

على المترشح اختيار احد الموضوعين

الموضوع الأول:

التمرين الأول: (05 نقاط)

- °1 حل في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة: $z^2 - 2z + 5 = 0$.
- °2 نعتبر في المستوى المركب المنسوب على معلم متعامد ومتجانس $(0, i, j)$ النقاط A, B, I التي لواحقها على الترتيب $z_1 = 1 - 2i, z_2 = -3, z_3 = 2 + i$.

أ/ اكتب على الشكل الجبري العدد المركب $Z = \frac{z_1 - z_A}{z_1 - z_B}$.

ب/ اكتب العدد المركب Z على الشكل الأسّي، ثم استنتج طبيعة المثلث IAB .

ج/ احسب z_C لاحقة النقطة C صورة النقطة I بالتحاكي الذي مركزه A ونسبته 2.

°3 أ/ لتكن النقطة G مرجح الجملة $\{(A;1), (B;-1), (C;1)\}$ احسب z_G لاحقة النقطة G .

ب/ عين طبيعة المجموعة (Γ_1) مجموعة النقاط M ذات اللاحقة Z من المستوى حيث:

$$2\|\overline{MA} - \overline{MB} + \overline{MC}\| = \|\overline{MA} + \overline{MB}\|$$

ج/ عين طبيعة المجموعة (Γ_2) مجموعة النقاط M ذات اللاحقة Z من المستوى حيث:

$$\|\overline{MA} - \overline{MB} + \overline{MC}\| = 4\sqrt{5}$$

التمرين الثاني: (05 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحددها الأول $u_0 = \sqrt{e}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n حيث $n \geq 1$

$$u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{1}{3}n + 1$$

1- احسب الحدود u_1, u_2, u_3, u_4 و u_4 (تدور النتائج الى 10^{-2}) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n)

2- أ- بين بالتراجع انه من أجل كل عدد طبيعي n حيث $n \geq 1$: $u_n \leq n + 3$

ب- بين انه من أجل كل عدد طبيعي $n \geq 1$: $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{3}(n + 3 - u_n)$ ثم استنتج اتجاه تغير (u_n)

3- $(v_n)_{n \geq 1}$ المتتالية العددية المعرفة بـ: $v_n = u_n - n$

أ- بين ان (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين حددها العام v_n

ب- استنتج عبارة u_n بدلالة n

4- نضع من اجل كل عدد طبيعي n حيث $n \geq 1$ $S_n = \left(\frac{2}{3}\right)^1 V_1 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 V_2 + \dots + \left(\frac{2}{3}\right)^n V_n$

$T_n = \frac{S'_n}{n^2}$ و $S'_n = n_1 + n_2 + \dots + n_n$ احسب المجموعين S_n و S'_n بدلالة n ثم عين $\lim_{n \rightarrow \infty} T_n$

التمرين الثالث (14) نقاط

الفضاء منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$: نعتبر النقط: $A(3, 2, 1)$; $B(3, 5, 4)$; و $C(0, 5, 1)$

1- بين ان المثلث ABC متقايس الاضلاع

2- تحقق ان الشعاع $r(1, 1, -1)$ ناظمي للمستوي (ABC) ثم استنتج معادلة ديكارتيه له

3- 1- عين إحداثيات النقطة G مركز ثقل المثلث ABC

ب- عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يمر بالنقطة G ويعامد المستوي (ABC)

ج- تحقق ان النقطة $F(4, 6, 0)$ تنتمي إلى المستقيم (Δ) ثم احسب حجم رباعي الوجوه $FABC$

4- بين ان المستقيمين (F, A) و (BC) متعامدين

5- 1- عين المجموعة (S) للنقط M من الفضاء التي تحقق $\|\overline{MG} + \overline{MF}\| = 6$

ب- عين الوضع النسبي للمجموعة (S) والمستوي (ABC)

التمرين الرابع : (16) نقاط

1) في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]-\infty, 3[$ كمايلي: $g(x) = \frac{-x+1}{-x+3} + \ln(-x+3)$

1) احسب نهايات g عند اطراف مجال تعريفها .

2) ادرس تغيرات الدالة g .

3) بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-1, 5[$ ثم استنتج إشارة $g(x)$

11) لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty, 3[$ كمايلي: $f(x) = (x-1)\ln(-x+3)$

و (C_f) تمثيلها البياني في المعلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (وحدة الطول $2cm$).

1°) احسب نهايات f عند اطراف مجال تعريفها .

ب- ادرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

2°) بين ان $f(\alpha) = \frac{(\alpha-1)^2}{3-\alpha}$ ثم استنتج حصر α .

