الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية
مديرية التربية لولاية الأغواط
ثانويات ولاية الأغواط

الإمتحان التجريبي لشهادة البكالوريا (2015)
إختبار في مادة الرياضيات
الشعبة : علوم تجريبية
يوم : 18 ماي 2015   المدة : 3 ساعات ونصف

تنبيه : على المترشح أن يختار أحد الموضوعين

الموضوع الأول

التمرين الأول : (04.5 نقاط)

1- ليكن $P(z)$ كثير الحدود ذو المتغير المركب z حيث : $P(z)=z^3-8z^2+24z-32$.

أ - تحقق أن : $P(4)=0$.

ب - عين الأعداد الحقيقية α ، β و γ بحيث يكون : $P(z)=(z-4)(\alpha z^2+\beta z+\gamma)$

ج - حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z)=0$.

2- نعتبر النقط A ، B و C ذات اللوحق على الترتيب $z_A=2+2i$ ، $z_B=4$ و $z_C=\overline{z_A}$

أ- علم النقط A ، B و C في معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{u};\vec{v})$ نأخذ $2cm$ كوحدة للرسم .

ب- أوجد العبارة المركبة للدوران r الذي يحول النقطة A الى B و يحول النقطة B الى C .

ت- عين مركز و زاوية الدوران r .

ث- تحقق ان O هي صورة C بالدوران r. ثم استنتج طبيعة الرباعي $OABC$.

3- أوجد إحداثيات مركز ثقل الرباعي $OABC$.

4- عين ثم أنشئ مجموعة النقط M ذات اللاحقة z التي تحقق : $|(1+i)z-2-2i|=|z_A|$.

التمرين الثاني : (04.5 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ نعتبر النقط $A(-2;0;1)$ ، $B(1;2;-1)$ ، $C(-2;2;2)$.

و المستقيم (Δ) تمثيله الوسيطي : $;t\in\mathbb{R}$ $\begin{cases}x=-2\\y=-1+3t\\z=t\end{cases}$.

1- أحسب $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$. ثم أوجد قيس الزاوية $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC})$. إستنتج أن النقط A ، B و C تعين مستويا ,

2- تحقق أن الشعاع $\vec{u}(2;-1;2)$ ناظمي للمستوي (ABC) , ثم عين معادلة ديكارتية له .

3- بين أن المستويين (P_1) و (P_2) اللذين معادلتيهما على الترتيب : $x+y-3z+3=0$ و $x-2y+6z=0$ يتقطعان وفق المستقيم (Δ) .

4- بين أن المستقيم (Δ) يقطع المستوي (ABC) وفق نقطة يطلب تعيينها .

5- أكتب معادلة سطح الكرة (S) ذات المركز $\omega(1;-3;1)$ و نصف قطرها $R=3$.

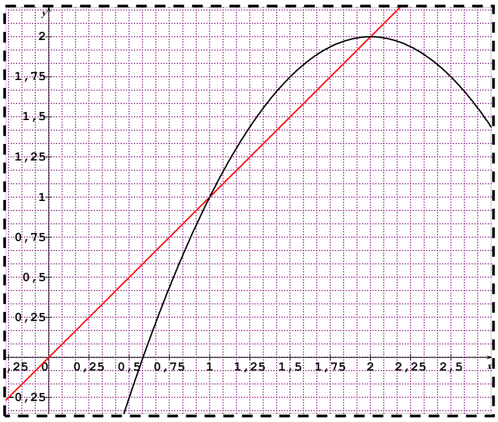
أ- أدرس تقاطع سطح الكرة (S) والمستقيم (Δ).

ب- بين أن المستوي (ABC) مماس لسطح الكرة (S) .

التمرين الثالث : (04.5 نقاط)

في الشكل المقابل (C_f) التمثيل البياني للدالة f على المجال $[0,3]$ حيث : $f(x)=2-(x-2)^2$.

و (Δ) المستقيم الذي معادلته : $y=x$.



1) (u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $u_0=\frac{5}{4}$ و $u_{n+1}=f(u_n)$

أ- مثل على محور الفواصل (على الوثيقة المرفقة) الحدود التالية : u_0,u_1,u_2,u_3 دون حسابها مبرزا خطوط التمثيل .

ب- ضع تخمينا حول إتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها .

2) أ- برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n: $1<u_n<2$.

ب- ادرس إتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم استنتج انها متقاربة .

3) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة : $v_n=\ln(2-u_n)$

أ- برهن أن (v_n) متتالية هندسية أساسها 2 . يطلب حساب حدها الأول .

