infty$	$+\infty$

3 المنحنى البياني  $(C_h)$  :



✓ لتكن الدالة F المعرفة على  $2 \left[ \cup \right] 2, +\infty[$  ،  $\frac{1}{2}$  :  $F(x) = h(x-2) - 2$  :  $\vec{v} \left( \frac{2}{-2} \right)$  يتم إنشاء (C<sub>F</sub>) المنحنى البياني لـ F(x) : بانسحاب (C<sub>h</sub>) بيان الدالة h بشعاع قدره : **التمرين الثاني:**

(I) g دالة معرفة على R بالعلاقة التالية :  $g(x) = (a - 2x)e^{x+1} + b$  **1 عين العددين الحقيقيين a و b : لدينا g هي حل للمعادلة التفاضلية (E) : يعني أن :**  
 $g'(x) - g(x) = -2e^{x+1} - 2$  أي :  $-2e^{x+1} + (a - 2x)e^{x+1} - [(a - 2x)e^{x+1} + b] = -2e^{x+1} - 2$  ومنه  $-2e^{x+1} - b = -2e^{x+1} - 2$  وبالمطابقة نجد :  $b = 2$   
**ولدينا:** المنحنى (C<sub>g</sub>) يقبل مماس معامل توجيهه 1 عند النقطة التي فاصلتها (x = -1) : يعني أن :  $g'(-1) = 1$   
 حيث :  $g'(x) = -2e^{x+1} + (a - 2x)e^{x+1} = (a - 2 - 2x)e^{x+1}$  ومنه :  $(a - 2 - 2(-1))e^{-1+1} = 1$  إذن :  $a = 1$  وبالتالي :  $g(x) = (1 - 2x)e^{x+1} + 2$  **1 دراسة اتجاه تغير الدالة g : g دالة معرفة على R : b : دراسة اتجاه تغير الدالة g :**

• **نحسب نهايات الدالة g :**  
 $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} ((1 - 2x)e^{x+1} + 2) = 2$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} ((1 - 2x)e^{x+1} + 2) = -\infty$

$g'(x) = (-1 - 2x)e^{x+1}$

• **نحسب الدالة المشتقة وندرس إشارتها:**  
 لدينا من أجل كل  $x \in \mathcal{R}$   $g'(x) = 0$  إذا كان  $(-1 - 2x) = 0$  أي  $x = -\frac{1}{2}$

ان: **ومنه:**

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
g'(x)	+	0	-
g(x)		$g\left(-\frac{1}{2}\right)$	

2  $\rightarrow$   $-\infty$

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
g'(x)	+	0	-

**ب اثبت أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا بحيث  $\alpha \in ]0.68, 0.69[$  :**

• الدالة g دالة معرفة ومستمرة ومتناقصة تماما على  $[-\frac{1}{2}, +\infty[$  اذن فهي حتما معرفة ومستمرة ومتناقصة تماما على المجال  $[0.68, 0.69]$

• **ولدينا**  $\begin{cases} g(0.68) = 0.0683 \\ g(0.69) = -0.0594 \end{cases}$  أي  $g(0.68) \times g(0.69) < 0$

• اذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا حيث  $\alpha \in ]0.68, 0.69[$

**استنتاج إشارة g(x) على R :**

x	$-\infty$	$\alpha$	$+\infty$
g(x)	+	0	-

(II) نعتبر الدالة f دالة معرفة على R بالعلاقة التالية :  $f(x) = 1 + \frac{4x+2}{1+e^{x+1}}$

**(I) 1 بين انه من اجل كل عدد حقيقي x :  $f'(x) = \frac{2g(x)}{(1+e^{x+1})^2}$  :**

$f'(x) = \frac{4(1+e^{x+1}) - e^{x+1}(4x+2)}{(1+e^{x+1})^2} = \frac{4+4e^{x+1} - 4xe^{x+1} - 2e^{x+1}}{(1+e^{x+1})^2} = \frac{2e^{x+1} - 4xe^{x+1} + 4}{(1+e^{x+1})^2} = \frac{2g(x)}{(1+e^{x+1})^2}$

