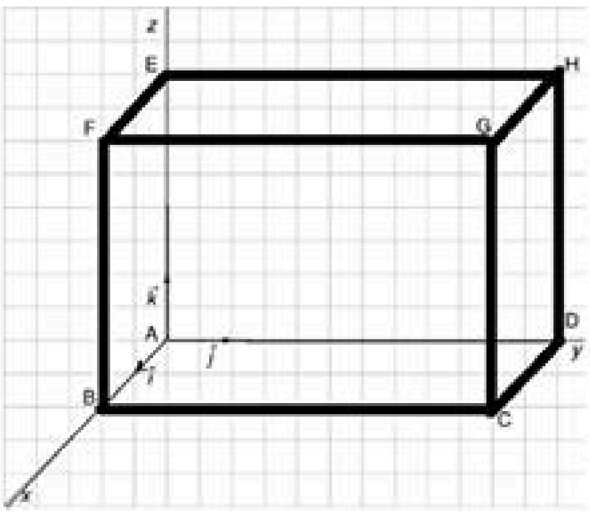
على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (05 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(A;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ ، ليكن $ABCDEFGH$ هو متوازي المستطيلات المعرف بـ :

$\overrightarrow{AB}=2\vec{i}$ ، $\overrightarrow{AD}=6\vec{j}$ ، $\overrightarrow{AE}=4\vec{k}$ و النقط I و J و K إلي منتصفات القطع $[EF]$ و $[BF]$ و $[AD]$ على الترتيب .



1) عين إحداثيات النقط A ، B ، C ، D ، E ، F ، G ، H ثم تحقق حسابيا أن إحدثيات أن ، $I(1;0;4)$ ، $J(2;0;2)$ ، $K(0;3;0)$.

2) (P_1) المستوي الذي معادلته $y=0$ و (P_2) المستوي الذي معادلته $2x+z=6$

أ) عين مركبات $\vec{n}_1$ الشعاع الناظمي للمستوي (P_1) ومركبات $\vec{n}_2$ الشعاع الناظمي للمستوي (P_2)

ب) استنتج أن المستوي (P_1) و (P_2) متقاطعان .

ج) بين تقاطع (P_1) و (P_2) هو المستقيم (IJ) .

3) أ) تحقق أن الشعاع $\vec{n}(2;2;1)$ عمودي على المستوي (IJK).

ب) عين معادلة للمستوي (IJK)

4) نسمي المستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة F و العمودي علي المستوي (IJK) .

أ) عين التمثيل الوسيطي للمستقيم (Δ) .

ب) احسب إحداثيات النقطة ω المسقط العمودي للنقطة F علي المستوي (IJK) .

5) لتكن (S) سطح الكرة ذات المركز F ونصف قطرها 1 .

أ) اوجد المعادلة الديكارتية لـ (S) .

ب) أحسب المسافة بين النقطة F و المستوي (IJK).

ج) استنتج أن المستوي (IJK) يقطع سطح الكرة (S) و فق دائرة (C) يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها

التمرين الثاني: (05.50 نقاط)

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $\left(\bar{z}-4+2i\right)\left(z^2-10z+26\right)=0$

2) ينسب المستوي المركب إلي معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$. نعتبر النقط A ، B و C التي لواحقها على الترتيب $z_A=-2$ ، $z_B=4+2i$ ، $z_C=5-i$.

أ) أكتب العدد المركب $L=\dfrac{z_A-z_B}{z_C-z_B}$ على الشكل الجبري ثم على الأسي ثم استنتج طبيعة مثلث ABC .

ب) لتكن D مرجح الجملة $\{(A;1)(B;-1)(C;1)\}$ ، أحسب z_D لاحقة النقطة D ، ثم استنتج طبيعية الرباعي $ABCD$.

ج) أحسب قيمة العدد $\left(\frac{L}{2}\right)^{2015}+i\left(\frac{L}{2}\right)^{1962}$

د) أوجد قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون L^n عدد حقيقي موجب تماما .