ب- أكتب بدلالة n كلا من v_n و u_n ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

ج - أحسب بدلالة n المجموع : $S_n=v_0+v_1+v_2+....+v_n$

د- احسب بدلالة n الجداء : $P_n=(2-u_0)(2-u_1)(2-u_2)......(2-u_n)$.

التمرين الرابع : (06.5 نقاط)

الجزء الأول : لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=x^2+3x-4+4\ln x$

1. أحسب نهايتي الدالة g عند 0 و عند $+\infty$.
2. بين أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$ ، $g'(x)=\frac{2x^2+3x+4}{x}$.
3. أدرس إتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.
4. أحسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$.

الجزء الثاني : نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=x+3\ln x-\frac{4\ln x}{x}$

نسمي (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=3cm$.

1. أحسب نهايتي الدالة f عند 0 و عند $+\infty$.
2. بين أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$ ، $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$ ،
   - إستنتج إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
3. أدرس الوضع النسبي بين المنحنى (C_f) و المستقيم (D) ذا المعادلة $y=x$.
4. أرسم (D) و (C_f).
5. لتكن الدالة F المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $F(x)=\frac{1}{2}x^2-3x(1-\ln x)-2(\ln x)^2$.
   - أثبت أن F هي دالة أصلية للدالة f على المجال $]0;+\infty[$.
   - أحسب بـ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) ومحور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=e$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (04 نقاط)

لتكن (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ : $\begin{cases} u_1 = \dfrac{1}{2} \\ u_{n+1} = \dfrac{n+1}{2n} u_n \end{cases}$

1) أحسب u_2 ، u_3 و u_4.

2) أ- أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n: $u_n > 0$.

ب- أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n). ماذا تستنتج حول تقارب المتتالية (u_n) ؟

3) نضع من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n: $v_n = \dfrac{u_n}{n}$.

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

ب- استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $u_n = \dfrac{n}{2^n}$.

4) نعتبر الدالة f المعرفة على $[1;+\infty[$ بـ : $f(x) = \ln x - x\ln 2$.

- أحسب نهاية f عند $+\infty$ ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

التمرين الثاني : (04 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ نعتبر النقط $A(1;2;0)$، $B(1;1;4)$، $C(-1;1;1)$ ، $D(3;4;-5)$، $M(x;y;z)$ و الشعاع $\vec{v}$ حيث $\vec{v} = -2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$.

1) بين أن الشعاع $\vec{v}$ ثابت مركباته $\vec{v}(-2;-2;5)$.

2) لتكن (P) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق : $-2\overrightarrow{MA}^2 + \overrightarrow{MB}^2 + \overrightarrow{MC}^2 = 23$.

أ- بين أن المجموعة (P) تحقق العلاقة : $\overrightarrow{AM}\cdot\vec{v} = 0$ ، ثم استنتج طبيعة (P) محددا عناصرها المميزة .

ب- أكتب معادلة ديكارتية لسطح الكرة (S) التي مركزها D و تمس (P) في النقطة A.

3) عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة $E(2;-4;-2)$ و شعاع توجيهه $\vec{u}(-1;6;2)$.

4) بين أن المستقيم (Δ) محتوى في (P) و يمس سطح الكرة (S) في A .

التمرين الثالث : (05 نقاط)

1) عددان مركبان حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ جملة المعادلتين z_1 و z_2 : $\begin{cases} \sqrt{3}z_1 - z_2 = -2 \\ z_1 - \sqrt{3}z_2 = -2i \end{cases}$

2) في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{u};\vec{v})$ وحدة الأطوال $4cm$ نعتبر النقطتين A و B ذات اللاحقتين $z_A = -\sqrt{3} + i$ و $z_B = -1 + \sqrt{3}i$.

أ- أكتب على الشكل الآسي كل من z_A و z_B ثم علم النقطتين A و B .

ب- عين طويلة و عمدة العدد المركب $\dfrac{z_A}{z_B}$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABO و قيس الزاوية $(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB})$.

3) عين لاحقة النقطة C بحيث يكون الرباعي $ACBO$ معين .

- مثل النقطة C . ثم أحسب مساحة المثلث ABC بـ cm^2 .

4) ليكن f التحويل الذي يرفق بكل نقطة $M\left(z\right)$ النقطة $M'\left(z'\right)$ حيث : $z'=e^{-i\frac{\pi}{6}}z$.

أ- حدد طبيعة التحويل f و عين عناصره المميزة .