**ب استنتاج إشارة الدالة f' على R :**

x	$-\infty$	$\alpha$	$+\infty$
g(x)	+	0	-
f'(x)	+	0	-

(2) بين أن :  $f(\alpha) = 4\alpha - 1$  ثم أعط حصرا للعدد  $f(\alpha)$

لدينا  $f(\alpha) = 1 + \frac{4\alpha+2}{1+e^{\alpha+1}} \dots \dots \dots (1)$

ولدينا :  $g(\alpha) = (1 - 2\alpha)e^{\alpha+1} + 2 = 0$  إذن :  $e^{\alpha+1} = \frac{-2}{(1-2\alpha)} \dots \dots \dots (2)$

بالتعويض (2) في (1) نجد (1)  $f(\alpha) = 1 + \frac{4\alpha+2}{1+\frac{-2}{(1-2\alpha)}}$   $f(\alpha) = \frac{8\alpha^2+2\alpha-1}{1+2\alpha}$  وبعد توحيد المقامات والتبسيط نجد :

$f(\alpha) = 4\alpha - 1$

وباستعمال القسمة الاقليدية نجد :  $f(\alpha) = \frac{(1+2\alpha)(4\alpha-1)}{(1+2\alpha)}$  ومنه

• حصر  $f(\alpha)$  : لدينا  $0.68 \leq \alpha \leq 0.69$

بضرب طرفي المتباينة في العدد (4) نجد :  $4(0.68) \leq 4\alpha \leq 4(0.69)$

بإضافة العدد (-1) إلى الطرفين نجد :  $4(0.68) - 1 \leq 4\alpha - 1 \leq 4(0.69) - 1$

$1.72 \leq f(\alpha) \leq 1.76$

ومنه نستنتج أن :

(3) أ/ التحقق انه من اجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $f(x) - (4x + 3) = \frac{(-2-4x)e^{x+1}}{1+e^{x+1}}$

$f(x) - (4x + 3) = \frac{4x+2}{1+e^{x+1}} - 4x - 2 = \frac{4x+2-4x-4xe^{x+1}-2-2e^{x+1}}{1+e^{x+1}} = \frac{(-2-4x)e^{x+1}}{1+e^{x+1}}$

ب/ حساب :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (4x + 3)]$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - 1]$  ثم تفسير النتائج هندسيا :

-  $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (4x + 3)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[ \frac{(-2-4x)e^{x+1}}{1+e^{x+1}} \right] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[ \frac{-2e^{x+1}-4xe^{x+1}}{1+e^{x+1}} \right] = 0$

ومنه نستنتج أن  $y = 4x + 3$  هي معادلة لمستقيم مقارب مائل لـ  $(C_f)$  بجوار  $-\infty$

-  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - 1] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ \frac{4x+2}{1+e^{x+1}} \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ \frac{4+\frac{2}{x}}{1+\frac{e^{x+1}}{x}} \right] = 0$

ومنه نستنتج أن  $y = 1$  هي معادلة لمستقيم مقارب أفقي لـ  $(C_f)$  بجوار  $+\infty$

(4) ادرس وضعية المنحنى  $(C_f)$  و المستقيم  $(\Delta)$  الذي معادلته :  $y = 4x + 3$

نحل المعادلة :  $f(x) - (4x + 3) = 0$  أي  $\frac{(-2-4x)e^{x+1}}{1+e^{x+1}} = 0$  ويتحقق ذلك إذا كان  $(-2 - 4x) = 0$  أي  $x = -\frac{1}{2}$

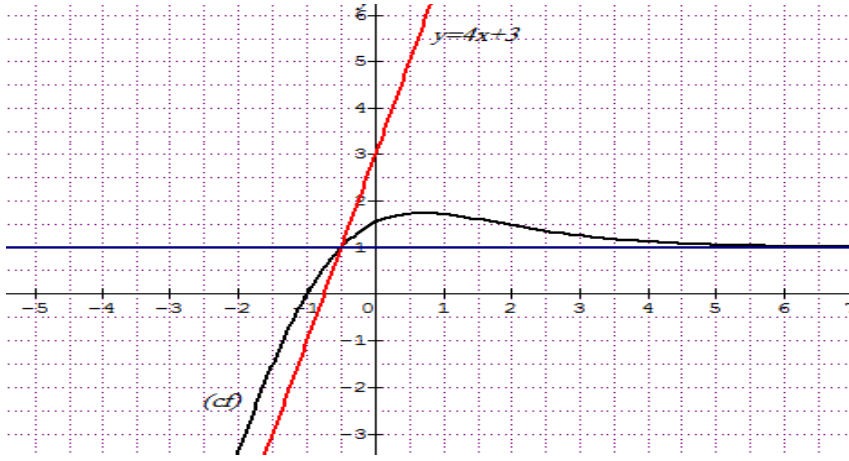
$m$	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f(x) - y$	+	0	-
الوضع النسبي لـ $(C_f)$ و $(\Delta)$	$(C_f)$ فوق $(\Delta)$	$(C_f)$ يقطع $(\Delta)$ في $(-\frac{1}{2}, f(-\frac{1}{2}))$	$(C_f)$ تحت $(\Delta)$

