الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

ثانوية محمد بن عبد الرحمان الديس

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي التجريبي

دورة ماي 2015

الشعبة : علوم تجريبية

اختبار في مادة الرياضيات

المدة: 03 ساعات و نصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول : (04 نقاط)

لكل سؤال جواب واحد صحيح فقط، عين الجواب الصحيح مع التعليل

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ نعتبر النقط $A(1;-1;2)$ ، $B(2;2;0)$ ، $C(0;1;2)$

والمستوي (P) الذي معادلته : $x+y-z-1=0$

1. المسافة بين النقطة O و المستوي (P) هي : أ) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ✓ ب) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ✗
2. النقطة $D(0;-4;2)$: أ) تنتمي إلى المستقيم (AB) ✗ ب) لا تنتمي إلى المستقيم (AB) ✓
3. إحداثيات المسقط العمودي للنقطة B على (P) هي: أ) $(1;-1;1)$ ✗ ب) $(1;1;1)$ ✓
4. معادلة سطح الكرة التي مركزها O و المماسة لـ (P) هي: أ) $x^2+y^2+z^2=\frac{1}{3}$ ✓ ب) $x^2+y^2+z^2=3$ ✗
5. لتكن H مرجح الجملة $\{(A;1),(B;1),(C;-1)\}$ مجموعة النقط M من الفضاء والتي تحقق $(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC})(\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MA})=0$

   هي : أ) سطح كرة مركزها H ونصف قطرها 1 ب) المستقيم الذي يشمل النقطة H و يعامد (AB)

التمرين الثاني : (05 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_1=2$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n\geq 1$: $u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n+\frac{1}{3}n+1$

1. احسب الحدود u_2, u_3, u_4 ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n)
2. أ- بين بالتراجع أنه من أجل عدد طبيعي $n\geq 1$: $u_n\leq n+3$

   ب- بين أنه من أجل عدد طبيعي $n\geq 1$: $u_{n+1}-u_n=\frac{1}{3}(n+3-u_n)$ تحقق من صحة تخمينك السابق
3. (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ: $v_n=u_n-n$

   أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية حدها العام $v_n=\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$

   ب- استنتج u_n بدلالة n و احسب نهايتها
4. نضع من أجل عدد طبيعي $n\geq 1$: $S_n=v_1+v_2+\ldots+v_n$ و $S'_n=u_1+u_2+\ldots+u_n$ و $T_n=\frac{S'_n}{n^2}$

   - احسب كل من S_n, S'_n ثم عين $\lim\limits_{n\to+\infty} T_n$.

التمرين الثالث : (04.5 نقاط)

في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ ، نعتبر النقط $A;B;C;D$ والتي لواحقها على الترتيب :

$z_A = -2i$ ، $z_B = 4-i$ ، $z_C = 5+3i$ ، $z_D = 1+2i$

1. أ - اكتب العدد المركب $\dfrac{z_C - z_A}{z_B - z_D}$ على الشكل الأسي و استنتج قيسا للزاوية $(\overrightarrow{DB};\overrightarrow{AC})$

ب- تحقق أن للقطعتين $[AC],[BD]$ نفس المنتصف ،ثم استنتج طبيعة الرباعي $ABCD$.

2. أ- بين أن النقطة C هي صورة A بالتحاكي h الذي مركزه النقطة $I(1;-1)$ ونسبته -4.

ب- أوجد لاحقة النقطة E صورة المبدأ O بالتحاكي h .

جـ- حدد طبيعة التحويل النقطي f الذي مركزه النقطة $I(1;-1)$ ويحول E إلى C مستنتجا نوع المثلث IEC

3. نعتبر (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة Z بحيث : $\arg(Z-4+i) = \dfrac{\pi}{2} + 2k\pi$

أ - تحقق أن النقطة $P(4;2)$ تنتمي إلى (Γ)

ب- ما طبيعة المجموعة (Γ)

التمرين الرابع: (06.5 نقاط)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ : $g(x) = (x-1)^2 - 2\ln(x-1)$

1. احسب نهايات الدالة g عند أطراف مجال تعريفها .
2. ادرس تغيرات الدالة g ثم أنشئ جدول تغيراتها.
3. استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]1;+\infty[$

II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ : $f(x) = \dfrac{x-1}{2} + \dfrac{1+\ln(x-1)}{x-1}$

نسمي (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ (الوحدة 2cm)

1. احسب $\lim\limits_{x \to 1} f(x)$ فسر بيانيا النتيجة، ثم احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$
2. بين أنه من أجل كل x من المجال $]1;+\infty[$: $f'(x) = \dfrac{g(x)}{2(x-1)^2}$

- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3. بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = \dfrac{1}{2}x - \dfrac{1}{2}$ مقارب مائل للمنحني (C_f) ثم حدد وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ).
4. بين أن المنحني (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث : $1.34 \le \alpha \le 1.35$
5. أنشئ (C_f) و (Δ) .
6. تحقق أنه من أجل كل x من المجال $]1;+\infty[$: $f(x) = \dfrac{x^2-2x+3}{2(x-1)} + \dfrac{\ln(x-1)}{x-1}$ ثم ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $(x-1)e^{m(x-1)} = e^{-\frac{x^2-2x+3}{2}}$

الموضوع الثاني

التمرين الأول: في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ نعتبر النقط A، B، C التي لواحقها على الترتيب $z_A = 1-2i$ ، $z_B = -2+2i$ ، $z_C = 1$ و لتكن (C) الدائرة التي أحد أقطارها $[AB]$؛

1) أنشئ النقط A، B، C.

2) عين z_Ω لاحقة مركز الدائرة (C) ثم أوجد نصف قطرها R.

3) لتكن D النقطة التي لاحقتها $z_D = \frac{3+9i}{4+2i}$

أ) أكتب z_D على الشكل الجبري ثم بين أن D نقطة من الدائرة (C).

ب) عين z_F لاحقة النقطة F بحيث يكون $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DF}$ ثم استنتج طبيعة الرباعي $ACDF$

4) E نقطة من الدائرة (C) حيث $\left(\overrightarrow{\Omega C}, \overrightarrow{\Omega E}\right) = \frac{\pi}{4}$

أ) أوجد طويلة العدد المركب $z_E + \frac{1}{2}$ حيث z_E لاحقة النقطة E.

ب) استنتج أن $z_E = \frac{5\sqrt{2}-2}{4} + \frac{5\sqrt{2}}{4}i$

5) عين (Ψ) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق: $\left\|\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{ME}\right\| = \left\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MD}\right\|$

التمرين الثاني: f دالة عددية معرفة على المجال $\left]\frac{1}{2}, +\infty\right[$ بـ: $f(x) = \frac{x^2}{2x-1}$

1) بين أنه إذا كان $x \geq 1$ فإن $f(x) \geq 1$.

2) نتكن المتتالية (U_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول $U_0 = 2$ و بالعلاقة التراجعية $U_{n+1} = f(U_n)$

أ) أحسب الحدود U_1, U_2, U_3, U_4.

ب) ضع تخمينا حول إتجاه تغير المتتالية (U_n).

3) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n أن: $U_n \geq 1$.

ت) أدرس إتجاه تغير المتتالية (U_n).

ث) استنتج أن المتتالية (U_n) متقاربة ثم أحسب نهايتها.

4) نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ $V_n = \ln\left(\frac{U_n - 1}{U_n}\right)$

أ) بين أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب) أكتب V_n بدلالة n ثم استنتج أن: $U_n = \frac{1}{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{2^n}}$.

التمرين الثالث: الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{K}\right)$ نعتبر النقط $A(-2,1,2)$، $B(2,3,0)$، $C(-2,0,1)$

ولتكن (P) مجموعة النقط M من الفضاء بحيث: $AM = BM$

1) أوجد إحداثيات النقطة D منتصف القطعة $[AB]$.

2) بين أن معادلة المستوي (P) هي: $2x + y - z - 1 = 0$.

3) حدد المعادلة الديكارتية لسطح الكرة (S) التي قطرها $[AB]$.