5) لتكن النقط C',B',A' صور النقط C,B,A على الترتيب بالتحويل f .

- ما هي مساحة المثلث $A'B'C'$ بـ cm^2 .

التمرين الرابع : (07نقاط)

الجزء الأول : نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g\left(x\right)=1-x+e^{x}$.

1) أدرس تغيرات الدالة g ثم أنشئ جدول تغيراتها .

2) إستنتج إشارة $g\left(x\right)$ على $\mathbb{R}$.

الجزء الثاني : لتكن f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f\left(x\right)=x+1+\dfrac{x}{e^{x}}$.

نسمي $\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $\left(o;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجال تعريفها .

2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $f'\left(x\right)=e^{-x}.g\left(x\right)$.

- إستنتج إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) بين أن المعادلة $f\left(x\right)=0$ تقبل حلا وحيدا α على $\mathbb{R}$ ثم إستنتج أن $-1<\alpha<0$.

4) أ- أوجد فاصلة النقطة من $\left(C_f\right)$ التي يكون فيها معامل توجيه المماس $\left(\Delta\right)$ للمنحنى $\left(C_f\right)$ يساوي 2 .

ب- أكتب معادلة $\left(\Delta\right)$ ثم إستنتج الوضع النسبي للمنحنى $\left(C_f\right)$ والمماس $\left(\Delta\right)$.

ت- أنشئ $\left(\Delta\right)$ و $\left(C_f\right)$ على المجال $\left[-3;3\right]$.

5) نعتبر الدالة k المعرفة على المجال $\left[-3;3\right]$ كما يلي : $k\left(x\right)=f\left(\left|x\right|\right)$

نسمي $\left(C_k\right)$ تمثيلها البياني في المعلم السابق ذكره .

أ- بين أن k دالة زوجية ثم أكتب $k\left(x\right)$ بدون رمز القيمة المطلقة .

ب- إشرح كيفية إنشاء $\left(C_k\right)$ إنطلاقا من $\left(C_f\right)$ ثم أنشئه .

الجزء الثالث : H دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $H\left(x\right)=\left(-x-1\right)e^{-x}$.

1) بين أن الدالة H هي دالة أصلية للدالة : $h:x\mapsto xe^{-x}$ على $\mathbb{R}$.

2) أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى $\left(C_f\right)$ والمماس $\left(\Delta\right)$ و بالمستقيمين اللذين معادلتاهما : $x=1$ و $x=3$.

الثقة بالنفس مفتاح النجاح – تفائل وكن إيجابيا – بالتوفيق للجميع

وثيقة مرفقة - خاصة بالتمرين الثالث – الموضوع الأول :

الإسم واللقب : ....

....

وثيقة مرفقة - خاصة بالتمرين الثالث – الموضوع الأول :

الإسم واللقب : ....

الموضوع الأول	
التمرين الأول (4.5 نقاط)	**التنقيط**
1- أ - التحقق من أن $P(4)=0$	0.25
ب- تعيين الاعداد الحقيقية α , β و γ : $\alpha=1$, $\beta=-4$, $\gamma=8$.	0.50
ج- حلول المعادلة $P(z)=0$: $S=\{4;2+2i;2-2i\}$	0.50
2- أ - تعليم النقط A , B و C .	0.50
ب- إيجاد العبارة المركبة للدوران r : $a=-i$, $b=2+2i$ ومنه : $z'=-iz+2+2i$	0.75
ج- تعيين زاوية ومركز الدوران : $\theta=\arg(a)=\arg(-i)=-\frac{\pi}{2}+2\pi k$	0.25
د- مركزه النقطة الصامدة : $r(\omega)=\omega$ معناه : $z_\omega=2$ r دوران مركزه : $\omega(2;0)$ وزاويته : $\theta=-\frac{\pi}{2}$.	0.25
أ- التحقق بأن O هي صورة C بالدوران r: $z_C'=-iz_C+2+2i=-i(2-2i)+2+2i=-2-2i+2+2i=0$	0.25
إستنتاج طبيعة الرباعي $OABC$: لدينا : $\omega A=\omega B=\omega C=\omega O$ و $(\overrightarrow{\omega A};\overrightarrow{\omega B})=-\frac{\pi}{2}+2\pi k$ إذن : الرباعي $OABC$ هو مربع .	0.50
إيجاد إحداثيات مركز ثقل الرباعي $OABC$: $z_G=\frac{z_A+z_B+z_C+z_O}{4}=\frac{2+2i+4+2-2i+0}{4}=2$ ومنه مركز ثقل المربع $OABC$ هي النقطة : $\omega(2;0)$.	0.25
تعيين مجموعة النقط M: $\lvert(1+i)z-2-2i\rvert=\lvert z_A\rvert$ معناه : $\lvert z-2\rvert=2$ إذن مجموعة النقط هي دائرة مركزها النقطة $\omega(2;0)$ ونصف قطرها $R=2$.	0.50
التمرين الثاني (4.5 نقاط)	**التنقيط**
1- حساب $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$: $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=(3)(0)+(2)(2)+(-2)(1)=2$.	0.25
2- إيجاد قيس الزاوية $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC})$: لدينا : $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=AB.AC.\cos\theta$ حيث : $\theta=(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC})$ ومنه : $\cos(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC})=\frac{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}}{AB.AC}=\frac{2}{\sqrt{17}\times\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{85}}{85}$ ومنه نجد : $\theta\simeq 77^0$	0.25
إستنتاج أن النقط A , B و C تعين مستويا : بما أن : $\theta\neq\pi k$ نستنتج أن الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطيا . إذن النقط : A , B و C ليست على إستقامية فهي تعين مستويا .	0.50
3- التحقق بأن الشعاع $\vec{u}(2;-1;2)$ ناظمي للمستوي (ABC) : نثبت أن الشعاع $\vec{u}(2;-1;2)$ عمودي على كل من الشعاعين : $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$.	0.50
تعيين معادلة ديكارتية لـ (ABC): $(ABC):2x-y+2z+2=0$	0.50
4- تبين أن المستويين (P_1) و (P_2) متقاطعان وفق مستقيم :	0.5