(5) شكل جدول تغيرات الدالة  $f$  :

$x$	$-\infty$	$\alpha$	$+\infty$
$f'(x)$		+	-
$f(x)$		$f(\alpha)$	1

(6) ارسم المستقيمات المقاربة والمنحنى البياني  $(C_f)$  :





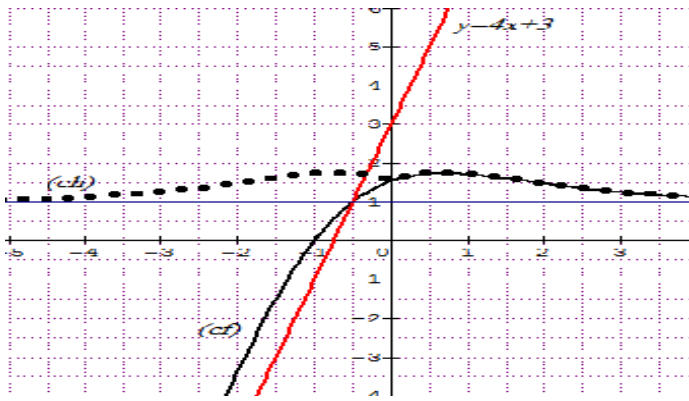
(III) لتكن الدالة  $h$  دالة معرفة على  $R$  بالعلاقة التالية :  $h(x) = 1 + \frac{4|x|+2}{1+e^{|x|+1}}$

(1) إثبات أن الدالة  $h$  دالة زوجية :

$$h(-x) = 1 + \frac{4|-x|+2}{1+e^{-x|+1}} = 1 + \frac{4|x|+2}{1+e^{|x|+1}} = h(x)$$

لأن  $|-x| = |x|$  ومنه  $h(x)$  دالة زوجية

(2) كتابة  $h(x)$  دون رمز القيمة المطلقة ثم رسم  $(C_h)$  التمثيل البياني للدالة  $h$  في نفس المعلم السابق :



$$h(x) = \begin{cases} 1 + \frac{4x+2}{1+e^{x+1}} = f(x) & , x \geq 0 \\ 1 + \frac{2-4x}{1+e^{1-x}} = f(-x) & , x < 0 \end{cases}$$

(3) المناقشة البيانية حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد وإشارة حلول المعادلة :  $e^{|x|+1} + 4|x| + 2 = -m(1 + e^{|x|+1}) - 1$

$$e^{|x|+1} + 4|x| + 2 = -m(1 + e^{|x|+1}) - 1 \quad \text{لدينا:}$$

$$4|x| + 2 = -m(1 + e^{|x|+1}) - (1 + e^{|x|+1}) \quad \text{أي : } 4|x| + 2 = -m(1 + e^{|x|+1}) - 1 - e^{|x|+1}$$

$$\frac{4|x|+2}{(1+e^{|x|+1})} + 1 = -m \quad \text{أي : } \frac{4|x|+2}{(1+e^{|x|+1})} = -m - 1 \quad \text{نجد : } (1 + e^{|x|+1})$$

$$h(x) = -m \quad \text{وبالتالي المعادلة تصبح:}$$

المناقشة

- لا تقبل حل  $h(x) = -m$  المعادلة  $m \in ]-\infty, -f(\alpha)[$
- تقبل حلين مضاعفين احدهما موجب  $\alpha$  والآخر سالب  $-\alpha$   $h(x) = -m$  المعادلة  $m = -f(\alpha)$
- تقبل أربعة حلول حلين موجبين وحلين سالبين  $h(x) = -m$  المعادلة  $m \in ]-f(\alpha), -f(0)[$
- تقبل ثلاثة حلول حل معدوم وحل موجب وآخر سالب  $h(x) = -m$  المعادلة  $m = -f(0)$
- تقبل حلين احدهما موجب والآخر سالب  $h(x) = -m$  المعادلة  $m \in ]-f(0), -1[$
- لا تقبل حل  $h(x) = -m$  المعادلة  $m \in [-1, +\infty[$