3°) حل في المجال $]-\infty, 3[$ المعادلة: $f(x) = 0$ ثم استنتج إشارة $f(x)$ على المجال $]-\infty, 3[$

4°) احسب $f(-2)$ و $f(-3)$ ثم ارسم بدقة المنحنى (C_f) .

5°) f دالة عددية على المجال $]-\infty, 3[$ كمايلي: $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x + \left(\frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2}\right)\ln(-x+3)$

تحقق ان f دالة اصلية للدالة f على المجال $]-\infty, 3[$

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

نعتبر النقط $A(3; 4; 0)$ ، $B(0; 5; 0)$ ، $C(0; 0; 5)$ ، $D(-2; -4; 5)$ ، $E(-4; 0; -3)$ والشعاع $\vec{n}(1; 3; 3)$

1. بين أن (ABC) تعين سستو ناطقة \vec{n} ثم اكتب معادلة ديكارتية له

2. ابرهن أن المثلث AOB متساوي الساقين .

ب / عين إحداثيي النقطة I منتصف القطعة المستقيمة $[AB]$ ، ثم بين أن $OI = \frac{3\sqrt{10}}{2}$

ج / استنتج حجم رباعي الوجود $OABC$

3. احسب المسافة بين النقطة O والمستوي (ABC)

4. اجد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (DE)

ب / اكتب معادلة ديكارتية للمستوي المحوري (Q) للقطعة المستقيمة $[DE]$

ج / تحقق ان النقطة $F(-1; 1; \frac{7}{2})$ تنتمي للمستوي (Q)

د / استنتج المسافة بين النقطة F والمستقيم (DE)

التمرين الثاني : (05 نقط)

في المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ نعتبر النقط A, B, C التي لواحقها

على الترتيب : $Z_A = i$ ، $Z_B = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ و $Z_C = -1$

1- نعتبر التحويل النقطي (S) المعروف بـ : $Z' = 2e^{i\frac{\pi}{3}}Z + 1 - i$

ما طبيعة التحويل (S) وما عناصره المميزة .

2- عين لواحق النقط A', B' و C' صور النقط A, B, C بالتحويل (S)

3- عين لاحقة النقطة G مرجح الجملة : $\{(A, 3); (B, 1); (C, -2)\}$

ب- عين لاحقة النقطة G' مرجح الجملة : $\{(A', 3); (B', 1); (C', -2)\}$

ج- - عرّف z_0 حيث: $G' = D'(G)$ ماذا تستنتج؟

4- التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة $M(z)$ النقطة $M(z')$ حيث: $MM' = 3MA + MB - 2MC$

أ- بين أن $\overline{GM'} = \overline{MG}$ واستنتج طبيعة التحويل T وعناصره المميزة

ب- عرّف أوضاع النقط: E, D و F صور النقط A, B, C بالتحويل T

ج- بين أن المثلثين ABC و EDF متقايسان:

التمرين الثالث (09 نقط)

1) نعتبر الدالة g المعرفة على \mathbb{R} كما يلي $g(x) = (x-1)e^{-x} + 2$

1- احسب نهايات الدالة g عند حدود مجال التعريف ثم ادرس اتجاه تغيرات الدالة g

2- شكل جدول تغيرات g ثم علّل وجود عدد حقيقي α حيث $-0.36 < \alpha < -0.38$ يحقق $g(\alpha) = 0$

3- احسب $g(2)$ واستنتج إشارة $g(x)$ على \mathbb{R}

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} بـ $f(x) = 2x + 1 - xe^{-x}$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

أ- بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

2- أ- بين أنه من أجل كل x من \mathbb{R} : $f'(x) = g(x)$ ثم استنتج إشارة $f'(x)$ وشكل جدول تغيرات الدالة f

ب- بين أن $f(\alpha) = 2\alpha + 3 + \frac{2}{\alpha - 1}$ ثم جد حصر العدد $f(\alpha)$.

3- بين أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثيتها

4- أ- بين أن (C_f) يقبل مستقيماً مقارباً مائلاً (Δ) معادته $y = 2x + 1$

ب- ادرس الوضع النسبي للبيان (C_f) والمستقيم (Δ)

ج- اثنى المنحنى (C_f) في المعلم السابق وعلى المجال $[-1.5; +\infty[$ يعطى $f(-1.5) = 4.72$

5- لتكن الدالة h المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $h(x) = f(x^2 e^x)$

بامتثال مشتق دالة مركبة. استنتج اتجاه تغير الدالة h ثم شكل جدول تغيراتها

6- لتكن الدالة k المعرفة على \mathbb{R} كما يلي $k(x) = (ax + b)e^{-x}$

أ- عرّف العددين الحقيرين a و b بحيث تكون الدالة k دالة أصلية للدالة $x \rightarrow -xe^{-x}$

ب- استنتج دالة أصيلة للدالة f على \mathbb{R}