	نثبت أولا : أن الأشعة الناظمية لهما غير مرتبطين خطيا . نثبت ثانيا : أن $(\Delta)\subset(P_1)$ و $(\Delta)\subset(P_2)$ ومنه مما سبق : (P_1) و (P_2) يتقطعان وفق المستقيم (Δ) .
0.50	نبين أن المستقيم (Δ) يقطع المستوي (ABC) وفق نقطة : – نبين أن الجداء السلمي للشعاعين $\vec{n}(2;-1;2)$ و $\vec{u}(0;3;1)$ غير معدوم : $\vec{n}\,\vec{u}=-1\neq 0$ معناه : أن المستقيم (Δ) يقطع المستوي (ABC) وفق نقطة . إيجاد إحداثيات نقطة التقاطع : $H(-2;-4;-1)$
0.50	كتابة معادلة سطح الكرة (S) ذات المركز $\omega(1;-3;1)$ و نصف القطر $R=3$: $(S):(x-1)^2+(y+3)^2+(y-1)^2=9$
0.50	أ- دراسة تقاطع سطح الكرة (S) والمستقيم (Δ): $(-2-1)^2+(-1+3t+3)^2+(t-1)^2=9$ ومنه نجد: $10t^2+4t+5=0$ المميز : $\Delta<0$ المعادلة لا تقبل حلولا في $\mathbb{R}$ ومنه (Δ) لا يقطع (S) . $(\Delta)\cap(S)=\varnothing$.
0.50	– تبين أن المستوي (ABC) مماس لسطح الكرة (S) : نثبت أن : $d(\omega;(ABC))=R$. $d(\omega;(ABC))=3=R$ ومنه : المستوي (ABC) مماس لسطح الكرة (S)
التنقيط	**التمرين الثالث (4.5 نقاط)**
0.50	تمثيل الحدود u_0,u_1,u_2,u_3.
0.25	التخمين : المتتالية (u_n) متزايدة تماما و متقاربة .
0.75	البرهان بالتراجع على أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $1<u_n<2$
0.5	دراسة اتجاه تغير المتتالية (u_n) : دراسة إشارة $[u_{n+1}-u_n]$ (u_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$
0.25	نستنتج : بما أن (u_n) متزايدة تماما ومحدودة من الأعلى بـ 2 فهي متقاربة
0.25 0.25 0.25	إثبات أن (v_n) متتالية هندسية : (v_n) متتالية هندسية أساسها $q=2$. حدها الأول $v_0=\ln\frac{3}{4}$
0.25 0.25	كتابة بدلالة n كلا من v_n و u_n : $v_n=2^n.\ln\frac{3}{4}$, $u_n=2-e^{2^n.\ln\frac{3}{4}}$.
0.25	حساب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$: $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=\lim\limits_{n\to+\infty}\left[2-e^{v_n}\right]=2$ لأن : $\lim\limits_{n\to+\infty}v_n=-\infty$.
0.25	حساب المجموع : $S_n=v_0+v_1+v_2+....+v_n$: $S_n=\left(2^{n+1}-1\right)\ln\frac{3}{4}$
0.5	حساب بدلالة n الجداء : $\mathrm{P}_n=(2-u_0)(2-u_1)(2-u_2)......(2-u_n)$: $\mathrm{P}_n=e^{\left(2^{n+1}-1\right)\ln\frac{3}{4}}=\left(\frac{3}{4}\right)^{\left(2^{n+1}-1\right)}$
التنقيط	**التمرين الرابع (6.5 نقاط)**
0.25 0.25	حساب النهايات : $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}g(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=+\infty$
0.25	تبين أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$, $g'(x)=\dfrac{2x^2+3x+4}{x}$.
0.25	دراسة إتجاه تغير الدالة g : g دالة متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$

