

البكالوريا التجريبي في مادة الرياضيات دورة 2015

المدة : 3 ساعات

شعبة علوم تجريبية

على كل مترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول: 5 نقاط

(1) حل في مجموعة الأعداد المركبة C المعادلة ذات المجهول المركب Z التالية: $(Z - 2)(Z^2 + 2Z + 4) = 0$

(2) نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس المباشر (O, \vec{u}, \vec{v}) النقط:

$Z_C = 2$ و $Z_B = -1 - i\sqrt{3}$, $Z_A = -1 + i\sqrt{3}$

أ- بين أن: $\frac{Z_B - Z_C}{Z_A - Z_C} = e^{i\frac{\pi}{3}}$

ب- عين طبيعة المثلث ABC

ج- عين مركز و نصف قطر الدائرة (C) المحيطة بالمثلث ABC ثم أرسم الدائرة (C)

(3) أ- عين الطبيعة والعناصر الهندسية للمجموعة (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة Z التي

تحقق: $2(Z + \bar{Z}) + \bar{Z}Z = 0$

ب- تحقق أن النقطتين A و B تنتميان إلى (Γ)

(4) أ- ليكن R الدوران الذي مركزه النقطة A و زاويته $\frac{\pi}{3}$

أ- عين صورة النقطة B بالدوران R

ب- عين Z_D لاحقة النقطة D صورة النقطة C بالدوران R ثم أستنتج طبيعة الرباعي $ABCD$

ج- عين صورة المجموعة (Γ) بالدوران R

التمرين الثاني: 4 نقاط

في الفضاء المزود بمعلم متعامد متجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) تعطى النقط: $A(1;2;2)$, $B(-1;0;1)$, $C(3;2;1)$

1. بين أن المستوي (Q) الذي يشمل النقط A, B, C معادلته: $x - 2y + 2z - 1 = 0$

2. (P) مستوي معادلته: $Z = 1$

أ) تحقق أن المستقيم (BC) محتوي في المستوي (P)

ب) أستنتج تقاطع المستويين (P) و (Q)

ج) عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (BC)

3. أثبت أن النقطة $H(1;2;1)$ هي المسقط العمودي للنقطة A على (P)

هل المستقيمان (AH) و (BC) متقاطعان؟ برر إجابتك.

4. G مرجح الجملة المثقلة: $\{(A,1), (B,1), (C,-1)\}$

أ) عين إحداثيات النقطة G

ب) عين (E) مجموعة النقط M من الفضاء حيث: $3\|\vec{MA} + \vec{MB} - \vec{MC}\| = \|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}\|$

التمرين الثالث: 4 نقاط

(U_n) متتالية معرفة على المجموعة N بـ: $U_0 = 2$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $U_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{1}{3}n+1$

1- أحسب U_3, U_2, U_1

2- أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $U_n \leq n+3$

ب) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $U_{n+1} - U_n = \frac{1}{3}(n+3 - U_n)$ ثم أستنتج إتجاه تغير المتتالية (U_n)

3- نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $V_n = U_n - n$

أ) برهن أن المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول

ب) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $U_n = 2\left(\frac{2}{3}\right)^n + n$ ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

4- نضع: $S_n = \sum_{K=0}^{K=n} U_K$ و $T_n = \frac{S_n}{n^2}$

- أحسب بدلالة n المجموع S_n ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} T_n$

التمرين الرابع: 7 نقاط

لتكن f دالة معرفة على $]-1; +\infty[$ كمايلي : $f(x) = \frac{2x}{x+1} - \ln(x+1)$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (وحدة الطول $2cm$)

1- أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ (لاحظ أن : $f(x) = \frac{1}{x+1} [2x - (x+1)\ln(x+1)]$)

ب- بين أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ و أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ ~~فسر هذه النتيجة الأخيرة هندسيا~~

2- أ) بين أنه من أجل كل x من $]-1; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{1-x}{(x+1)^2}$

ب- أدرس إتجاه تغير الدالة f ، وشكل جدول تغيراتها

3- أ) أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0

ب- أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيين إحداثيها

4- أ) بين أن المعادلة : $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $3.9 < \alpha < 4$

ب- بين أن : $\ln(\alpha + 1) = \frac{2\alpha}{\alpha + 1}$

5) أرسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f)

6- أ) بين أن الدالة F المعرفة على $]-1; +\infty[$ بـ: $F(x) = (-3-x)\ln(x+1) + 3x$ هي دالة أصلية للدالة f على المجال $]-1; +\infty[$

ب- أحسب بدلالة α المساحة $A(\alpha)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) ، محور الفواصل

