الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي التجريبية

الشعبة : العلوم التجريبية

اختبار في مادة : الرياضيات — المدة : 3 ساعات ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول :

ينسب المستوي المركب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. نعتبر النقط A ، B و C التي لواحقها على الترتيب $z_A = 1+i$ ، $z_B = -1-\sqrt{3}$ و $z_C = -1-i$.

1) أ) اكتب العدد المركب L المعرف بـ : $L = \dfrac{z_A - z_B}{z_C - z_B}$ على الشكل الجبري ثم على شكله الأسي.

ب) استنتج أن : $(\vec{i};\overrightarrow{OA}) = (\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BA})$.

2) اكتب على الشكل المثلثي العدد المركب $\left[\left(\dfrac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}\right)L\right]^{2011}$.

3) أ) عين z_D لاحقة النقطة D صورة النقطة A بالتشابه الذي مركزه C وزاويته $-\dfrac{\pi}{6}$ ونسبته $\left(\dfrac{\sqrt{3}+1}{2}\right)$.

ب) ما طبيعة الرباعي $ABCD$.

جـ) بين أن $\dfrac{AC}{BC} = \dfrac{BD}{AB} = \sqrt{2}$.

التمرين الثاني :

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ : $u_0 = 2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \dfrac{u_n}{u_n + 2}$.

1) احسب u_1 ، u_2 ، u_3.

2) أ) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n > 0$.

ب) عين اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم استنتج أنها متقاربة.

3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = \dfrac{u_n + 1}{u_n}$.

أ) برهن أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية أساسها 2.

ب) عين عبارة v_n بدلالة n ثم بين أن $u_n = \dfrac{1}{3\times 2^{n-1} - 1}$.

جـ) احسب نهاية المتتالية (u_n).

التمرين الثالث :

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. نعتبر النقطتين $A(2;1;-2)$ ، $B(3;-1;0)$ ،الشعاع $\vec{u}(1;2;-1)$ و المستوي (P) الذي معادلته : $x-y+2z-3=0$

ملاحظة : الأسئلة مستقلة عن بعضها.

1) عين العناصر المميزة لمجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق ، $\left\|4\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}\right\|=3$.

2) عين إحداثيات النقطة H المسقط العمودي للنقطة A على المستوي (P).

3) نعتبر المستقيم (D) الذي يمر بالنقطة A ويوازي الشعاع $\vec{u}$ والمستقيم (D') الذي تمثيله الوسيطي

$$\begin{cases} x=3+2t \\ y=1+2t \quad , \ t\in\mathbb{R} \\ z=t \end{cases}$$

. بين أن المستقيمين (D) و (D') من نفس المستوي.

4) عين معادلة المجموعة (Γ) مجموعة النقط M من الفضاء المتساوية المسافة عن كل من A و B.

5) عين وضعية سطح الكرة الذي مركزه B ونصف قطره $\frac{1}{2}$ بالنسبة للمستوي (P).

التمرين الرابع :

I- علما أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0$ بين أن $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} x\ln x=0$.

II- نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بـ : $g(x)=2x-1-\ln x$

1) احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

2) احسب مشتق الدالة g ثم استنتج اتجاه تغيراتها.

3) شكل جدول تغيرات الدالة g ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0,+\infty[$.

4) بين أن المعادلة $g(x)=1$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]0.1;0.3[$.

III- نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بـ : $f(x)=x^2\left(1-\frac{\ln x}{x}\right)$ و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) بين أن f قابلة للاشتقاق على المجال $]0,+\infty[$ و أن $f'(x)=g(x)$

3) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها وأن النقطة التي فاصلتها $\frac{1}{2}$ نقطة انعطاف للمنحنى (C_f).

4) عين معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 1 ثم حدد وضعية (C_f) بالنسبة للمماس (Δ).

5) لتكن M نقطة من (C_f) فاصلتها x .عين نهاية معامل توجيه المستقيم (OM) لما x يؤول إلى 0 عن اليمين. ماذا تستنتج ؟

6) أرسم (Δ) و (C_f).

7) أ) بين أن معادلة المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها α هي $y=x-\alpha^2+\alpha$

ب) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $x^2-x(1+\ln x)-m=0$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول :

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة التالية: $(z+\sqrt{3}-3i)(z^2-6z+12)=0$.

2) ينسب المستوي المركب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.نعتبر النقط A ، B و C التي لواحقها على الترتيب $z_A=3+i\sqrt{3}$ ، $z_B=3-i\sqrt{3}$ و $z_C=-\sqrt{3}+3i$.

أ) اكتب كل من z_A و z_C على الشكل المثلثي ثم استنتج طبيعة المثلث OAC.

ب) احسب قيمة العدد المركب : $\left(\dfrac{z_A}{2\sqrt{3}}\right)^{1432}+\left(\dfrac{z_B}{2\sqrt{3}}\right)^{1432}$.

3) بين أن المستقيمين (AD) و (BC) متعامدين حيث النقطة D هي نظيرة النقطة C بالنسبة لمحور الفواصل.