<table>
<tr><td>0.50</td><td>
جدول تغيراتها :

<table>
<tr><td>x</td><td>0</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>$g'(x)$</td><td></td><td>$+$</td><td></td></tr>
<tr><td>$g(x)$</td><td>$-\infty$</td><td>$\nearrow$</td><td>$+\infty$</td></tr>
</table>
</td></tr>
<tr><td>0.25</td><td>حساب $g(1)$ ؛ $g(1)=0$</td></tr>
<tr><td>0.25</td><td>
استنتاج إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$:

$g(x)\leq 0$ على المجال $]0;1]$ و $g(x)\geq 0$ على المجال $[1;+\infty[$
</td></tr>
<tr><td>0.25
0.25</td><td>حساب نهايات الدالة f ؛ $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$</td></tr>
<tr><td>0.5</td><td>تبين أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$ ؛ $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$.</td></tr>
<tr><td>01</td><td>
جدول تغيرات الدالة f :

<table>
<tr><td>x</td><td>0</td><td></td><td>1</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>$f'(x)$</td><td></td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td></td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td>$+\infty$</td><td>$\searrow$</td><td>1</td><td>$\nearrow$</td><td>$+\infty$</td></tr>
</table>
</td></tr>
<tr><td>0.75</td><td>
دراسة الوضع النسبي بين المنحنى (C_f) و المستقيم (D) ذا المعادلة $y=x$:

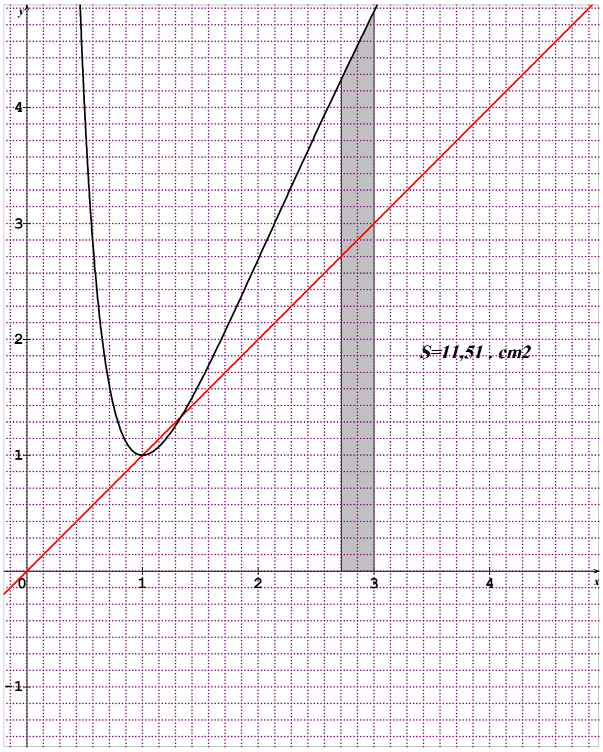
دراسة إشارة الفرق : $f(x)-x=\dfrac{(3x-4)\ln x}{x}$ إشارة الفرق من إشارة : $[(3x-4)\ln x]$

<table>
<tr><td>x</td><td>0</td><td></td><td>1</td><td></td><td>$\frac{4}{3}$</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>$3x-4$</td><td></td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>$\ln x$</td><td></td><td></td><td>$-$</td><td></td><td>0</td><td>$+$</td><td></td></tr>
<tr><td>$f(x)-x$</td><td></td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td></td></tr>
</table>

✓ المنحنى (C_f) فوق المستقيم $y=x$ على المجالين $]0;1[$ و $\left]\frac{4}{3};+\infty\right[$.

✓ المنحنى (C_f) تحت المستقيم $y=x$ على المجال $\left]1;\frac{4}{3}\right[$.