3) ليكن S التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث ذات اللاحقة $z'=-2iz+10i$.

أ) عين طبيعة تحويل S محددا عناصره المميزة .

ب) اكتب العبارة المركبة للدوران r الذي مركزه B وزاويته $\theta=-\frac{\pi}{2}$.

ج) أوجد لاحقة النقطة D صورة النقطة C بالدوران r

د) بين أن النقط A ، B و D على استقامية ، استنتج أن تحويل S مركب من تحويلين يطلب تعينهما .

التمرين الثالث: (03 نقاط)

لتكن المتتالية العددية (U_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $U_0=2$ و $U_{n+1}=\sqrt{2U_n+3}$

1) برهن بالتراجع من اجل كل عدد طبيعي n أن: $2\le u_n\le 3$

2) أ) بين من اجل كل عدد طبيعي n أن: $U_{n+1}-U_n=\dfrac{(3-U_n)(1+U_n)}{U_n+\sqrt{2U_n+3}}$

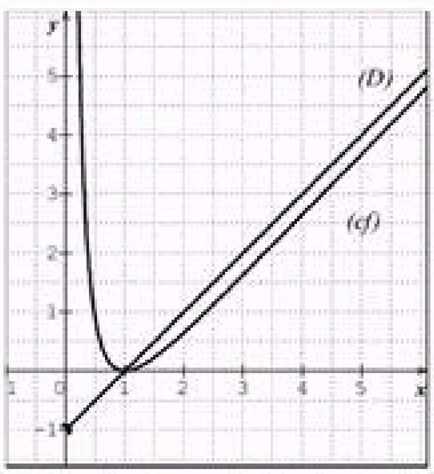
ب) أدرس اتجاه نغير المتتالية (U_n).

ج) هل المتتالية (U_n) متقاربة؟ علل اجابتك ثم أوجد نهاية (U_n)

3) أ) بين من اجل كل عدد طبيعي n أن: $3-U_{n+1}\le\frac{2}{3}(3-U_n)$

ب) استنتج من اجل كل عدد طبيعي n : $0\le 3-U_n\le\left(\frac{2}{3}\right)^n$ ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}(U_n)$

التمرين الرابع: (06.50 نقاط)



f دالة عددية معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=ax-1-\dfrac{b\ln x}{x}$

حيث b,a عددان حقيقيان وليكن (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ (انظر الشكل)

<u>الجزءالأول</u>: بقراءة بيانية أجب عن الأسئلة التالية :

1) عين $f(1)$ و $f'(1)$

2)عين نهاية الدالة f عند $+\infty$ ثم عند 0 من جهة اليمين

3)عين حسب قيم x إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

الجزء الثاني:

1) أثبت أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$ لدينا : $f(x)=x-1-\dfrac{\ln x}{x}$

2) أثبت أن (C) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له ثم ادرس وضعيته بالنسبة إلى (C)

3) ليكن λ عددا حقيقيا حيث $\lambda \geq 1$.

أ) احسب $A(\lambda)$ مساحة حيز المستوي المحدد بـ (C) و المستقيم (Δ) و المستقيمين اللذين معادلتيهما $x=1$ و $x=\lambda$

ب) عين قيم العدد الحقيقي λ حتى تكون $A(\lambda)>\dfrac{1}{2}$

الجزء الثالث: لتكن F الدالة الأصلية للدالة f على المجال $]0;+\infty[$ حيث: $F(1)=-\dfrac{1}{2}$.

وليكن (C_F) تمثيلها البياني في المستوي السابق . بدون حساب عبارة $F(x)$ اجب عما يلي :

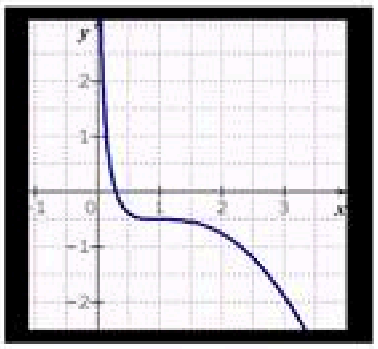
1) حدد اتجاه تغير الدالة F

2) بين أن (C_F) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثياتها.

