الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية ثانوية محمد بن عبد الرحمان الديسي

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي التجريبي دورة ماي 2015

الشعبة : علوم تجريبية

اختبار في مادة الرياضيات المدة: 03 ساعات و نصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول : (04 نقاط)

لكل سؤال جواب واحد صحيح فقط ، عين الجواب الصحيح مع التعليل

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$ نعتبر النقط $A(1;-1;2)$ ، $B(2;2;0)$ ، $C(0;1;2)$

والمستوي (P) الذي معادلته : $x+y-z-1=0$

1. المسافة بين النقطة O و المستقيم (P) هي : أ) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ب) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
2. النقطة $D(0;-4;2)$: أ) تنتمي إلى المستقيم (AB) ب) لا تنتمي إلى المستقيم (AB)
3. إحداثيات المسقط العمودي للنقطة B على (P) هي: أ) $(1;-1;1)$ ب) $(1;1;1)$
4. معادلة سطح الكرة التي مركزها O و المماسة لـ (P) هي: أ) $x^2+y^2+z^2=\frac{1}{3}$ ب) $x^2+y^2+z^2=3$
5. لتكن H مرجح الجملة $\{(A;1),(B;1),(C;-1)\}$ مجموعة النقط M من الفضاء والتي تحقق $(\overline{MA}+\overline{MB}-\overline{MC})(\overline{MB}-\overline{MA})=0$

هي : أ) سطح كرة مركزها H ونصف قطرها 1 ب) المستقيم الذي يشمل النقطة H و يعامد (AB)

التمرين الثاني : (05 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_1=2$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n\geq 1$: $u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n+\frac{1}{3}n+1$

1. احسب الحدود u_4,u_3,u_2 ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n)
2. أ- بين بالتراجع أنه من أجل عدد طبيعي $n\geq 1$: $u_n\leq n+3$

ب- بين أنه من أجل عدد طبيعي $n\geq 1$: $u_{n+1}-u_n=\frac{1}{3}(n+3-u_n)$ تحقق من صحة تخمينك السابق

3. (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ: $v_n=u_n-n$

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية حدها العام $v_n=\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$

ب- استنتج u_n بدلالة n و احسب نهايتها

4. نضع من أجل عدد طبيعي $n\geq 1$: $S_n=v_1+v_2+...+v_n$ و $S'_n=u_1+u_2+...+u_n$ و $T_n=\frac{S'_n}{n^2}$

- احسب كل من S'_n,S_n ثم عين $\lim_{n\to+\infty}T_n$.

التمرين الثالث : (04.5 نقاط)

في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ ، نعتبر النقط D,C,B,A والتي لواحقها على الترتيب :

$Z_D=1+2i$ ، $Z_C=5+3i$ ، $Z_B=4-i$ ، $Z_A=-2i$

1. أ- اكتب العدد المركب $\dfrac{Z_C-Z_A}{Z_B-Z_D}$ على الشكل الأسي و استنتج قيسا للزاوية $\left(\overrightarrow{DB};\overrightarrow{AC}\right)$

ب- تحقق أن للقطعتين $[BD],[AC]$ نفس المنتصف ،ثم استنتج طبيعة الرباعي $ABCD$.

2. أ- بين أن النقطة C هي صورة A بالتحاكي h الذي مركزه النقطة $I(1;-1)$ ونسبته -4

ب- أوجد لاحقة النقطة E صورة المبدأ O بالتحاكي h .

جـ- حدد طبيعة التحويل النقطي f الذي مركزه النقطة $I(1;-1)$ ويحول E إلى C مستنتجا نوع المثلث IEC

3. نعتبر (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة Z بحيث : $\arg(Z-4+i)=\dfrac{\pi}{2}+2k\pi$

أ - تحقق أن النقطة $P(4;2)$ تنتمي إلى (Γ)

ب- ما طبيعة المجموعة (Γ)

التمرين الرابع: (06.5 نقاط)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ : $g(x)=(x-1)^2-2\ln(x-1)$

1. احسب نهايات الدالة g عند أطراف مجال تعريفها .
2. ادرس تغيرات الدالة g ثم أنشئ جدول تغيراتها.
3. استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]1;+\infty[$

II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ : $f(x)=\dfrac{x-1}{2}+\dfrac{1+\ln(x-1)}{x-1}$

نسمي (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ (الوحدة 2cm)

1. احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 1} f(x)$ فسر بيانيا النتيجة، ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2. بين أنه من أجل كل x من المجال $]1;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{2(x-1)^2}$

- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3. بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=\dfrac{1}{2}x-\dfrac{1}{2}$ مقارب مائل للمنحني (C_f) ثم حدد وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ).