✓ المنحنى (C_f) يقطع المستقيم $y=x$ في نقطتين $A(1;1)$ و $B\left(\frac{4}{3};\frac{4}{3}\right)$.
</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
</table>

01	- رسم (D) و (C_f) : 
0.25	إثبات أن F هي دالة أصلية للدالة f على المجال $]0;+\infty[$. نثبت أن : $F'(x)=f(x)$
0.5	حساب المساحة : $S=3^2\times\int_e^3 f(x)dx=9[F(x)]_e^3=9[F(3)-F(e)]=9\times1,27908\simeq11.51cm^2$

التصحيح النموذجي للموضوع الثاني علوم تجريبية مع سلّم التنقيط

التمرين الأول (04ن)

3x0.25 **1)حساب الحدود:** $U_4;\ U_3; U_2$ ....

نجد $U_4=\frac{1}{4};\ U_3=\frac{3}{8}; U_2=\frac{1}{2}$

0,5 **2) أ) اثبات أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n :** $U_n>0$ ....

نستعمل البرهان بالتراجع

0,5 **ب) دراسة اتجاه تغير المتتالية** (U_n) ....

نحسب $u_{n+1}-u_n=\frac{u_n(1-n)}{2n}$ من أجل $n\geq 1$ لدينا $u_{n+1}-u_n\leq 0$ و منه المتتالية (U_n) متناقصة

0,25 **ج) تقارب المتتالية** (U_n) ....

المتتالية (U_n) محدودة من الأسفل و متناقصة فهي إذن متقاربة

0,25+0,5 **3)أ) نبين أن (V_n) هندسية مع تعيين الأساس و الحد الأول** ....

لدينا $V_{n+1}=\frac{u_{n+1}}{n+1}=\frac{\frac{n+1}{2n}u_n}{n+1}=\frac{1}{2}\left(\frac{u_n}{n}\right)=\frac{1}{2}V_n$ و منه $q=\frac{1}{2}$ و $V_1=\frac{1}{2}$ و $V_n=\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}=\frac{1}{2^n}$

0,5 **ب) استنتاج** U_n ....

لدينا $u_n=n.V_n=n\frac{1}{2^n}=\frac{n}{2^n}$

0,25 **4) حساب نهاية نهاية f عند** $+\infty$ ....

لدينا $\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to+\infty}x\left(\frac{lnx}{x}-ln2\right)=-\infty$ من جهة اخرى $f(x)=lnx-ln2^x=ln\frac{x}{2^x}$

0,5 استنتاج $\lim_{n\to+\infty}U_n$ ....

و منه $\lim_{x\to+\infty}e^{f(x)}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x}{2^x}=0$ و منه $\lim_{n\to+\infty}U_n=0$

التمرين الثاني :(04ن)

0,5 **1) نبين أن الشعاع $\vec{V}$ ثابت** ....

لدينا $\vec{V}=-2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=-2\overrightarrow{MA}+\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AB}\right)+\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AC}\right)=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$

و $\overrightarrow{AB}(0;-1;4),\overrightarrow{AC}(-2;-1,1)$ و منه $\vec{V}(-2\ ;-2\ ;5)$

0,5 **2) أ) نبين أن المجموعة (P) تحقق العلاقة :** $\overrightarrow{AM}.\vec{V}=0$ ....

لدينا $-2\overrightarrow{MA}^2+\overrightarrow{MB}^2+\overrightarrow{MC}^2=23$

تكافئ $-2\overrightarrow{MA}^2+\overrightarrow{MA}^2+\overrightarrow{AB}^2+2\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{MA}^2+\overrightarrow{AC}^2+2\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{AC}=23$

و منه $2\overrightarrow{MA}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)=-AB^2-AC^2+23$ و منه $2\overrightarrow{MA}.\vec{V}=-23+23=0$

تابع لتصحيح التمرين الثاني الموضوع الثاني ع ت

0,5 استنتاج طبيعة (P) و عناصرها المميزة...

لدينا $\overrightarrow{AM}.\vec{V}=0$ ومنه (P) هي المستوي الذي يشمل $A(1;2;0)$ و شعاعه الناظمي $\vec{V}(-2\,;-2\,;5)$

معادلته : $-2x-2y+5z+6=0$

01 2)ب) معادلة ديكارتية لسطح الكرة (S) التي مركزها D و تمس (P) في النقطة A ....

