مديرية التربية لولاية ميلة ثانوية ديدوش مراد	بكالوريا تجريبي في مادة الرياضيات	السنة الدراسية 2014 / 2015 شعبة العلوم التجريبية
على المترشح اختيار موضوعا واحدا	☆ الموضوع الأول ☆	المدة : 3ساعات و 30 دقيقة

التمرين الأول (4 نقاط)

الفضاء منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. ليكن (P) و (P') مستويان معادلتاهما على التوالي :

$$x+y-1=0 \quad \text{و} \quad y+z-2=0$$

1) بين أن المستويين (P) و (P') متقاطعان وفق مستقيم (D) يطلب تعيين تمثيلا وسيطيا له .

2) اكتب معادلة المستوي (Q) العمودي على (D) و يشمل النقطة O.

3) عين احداثيات I نقطة تقاطع المستوي (Q) والمستقيم (D).

4) لتكن $A(\frac{-1}{2},0,\frac{1}{2})$ و $B(1,1,0)$ نقطتان من الفضاء . A' و B' نظيرتاهما على التوالي بالنسبة الى النقطة I .

أ) تحقق أن A و B تنتميان الى المستوي (Q).

ب) بين أن الرباعي $ABA'B'$ معين .

ج) بين أن النقطة $S(2,-1,3)$ تنتمي الى المستقيم (D) .

د) احسب حجم الهرم $SABA'B'$.

التمرين الثاني (4 نقاط)

1) حلّ في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $(z+\sqrt{3}-3i)(z^2-6z+12)=0$

2) ينسب المستوي المركب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$. لتكن النقط C ، B ، A التي لواحقها على الترتيب :

$$z_A=3+i\sqrt{3} \quad ، \quad z_B=3-i\sqrt{3} \quad ، \quad z_C=-\sqrt{3}+3i$$

أ) أكتب على الشكل المثلثي العددين z_A و z_B .

ب) استنتج طبيعة المثلث OAB.

3) لتكن النقطة D نظيرة النقطة C بالنسبة إلى محور الفواصل .

بين أن المستقيمين (BC) و (AD) متعامدان .

4) عين نسبة و زاوية التشابه S الذي مركزه النقطة $E(3-\sqrt{3},0)$ و يحول A الى C .

5) بين أن النقط A ، E ، O ، C تنتمي إلى دائرة يطلب تعيينها .

التمرين الثالث (3 نقاط)

نعتبر المعادلة التفاضلية (E) التالية : $y' - 3y = \sin x$

1) حل في مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ المعادلة التفاضلية (E') : $y' - 3y = 0$

2) عين العددين الحقيقيين a و b حتى تكون الدالة p المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $p(x) = a\cos x + b\sin x$
حلا للمعادلة التفاضلية (E).

3) برهن أنه اذا كانت h حلا للمعادلة (E) فان $h-p$ حل للمعادلة (E').

4) استنتج حلول المعادلة التفاضلية (E).

5) ما هو الحل الذي يحقق $y(0) = \frac{1}{10}$

التمرين الرابع (9نقاط)

I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $g(x) = e^{-x} + x - 1$

1) أحسب $g'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$.

2) بين أن $g(x) \geq 0$ على $\mathbb{R}$ واستنتج أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ يكون : $e^{-x} + x \geq 1$

II) نعرف الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x كالتالي : $f(x) = \frac{x}{x + e^{-x}}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1) بين أن f معرفة على $\mathbb{R}$.

2) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x يكون : $f(x) = \frac{1}{1 + \frac{1}{xe^{x}}}$

3) أحسب $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجتين هندسيا .

4) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $f'(x) = \frac{(x+1)e^{-x}}{(x + e^{-x})^2}$

ب) ادرس اشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

5) أ) أكتب معادلة المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

ب) تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فان $x - f(x) = \frac{xg(x)}{g(x)+1}$ ثم ادرس اشارة $x - f(x)$ على $\mathbb{R}$.

ج) استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x$

6) ارسم (Δ) و (C_f).

III) لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = f(u_n)$

1) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون : $0 \leq u_n \leq 1$

2) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n).

3) استنتج أن (u_n) متقاربة ثم احسب نهايتها .