4) عين نسبة وزاوية التشابه S الذي مركزه $E(3-\sqrt{3};0)$ ويحول النقطة A إلى C.

5) بين أن النقط A ، E ، O و C تنتمي إلى نفس الدائرة يطلب تعينها.

التمرين الثاني :

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ : $u_0=3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $3u_{n+1}=u_n+4n+4$.

1) احسب u_1 ، u_2 ، u_3.

2) أ) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n>0$.

ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 1$ ، $u_n>\dfrac{4}{3}n$

جـ) استنتج نهاية المتتالية (u_n) .

3) نعرف المتتالية (v_n) بـ: من أجل كل عدد طبيعي n، $v_n=u_n-2n+1$.

أ) برهن أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n=4\left(\dfrac{1}{3}\right)^n+2n-1$.

جـ) احسب بدلالة n. المجموع S_n المعرف من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $S_n=u_0+u_1+u_2+\ldots+u_n$.

(يمكن ملاحظة أن (u_n) هي عبارة عن مجموع متتاليتين إحداهما (v_n)).

4) نعتبر المتتالية (w_n) المعرفة بـ : $w_0=-1$ و من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n، $nw_n=(n+1)w_{n-1}+3$

أ) احسب w_1 ، w_2 ، w_3 و w_4 .ما تخمينك حول طبيعة هذه المتتالية ؟

ب) برهن على طبيعة المتتالية (w_n) .احسب w_{1006}.

التمرين الثالث :

ينسب الفضاء إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

من بين الأجوبة المقترحة توجد إجابة صحيحة واحدة. اختر الإجابة الصحيحة مع تعليل.

لتكن النقط $A(3;-2;2)$ ، $B(6;1;5)$ ، $C(6;-2;-1)$ و $D(0;4;-1)$.

1) المثلث ABC مثلث :

أ) قائم و متقايس الساقين   ب) قائم في B جـ) قائم

2) المستوي (P) الذي معادلته $x+y+z-3=0$

أ) يعامد المستقيم (AB) ويمر بالنقطة C.   ب) يعامد المستقيم (AB) ويمر بالنقطة A.   جـ) يوازي (AB) .

3) المعادلة الديكارتية للمستوي (P') العمودي على المستقيم (AC) ويمر بالنقطة A هي:

أ) $x+z-5=0$.   ب) $x-z+1=0$ جـ) $2x-2z=2$

4) التمثيل الوسيطي للمستقيم (Δ) تقاطع (P) و (P') هو:

أ) $\begin{cases} x = 3+2t \\ y = 3+t \quad , t\in\mathbb{R} \\ z = t \end{cases}$ ب) $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = 2-2t \quad , t\in\mathbb{R} \\ z = -t \end{cases}$ جـ) $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2-2t \quad , t\in\mathbb{R} \\ z = t \end{cases}$

5) المستقيم (AD) عمودي على المستوي

أ) (ABC). ب) (ABD) جـ) (BCD)

6) حجم رباعي الوجوه $ABCD$ هو

أ) $54uv$. ب) $81uv$ جـ) $27uv$

7) الزاوية الهندسية $\widehat{BDC}$ قيسها

أ) $\frac{3\pi}{4}$. ب) $\frac{\pi}{3}$ جـ) $\frac{\pi}{4}$

8) المسافة بين النقطة A والمستوي (BDC) تساوي

أ) 3. ب) $\sqrt{6}$ جـ) $3\sqrt{3}$

التمرين الرابع :

I- نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbf{R}$ بـ : $g(x) = e^{x-2}+1-x$

1) بين أن g قابلة للاشتقاق على $\mathbf{R}$ ثم احسب $g'(x)$.

2) عين اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها (النهايات عير مطلوبة)

3) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbf{R}$.

II- نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbf{R}$ بـ : $f(x) = x-1+\frac{x}{e^{x-2}}$ و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أ) احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) احسب $\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-(x-1)\right]$ ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنى (C_f).

2) بين أن f قابلة للاشتقاق على $\mathbf{R}$ و أن $f'(x) = \frac{g(x)}{e^{x-2}}$

3) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها وأن النقطة التي فاصلتها 2 نقطة انعطاف للمنحنى (C_f).

4) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (Δ) معامل توجيهه 1، يطلب تعيين معادلته.

5) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]0.1;0.2[$.

6) ارسم (Δ) و (C_f).

7) أ) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $\frac{x}{e^{x-2}} = m+1 \;.....(1)$

ب) بين أنه إذا كانت المعادلة (1) تقبل حلين β و γ فإن $\beta e^{\gamma} = \gamma e^{\beta}$.

8) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbf{R}$ بـ : $h(x) = (x-1)(1+e^{3-x})$ و (C_h) في المعلم السابق

أ) بين أن $h(x) = f(x-1)+1$ ثم استنتج كيفية إنشاء (C_h) انطلاقا من (C_f) .

ب) ارسم (C_h).