طول نصف قطر سطح الكرة (S) هو : $r=DA=\sqrt{33}$

و معادلة سطح الكرة (S) : $(x-3)^2+(y-4)^2+(z+5)^2=33$

0,5 3)أ) التمثيل الوسيطي للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة $E(2;-4;-2)$ و شعاع توجيهه $\vec{U}(-1\,;6\,;2)$...................

هو $\begin{cases} x=2-t \\ y=-4+6t \\ z=-2+2t \end{cases}$ حيث $t\in\mathbb{R}$

01 ب) نبين أن المستقيم (Δ) محتوى في (P) و يمس سطح الكرة (S) في A...

لدينا $\vec{U}(-1\,;6\,;2)$ و $\vec{V}(-2\,;-2\,;5)$ يحققان $\vec{U}.\vec{V}=0$ و (P) المستوي الذي يشمل $A(1;2;0)$

و $A\in(\Delta)$ (نجد نفس القيمة للوسيط $t=1$) و منه المستقيم (Δ) محتوى في (P)

بما أن سطح الكرة (S) التي مركزها D تمس (P) في النقطة A التي تنتمي الى (Δ) فان (Δ) يمس سطح الكرة (S) في A

التمرين الثالث : 05ن

0,75 1) حل الجملة : $S=\{(-\sqrt{3}+i\,;-1+\sqrt{3}i)\}$..

2x0,25 2) أ)الكتابة على الشكل الأسي ....

نجد ; $z_A=2e^{i\frac{5\pi}{6}}$; $z_B=2e^{i\frac{2\pi}{3}}$

2x0,25 تعليم النقطتين ....

0,5 3) طويلة و عمدة العدد المركب $\frac{z_A}{z_B}$ ....

لدينا $\left|\frac{z_A}{z_B}\right|=1\,;\arg\left(\frac{z_A}{z_B}\right)=\frac{\pi}{6}$

2x0,25 طبيعة المثلث ABO متساوي الساقين و $(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB})=-\frac{\pi}{6}$ ....

0,75 4) تعيين لاحقة C ....

لدينا $OA=OB$ و منه $ACBO$ معين معناه $[OC]$و$[AB]$ نفس المنتصف

و منه $\frac{z_C}{2}=\frac{z_B+z_A}{2}$ و منه $z_C=-1-\sqrt{3}+(1+\sqrt{3})i$

0,25 تعليم النقطة C ....

0,5 مساحة المثلث ABC ....

لدينا $S_{ABC}=\frac{AB\times\frac{OC}{2}}{2}=\frac{\sqrt{8-4\sqrt{3}}}{2}\times\frac{\sqrt{8+4\sqrt{3}}}{2}=\frac{\sqrt{16}}{4}=1u.a=16cm^2$

0,5

0,25

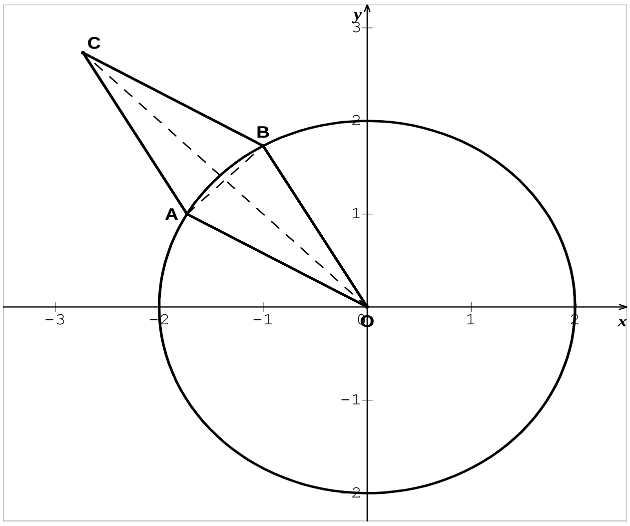
تابع لتصحيح التمرين الثالث الموضوع الثاني ع ت

5) أ) طبيعة التحويل f و عين عناصره المميزة ....

لدينا f دوران زاويته $-\frac{\pi}{6}$ و مركزه O

ب) استنتاج مساحة المثلث $A'B'C'$ ....

لدينا $S_{A'B'C'} = S_{ABC} = 16cm^2$



التمرين الرابع : 07ن

I) 1) لدينا : $g(x)=1-x+e^x$.

0,5

النهايات: ....

$\lim_{x\to-\infty} g(x)=+\infty; \lim_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$

المشتقة: $g'(x)=-1+e^x$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	2	$+\infty$

جدول التغيرات الدالة g:

0,25

2) إشارة الدالة g : من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $g(x)>0$ ....