$x^2 + 2x + 1$
$2x + 2$

الموضوع الثاني :

التمرين الأول :(4 ن)

الفضاء منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، لتكن (S) سطح الكرة ذات المركز $\Omega(1,1,-1)$ ونصف القطر $2\sqrt{2}$. نعتبر النقطتين $A(-1,-1,-1)$ و $B(1,1,2\sqrt{2}-1)$ من (S) ، نسمي (P) و (Q) المستويين المماسين لسطح الكرة (S) عند النقطتين A و B على الترتيب .

أجب بصحيح أم خطئ مع تبرير عن كل اجابة من الاجابات المقترحة التالية :

1)معادلة ديكارتية للمستوي (P) هي : $x+y-z+1=0$.

2)المستويان (P) و (Q) متعامدان .

3)المستويان (P) و (Q) متقاطعان و تقاطعهما مستقيم (D) تمثيله الوسيطي : $t\in IR$ $\begin{cases} x = t \\ y = -t+2 \\ z = -2\sqrt{2}-1 \end{cases}$

4)بعد النقطة Ω عن المستوي(P) يساوي 4 .

5)لتكن H المسقط العمودي للنقطة Ω على المستقيم (D) ، بعد HΩ يساوي 4 .

التمرين الثاني : (4.5 ن)

1)حل في مجموعة الأعداد المركبة C المعادلة : $(z-2i)(z^2-2z+2)=0$

ثم أكتب كل حل من حلول المعادلة على الشكل الأسي .

2)نعتبر في المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$

النقطتين A و B اللتين لاحقتاهما على الترتيب : $Z_B = 2i$; $Z_A = 1+i$

من أجل كل مركب z يختلف عن Z_A نرفق العدد Z' حيث $Z' = \frac{Z-2i}{Z-1-i}$

أ - عين المجموعة (E) للنقط M من المستوي ذات اللاحقة z والتي من أجلها يكون z' تخيلي بحث .

- بين أن النقطة B تنتمي الى (E) ، ثم أنشئ (E) .

ب – عين المجموعة (F) للنقطة M من المستوي ذات اللاحقة Z والتي من أجلها يكون: $|Z'| = 1$

-عين ثم أنشئ (F) .

3)ليكن R الدوران الذي مركزه $\Omega\left(\frac{3}{2};\frac{5}{2}\right)$ و زاويته $\frac{\pi}{2}$.

أ – أوجد لاحقة النقطة B' صورة النقطة B بالدوران R و لاحقة I' صورة النقطة $I\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$ بالدوران R.

ب –ماهي صورة كل من (E) و (F) بالدوران R ؟ علل .

التمرين الثالث:(4.5 ن)

1)لتكن (U_n) متتالية المعرفة على N بحدها العام: $U_n = e^{\frac{-1}{3}+2n}$

أ – بين أن (U_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

ب – أحسب المجموعين : $S_1 = U_0 + U_1 + U_2 + \dots\dots + U_n$ و $S_2 = U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + \dots\dots + U_n^2$

ج – عين العدد الطبيعي n بحيث : $S_1 = \frac{e^{\frac{-1}{3}}}{1-e^2}(1 - e^{10})$

2)نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة على N كمايلي : $V_n = \ln(U_n)$

أ – ماهي طبيعة المتتالية (V_n) .

ب – أحسب بدلالة n المجموع S'_n حيث : $S'_n = V_0 + V_1 + V_2 + \dots\dots + V_n$

ج – عين العدد الطبيعي n علما أن : $S'_n = \frac{160}{3}$

التمرين الرابع: (7ن)

لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]-1, +\infty[$ بمايلي : $g(x) = (1+x)^2 - 1 + \ln(1+x)$

1)أدرس تغيرات الدالة و شكل جدول تغيراتها .

2)أحسب $g(0)$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $]-1, +\infty[$

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]-1, +\infty[$ بمايلي : $f(x) = x - \frac{\ln(1+x)}{1+x}$

و ليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1)أ –أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجالات تعريفها

ب –بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1, +\infty[$ يكون: $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$

جـ) –استنتج تغيرات الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

د) - بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما مائل (D) يطلب تعيين معادلة له،ثم أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (D) .

2)أنشئ المنحنى (C_f) و (D) في المعلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$

3)أ –عين دالة F أصلية للدالة f على المجال $]-1, +\infty[$.

ب –أحسب $A(\alpha)$ مساحة حيز المستوي المحصور بين (C_f) و محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x = 0$ و $x = \alpha$. حيث α عدد حقيقي موجب تماما .

بالتوفيق