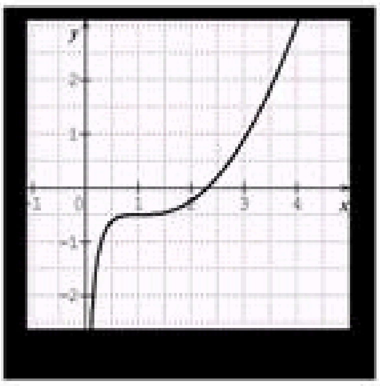
3) بين أن معادلة لـ (T) مماس المنحنى (C_F) في النقطة ذات الفاصلة 1 هي : $y=-\dfrac{1}{2}$

استنتج وضعية (C_F) بالنسبة إلى المماس (T)

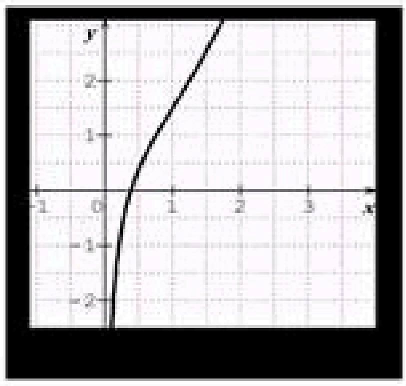
من بين المنحنيات الثلاثة التالية عين المنحنى (C_F) مع التبرير



الشكل (1)



الشكل (2)



الشكل(3)

الموضوع الثاني

التمرين الاول: (04.50 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ نعتبر النقط $A(-2;-1;3)$ ، $B(1;3;5)$ ، $C\left(2;-\frac{1}{2};-4\right)$ ،
$D(2;-2;-3)$ ، $E(1;-1;2)$ ، $F(1;-1;1)$ والمستقيم (Δ) معرف بالتمثيل التالي : $t\in\left]0;+\infty\right[$ $\begin{cases} x=1-\ln t \\ y=-\ln\left(\frac{e}{t}\right) \\ z=-1+\ln\left(e^2t\right) \end{cases}$

1) أ) بيّن أنّ النقط A ، B و C تعين مستويا (ABC).

ب) تحقّق أنّ الشعاع $\vec{n}(2;-2;1)$ ناظمي للمستوي (ABC) ثمّ عين معادلة ديكارتية له.

2) أ) أوجد $\vec{u}$ أحد أشعة توجيه المستقيم (Δ) و إحداثيات نقطة منه .

ب) لتكن $M(x;y;z)$ نقطة من (Δ)، اوجد EM^2 بدلالة t

ج) أوجد أصغر قيمة EM^2 ثم استنتج المسافة بين النقطة E و المستقيم (Δ)

د) استنتج إحدثيات H المسقط العمودي للنقطة E على المستقيم (Δ)

و) أكتب معادلة سطح الكرة (S) التي مركزها E و يمس المستقيم (Δ)

3) أ) بين أن المثلث ABC قائم في A و احسب مساحته

ب) أحسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$

التمرين الثاني : (04.50 نقاط)

1) عين العددين المركبين z_1 و z_2 حيث $\begin{cases} 2i\,z_1+3z_2=9+22i \\ i\,z_1+z_2=2+8i \end{cases}$

2) ينسب المستوي المركب إلي معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$. نعتبر النقط A ، B ، C و D التي لواحقها على الترتيب $z_A=3+4i$ ، $z_B=3-4i$ ، $z_C=2+3i$ ، $z_D=5+6i$.

أ) احسب $\frac{z_D-z_C}{z_A-z_C}$ ثم استنتج أن النقط A ، C ، D في استقامية .