4. بين أن المنحني (C_f) يقطع حامل محو الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث : $1.34\le\alpha\le1.35$

5. أنشئ (C_f) و (Δ) .

6. تحقق أنه من أجل كل x من المجال $]1;+\infty[$: $f(x)=\dfrac{x^2-2x+3}{2(x-1)}+\dfrac{\ln(x-1)}{x-1}$ ثم ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط

الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $(x-1)e^{m(x-1)}=e^{-\frac{x^2-2x+3}{2}}$

الموضوع الثاني

التمرين الأول :(05 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$، المعادلة ذات المجهول Z : $(Z-2i)(Z^2-2\sqrt{3}Z+4)=0$

2) في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ ، نعتبر النقط D,C,B,A والتي لواحقها على الترتيب : $Z_A=\sqrt{3}-i$ ، $Z_B=\sqrt{3}+i$ ، $Z_C=2i$ ، $Z_D=-\sqrt{3}-i$

أ- اكتب كل من Z_A ، Z_B ، Z_C ، Z_D على الشكل الأسي ثم علّم النقط D,C,B,A .

ب- اكتب العدد $\dfrac{Z_A-Z_B}{Z_C-Z_B}$ على الشكل الجبري ثم الشكل الأسي، استنتج طبيعة المثلث ABC

جـ- تحقق أن النقط D,C,B,A تنتمي إلى نفس الدائرة، يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها .

3) أ- عين النسبة و الزاوية و مركز التشابه المباشر S الذي يحوّل O إلى A و C إلى D

ب- تحقق أن صورة النقطة B بالتشابه المباشر S هي النقطة C

4) أ- لتكن G مرجح الجملة $\{(A;|z_A|),(B;-|z_B|),(C;-|z_C|)\}$ ،عين Z_G لاحقة النقطة G

ب- (E) هي مجموعة النقط M من المستوي حيث : $\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\|=3$

- عين طبيعة المجموعة (E) ثم بين أن النقطة $E(0;-1)$ تنتمي إلى (E).

التمرين الثاني :(04 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $I=\left[\frac{3}{2};3\right]$ بـ : $f(x)=\dfrac{12x-9}{4x}$ ، (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

(Δ) المستقيم ذو المعادلة $y=x$ (الرسم المقابل الوحدة 4cm)

1. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من I : $f(x)=3-\dfrac{9}{4x}$

2. لتكن (u_n) المتتالية المعرفة بـ : $u_0=3$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=\dfrac{12u_n-9}{4u_n}$

أ- باستعمال الرسم مثل على محور الفواصل ودون حساب الحدود u_2,u_1,u_0

ب- ضع تخمينا حول اتجاه نغير المتتالية (u_n) وتقاربها .