والمستقيمين اللذين معادلتاهما: $x = \alpha$ و $x = 0$

ج- بين أن : $A(\alpha) = 4\left(\frac{\alpha^2 - 3\alpha}{\alpha + 1}\right) cm^2$. ثم أوجد حصر الـ: $A(\alpha)$

د- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m لوجود عدد وإشارة حلول المعادلة : $f(x) - x + 3m = 0$

الموضوع الثاني

التمرين الأول: 4 نقاط

- (1) حل في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة: $Z^2 - 10Z + 29 = 0$
- (2) في المستوي المركب المنسوب إلى متعامد ومتجانس $(O; \bar{i}, \bar{j})$. نعتبر النقط C, B, A التي لواحقها: $5 + 2i, 5 - 2i, 3$ على الترتيب
- أ- بين أن المثلث ABC قائم و متساوي الساقين
- ب- M نقطة من المستوي لاحتها Z ، اعط تفسيرا هندسيا لعمدة العدد المركب $\frac{Z-3}{Z-5+2i}$
- ج- عين مجموعة النقط M من المستوي بحيث يكون $\frac{Z-3}{Z-5+2i}$ حقيقيا سالبا تماما
- (3) (C) الدائرة المحيطة بالمثلث ABC و Ω النقطة ذات اللاحقة $2-i$
- أ- اعط العبارة المركبة للدوران r الذي مركزه Ω وزاويته $-\frac{\pi}{2}$
- ب- عين (C') صورة (C) بالدوران r
- ج- أكتب معادلة ديكارتية لـ (C')

التمرين الثاني: 5 نقاط

- في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \bar{i}, \bar{j})$ نعتبر النقط:
- $A(1;4;-5), B(3;2;-4), C(5;4;-3), D(-2;8;4)$ والشعاع $\bar{u}(1;5;-1)$
- (1) بين أن $x - 2z - 11 = 0$ معادلة للمستوي (ABC)
- (2) أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (T) المار من النقطة D والموازي للشعاع \bar{u}
- (3) ليكن (P) المستوي ذي المعادلة: $x - y - z = 7$
- أ) بين أن المستويين (ABC) و (P) يتقاطعان وفق المستقيم (Δ) المعرف بالتمثيل الوسيط:
- $$\begin{cases} x = 11 + 2t \\ y = 4 + t \\ z = t \end{cases} ; t \in \mathbb{R}$$
- ب) أثبت أن (T) و (Δ) ليسا من نفس المستوي
- (4) تعطى النقطتان $E(3;0;-4)$ و $F(-3;3;5)$. تحقق أن النقطة E تنتمي إلى (Δ) و أن F تنتمي إلى (T)
- (5) لتكن (S) مجموعة النقط $M(x; y; z)$ من الفضاء حيث، $\overline{ME} \cdot \overline{FE} = \alpha$ حيث $\alpha \in \mathbb{R}$
- أ) جد بدلالة α معادلة ديكارتية للمجموعة (S) وأستنتج أن (S) مستوي يطلب تعيين شعاع ناظمي له
- ب) عين قيمة α حتى يكون (S) المستوي المحوري للقطعة $[FE]$

التمرين الثالث: 4 نقاط

- (U_n) متتالية عددية معرفة كمايلي : $U_0 = 4$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = \sqrt{U_n}$
- 1- أ- أرسم في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، المستقيم (Δ) الذي معادلته : $y = x$ و المنحنى (C) الممثل للدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $f(x) = \sqrt{x}$ (الوحدة على المحورين $2cm$)
 ب- باستعمال الرسم السابق ، مثل على حامل محور الفواصل وبدون حساب الحدود : U_0, U_1, U_2, U_3
 ج - ضع تخمينا حول إتجاه تغير المتتالية (U_n) و تقاربها ، ثم أحسب نهايتها
- 2- أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $U_n \geq 1$
 ب- تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} - 1 = \frac{U_n - 1}{\sqrt{U_n} + 1}$
 ج - بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} - 1 \leq \frac{1}{2}(U_n - 1)$
 د- أستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $U_n - 1 \leq \frac{3}{2^n}$
 هـ - عين ، ثانية ، نهاية المتتالية (U_n) عندما يؤول n إلى $+\infty$