ب) عين z_G لاحقة النقطة G صورة A بالتحاكي الذي مركزه B و نسبته $\frac{3}{2}$.

ج) أكتب على الشكل الآسي العدد المركب $\frac{z_D-z_G}{z_A-z_G}$ ثم استنتج أن $GA=\sqrt{2}\,GD$.

3) ليكن θ عدد حقيقي كيفي و k يمسح $\mathbb{R}^*$ ، عين مجموعات النقط M ذات اللاحقة z في كل حالة مما يلي :

أ) $z-3=4i+ke^{i\frac{\pi}{4}}$ ب) $(z-2-3i)\left(\bar{z}-2+3i\right)=4$

ج) $z=5+6i+3e^{i\theta}$ د) $\arg\left(\bar{z}-3+4i\right)=\frac{\pi}{2}$

و) $\left|z-z_A\right|^2+\left|z-z_A\right|^2=36$ هـ) $\arg(z)=\arg\left(\bar{z}\right)$

التمرين الثالث : (04 نقاط)

لتكن المتتالية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_0=-6$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n+2n-1$

1) أ) احسب u_1 ، u_2 و u_3

ب) برهن أنّه من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 3$ ، $u_n\succ 0$.

ج) استنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 4$ ، $u_n>2n-3$.

د) ماهي نهاية المتتالية (u_n)؟

2) نعتبر المتتالية (w_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي: $w_n=u_n+\alpha n+\beta$ حيث α و β عددان حقيقيان

عين α و β حتى تكون المتتالية (w_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي: $v_n=u_n-10n+10$

أ) برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين اساسها وحدها الاول.

ب) اكتب كلا من v_n و u_n بدلالة n ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

ج) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n=u_0+u_1+......+u_n$

4) نضع: $w_n=8^n v_n$.أحسب بدلالة n المجموع S'_n حيث : $S'_n=w_0+w_1+......+w_n$ ، أحسب : S'_n

التمرين الرابع : (07 نقاط)

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=-\frac{2}{3}x+ln\left(1+e^x\right)$. وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $\left(O\ ,\vec{i}\ ,\vec{j}\right)$.

1) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$.

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي xفإنّ: $f(x)=\frac{1}{3}x+ln\left(1+e^{-x}\right)$.

ب) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

ج) بين أن المنحني (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') معادلتيهما على الترتيب $y=\frac{1}{3}x$ و $y=-\frac{2}{3}x$.

د) أدرس الوضعية النسبية للمنحني (C_f) بالنسبة للمستقيمين المستقيم (Δ)و (Δ').

3) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإنّ : $f'(x)=\frac{e^x-2}{3\left(e^x+1\right)}$.

ب) استنتج اتجاه تغيرات الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

4) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 وحدد معامل توجيهه .

5) أ) m الوسيط الحقيقي

عين قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $f(x)=m.......(E)$ حلان مختلفان في الإشارة .

ب) بين أنه إذا قبلت المعادلة (E) حلين x و $-x$ فإن المستقيم MN يوازي المماس (T) حيث M و N نقطتان من المنحني (C_f) فواصلهما غير معدومة x و $-x$ على الترتيب .

6) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإنّ: $f(x)-f(-x)=-\frac{1}{3}x$.

7) بين أن $f'(x)+f'(-x)=-\frac{1}{3}$ مادا استنتج.

8)أ) بين أن للمنحني (C_f) مماسا (T) معامل توجيهه $\frac{1}{12}$ عند نقطة $A(x_0, f(x_0))$ يطلب إحدثياها ثم اكتب معادلة (T).

ب) إستنتج معادلة المماس (T') عند نقطة $B(-x_0, f(-x_0))$

9) أنشئ (Δ) و (Δ') و (T) و (T') و (C_f).

بالـــــــــــتـــــــــــــــوفـــــــيـــــــــــــــق