II) لدينا : $f(x)=x+1+\frac{x}{e^x}$

2x0,25

1) أ)النهايات : $\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty; \lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ ....

0,5

ب) المشتقة : ....

$$f(x)=x+1+\frac{x}{e^x}$$

$$f'(x)=1+\frac{e^x-xe^x}{e^{2x}}$$

$$f'(x)=\frac{e^{2x}+e^x-xe^x}{e^{2x}}$$

$$f'(x)=e^{-x}.g(x)$$

جدول التغيرات:.. 0,5

x	$-\infty$ $\qquad$ $+\infty$
$f'(x)$	$+$
$f(x)$	$-\infty \nearrow +\infty$

2) بين أنّ $f(x)=0$ تقبل حلاّ وحيدا α على $\mathbb{R}$ 3x0,25

مبرهنة القيم المتوسطة

استنتاج أن: $-1<\alpha<0$

3) أ) إيجادفاصلة النقطة من (C_f) التي يكون فيها معامل توجيه المماس (Δ) للمنحني (C_f) يساوي 2............. 0,5

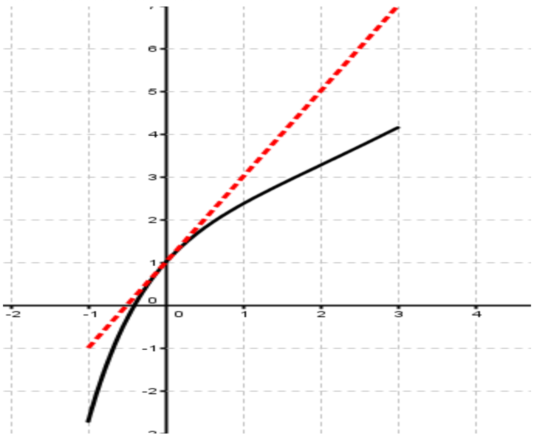
لدينا $f'(x)=2$ تكافئ $e^{-x}.g(x)=2$ محققة من أجل $x=0$

معادلة (Δ) : $\quad y=2x+1$ *0,25*

الوضع النسبي : 0,25

لدينا $f(x)-y=\frac{x(1-e^{x})}{e^{x}}$ لما $x\in]-\infty;+\infty[$: (C_f) تحت (Δ)

4) انشاء (C_f) و (Δ) 0,5



5) لدينا $k(x)=f(|x|)$

$$k(x)=|x|+1+\frac{|x|}{e^{|x|}}$$

أ) *اثبات أن* $k(x)$ *دالة زوجية* 0,25

$$k(-x)=|-x|+1+\frac{|-x|}{e^{|-x|}}=|x|+1+\frac{|x|}{e^{|x|}}=k(x)$$

كتابة $k(x)$ *دون رمز القيمة المطلقة :* 0,25

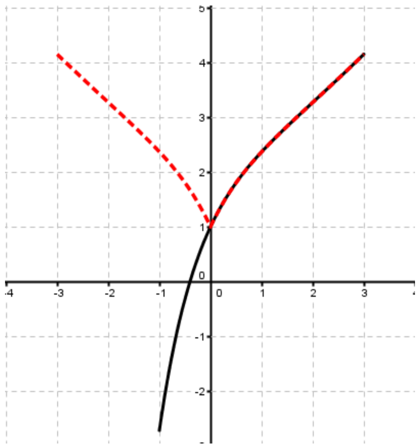
$$k(x)=x+1+\frac{x}{e^{x}};...x\geq 0$$

$$k(x)=-x+1+\frac{(-x)}{e^{(-x)}};...x<0$$

ب) كيفية الانشاء : 0,5

مطابق لـ: (C_f) من اجل $x \geq 0$

متناظر بالنسبة الى محور التراتيب من أجل $x \leq 0$



.... 0,25

H (III دالة معرفة على ℝ كما يلي: $H(x) = (-x-1)e^{-x}$

1) ***بين أنّ الدَّالة H هي دالة أصلية للدالة*** $h(x) = xe^{-x}$ على ℝ 0,5

نجد : $H'(x) = xe^{-x}$

2) ***المساحة:*** 0,75

$$A = \int_1^3 \left((2x+1) - f(x)\right)dx = \int_1^3 \left(2x+1-x-1-xe^{-x}\right)dx =$$

$$A = \left[\frac{x^2}{2} - H(x)\right]_1^3$$

بعد التبسيط نجد : $A = 4 + 4e^{-3} - 2e^{-1}.(u.a)$ و $A \approx 3,46\ u.a$