التمرين الرابع: 7 نقاط

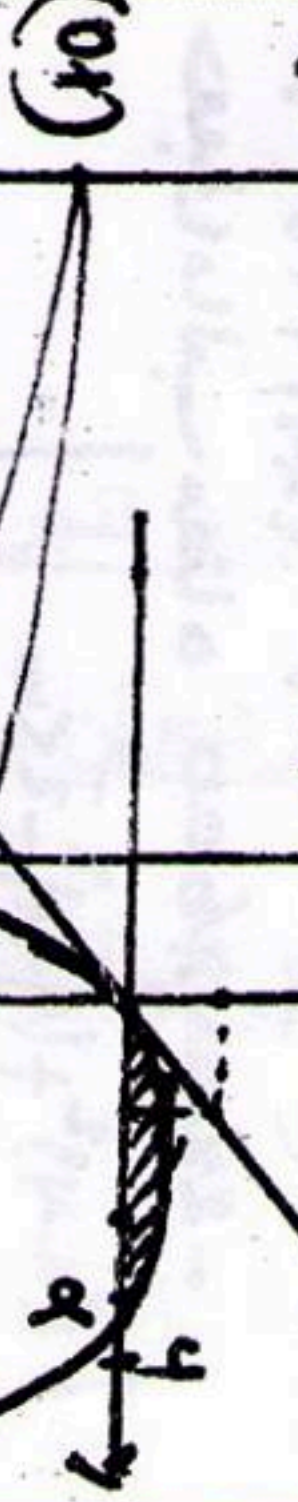
- نعتبر الدالة f المعرفة على R كمايلي : $f(x) = x + \ln 4 + \frac{2}{e^x + 1}$
- (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس
- 1- أحسب نهايات الدالة f عند $+\infty$ وعند $-\infty$
 2- أحسب من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x) + f(-x)$ ، ماذا تستنتج بالنسبة إلى النقطة $A(0; 1 + \ln 4)$ ؟
 3- أدرس تغيرات الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها
 4 - أ- بين أن المعادلة $f(x) = 3$ تقبل حلا وحيدا α محصورا بين $1,1$ و $1,2$
 ب- من أجل أي قيمة للعدد m يكون العدد الحقيقي $(-\alpha)$ حلا للمعادلة $f(x) = m$ ؟
 5- أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x) = x + 2 + \ln 4 - \frac{2e^x}{e^x + 1}$
 ب- بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة : $y = x + \ln 4$ و المستقيم (Δ') ذو المعادلة : $y = x + 2 + \ln 4$ هما مستقيمان مقاربان للمنحنى (C)
 ج- أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C) والمستقيم (Δ) ثم أرسم المنحنى (C)
 6- نعتبر العدد الحقيقي الموجب تماما λ .
 أ- ماذا يمثل التكامل التالي : $I(\lambda) = \int_0^\lambda [f(x) - x - \ln 4] dx$ ؟
 ب- بين أن : $I(\lambda) = 2 \ln \left(\frac{2e^\lambda}{e^\lambda + 1} \right)$. (يمكن إستعمال نتيجة السؤال 5- أ)
 ج - عين قيمة العدد الحقيقي λ بحيث يكون $I(\lambda) = 1$. (تعطى القيمة المقربة للعدد λ بالتقريب إلى 10^{-1})

(5) : $y = x, f'(y) = \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 + 3x + 2}$

(6) : $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 3x + 2}$

(7) : $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 3x + 2}$

(8) : $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 3x + 2}$



(9) : $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 3x + 2}$

(10) : $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 3x + 2}$

(11) : $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 3x + 2}$

(12) : $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 3x + 2}$

(13) : $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 3x + 2}$

(14) : $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 3x + 2}$

(15) : $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 3x + 2}$

(16) : $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 3x + 2}$

(17) : $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 3x + 2}$

(18) : $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 3x + 2}$

(19) : $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 3x + 2}$

(20) : $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 3x + 2}$

(21) : $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 3x + 2}$

(22) : $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 3x + 2}$

(23) : $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 3x + 2}$

(24) : $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 3x + 2}$

(25) : $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 3x + 2}$

(26) : $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 3x + 2}$

(27) : $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 3x + 2}$

(28) : $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 3x + 2}$

(29) : $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 3x + 2}$

(30) : $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 3x + 2}$

(31) : $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 3x + 2}$

(32) : $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 3x + 2}$

(33) : $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 3x + 2}$

(34) : $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 3x + 2}$

(35) : $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 3x + 2}$

(36) : $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 3x + 2}$

(37) : $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 3x + 2}$

(38) : $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 3x + 2}$

(39) : $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 3x + 2}$

(40) : $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 3x + 2}$

(41) : $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 3x + 2}$

(42) : $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 3x + 2}$

(43) : $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 3x + 2}$

(44) : $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 3x + 2}$

(45) : $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 3x + 2}$