جـ- برهن بالتراجع، من اجل كل عدد طبيعي n: $\frac{3}{2}\leq u_n\leq 3$

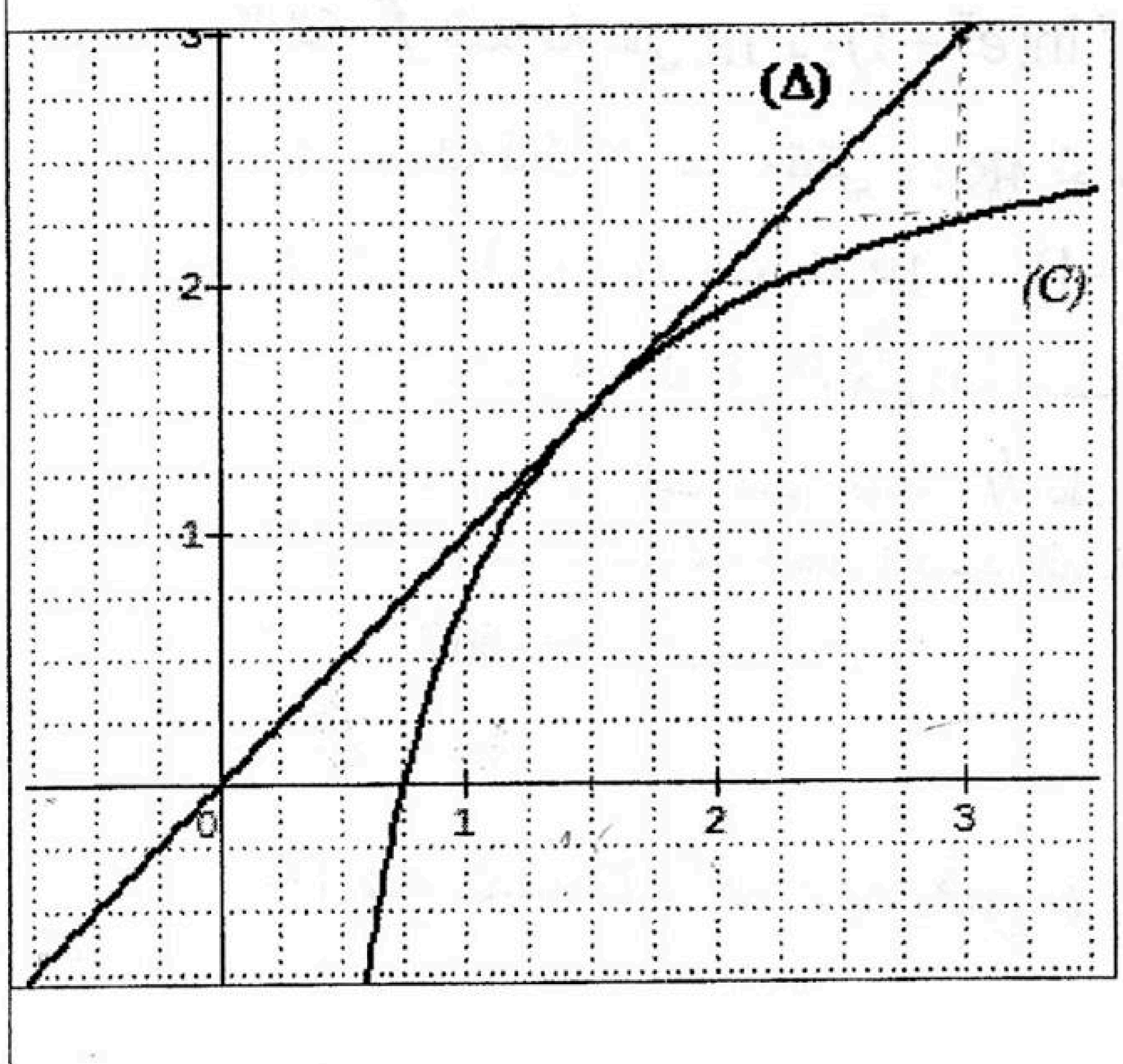
د- ادرس اتجاه تغير المتتالية واستنتج أنها متقاربة

3. نضع من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n\neq\frac{3}{2}$

- نعرف على □ المتتالية (v_n) حيث : $v_n=\dfrac{2}{2u_n-3}$

أ) بين أن (v_n) حسابية يطلب تعين أساسها و حدها الأول .

ب) أوجد u_n بدلالة n و احسب نهايتها



التمرين الثالث : (04.5 نقاط)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$ النقط $A(-2;1;2)$ ، $B(2;3;0)$ ، $C(-2;0;1)$ ،

ولتكن (P) مجموعة النقط M بحيث : $AM=BM$

1. أوجد إحداثيات النقطة D منتصف القطعة $[AB]$.
2. بين أن (P) هو المستوي الذي معادلته الديكارتية : $2x+y-z-1=0$
3. حدد المعادلة الديكارتية لسطح الكرة (S) التي قطرها $[AB]$.
4. بين أن (P) يقطع (S) وفق دائرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها .
5. اوجد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D) الذي يشمل النقطة C ويعامد المستوي (P)
6. أ) عين إحداثيات النقطة E نقطة تقاطع المستقيم (D) مع المستوي (P)

   ب) استنتج المسافة بين النقطة A و المستقيم (D)

التمرين الرابع: (06.5 نقاط)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على IR بـ : $g(x)=\dfrac{e^x}{e^x+1}-\ln(e^x+1)$ ، (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

1. احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و فسر النتيجة هندسيا ثم $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$
2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $g'(x)=\dfrac{-e^{2x}}{(e^x+1)^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة وشكل جدول تغيراتها
3. استنتج إشارة $g(x)$ على IR
4. أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $g(x)=\dfrac{1}{1+e^{-x}}-\ln(1+e^{-x})-x$

   ب) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=-x+1$ مقارب مائل للمنحنى (C) بجوار $+\infty$.
5. ارسم (Δ) و (C).

II) نعتبر الدالة f المعرفة على IR بـ : $f(x)=e^{-x}\ln(e^x+1)$ (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

1. بين انه أجل كل عدد حقيقي x : [redacted] ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f $f'(x)=e^{-x}\times g(x)$
2. لتكن الدالة h المعرفة IR بـ : $h(x)=-\ln(e^{-x}+1)-\left(e^{-x}\ln(e^x+1)\right)$

   أ) بين أن الدالة h هي دالة أصلية للدالة f

   ب) استنتج اتجاه تغير الدالة h على IR

   ج) احسب مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) ومحور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتيهما $x=-\ln2$ و $x=\ln2$.

❀ مع تمنياتنا لكم بالتوفيق والنجاح في بكالوريا جوان 2015 ❀