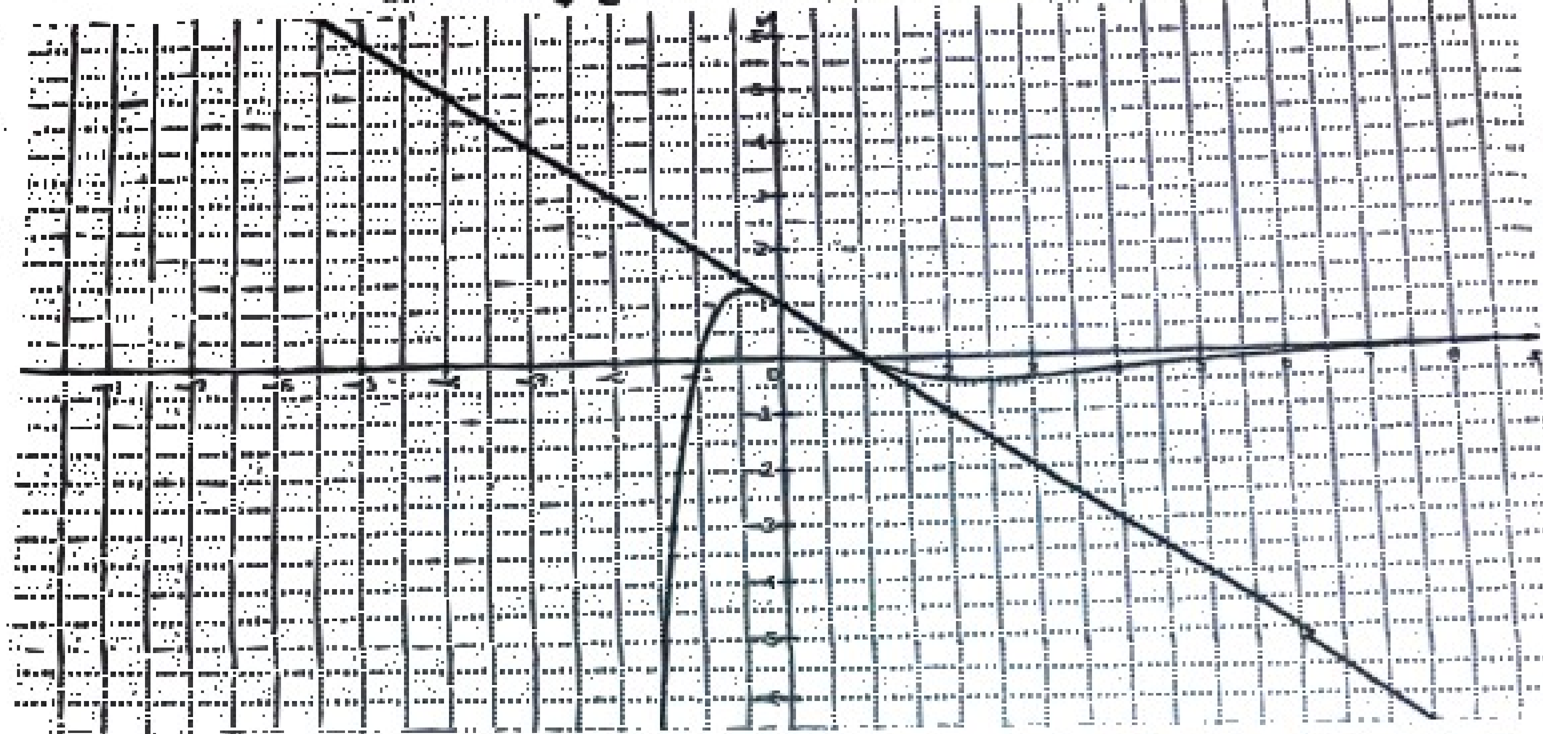
4) بين أن (S) يقطع (P) وفق دائرة (C) يطلب تعيين مركزها وطول نصف قطرها.

5) أوجد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة C ويعامد (P).

6) أ) عين إحداثيات النقطة E نقطة تقاطع المستقيم (Δ) مع المستوي (P).

ب) استنتج المسافة بين النقطة A و المستقيم (Δ).

التمرين الرابع: I) g الدالة المعرفة على IR بـ: $g(x)=(1+ax^2)e^{bx}$ و (C_g) المنحنى الممثل لها في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$، (Δ) مماس لـ (C_g) في النقطة ذات الفاصلة 0 كما هو موضح في الشكل المقابل.



1) بقراءة بيانية أوجد $g'(0), g(0), g(-1)$، ثم إشارة $g(x)$ على IR.

2) أكتب معادلة المماس (Δ).

3) باستعمال المعطيات السابقة بين أن: $g(x)=(1-x^2)e^{-x}$.

II) لتكن f الدالة المعرفة على IR بـ: $f(x)=(1+x)^2e^{-x}$، و (C_f) المنحني الممثل لها في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أحسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$، وبين أن $\lim_{x\to+\infty} f(x)=0$ (يمكن استعمال كون أن $\lim_{t\to-\infty} t^2e^{t}=0$).

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x أن: $f'(x)=g(x)$.

ب) أدرس إتجاه تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أ) عين دون حساب $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)-1}{x}$، ثم فسر هندسيا النتيجة.

ب) أكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 0.

ج) أنشئ المماس (T) والمنحني (C_f) في المعلم السابق.

4) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x)=m$.

5) لتكن h الدالة المعرفة على IR بـ: $h(x)=f(x^2)$

- دون حساب عبارة h أحسب $h'(x)$ ثم أدرس إتجاه تغير الدالة h.