الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي التجريبية

الشعبة : العلوم التجريبية

ثانوية :أحمد بلحاج سعيد(2015/2014)

اختبار في مادة : الرياضيات

المدة : 3 ساعات ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول : (4,5 نقط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$.

نعتبر المستوي (P) دو المعادلة: $2x+y-2z+4=0$ و النقط : $A(3,2,6)$ ؛ $B(1,2,4)$ و $C(4,-2,5)$.

1- أ) تحقق أن النقط A ؛ B و C تعين مستويا .

ب) تحقق أن هدا المستوي (P) .

2- أ) بين أن المثلث ABC قائم .

ب) أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل المبدأ O و يعامد المستوي (P) .

ج) لتكن النقطة H المسقط العمودي للمبدأ O على المستوي (P) ؛ أحسب بطريقتين OH.

د) أحسب حجم رباعي الوجوه $OABC$.

3- لتكن G مرجح الجملة المثقلة : $\{(O,3),(A,1),(B,1),(C,1)\}$.

أ) حدد المسافة بين النقطة G و المستوي (P) .

4- لتكن (Γ) مجموعة النقط M من الفضاء حيث : $\left\|3\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=6$.

أ) حدد طبيعة المجموعة (Γ) و عناصرها المميزة .

ب) هل المستوي (P) يقطع مجموعة النقط (Γ)؟ علل .

التمرين الثاني : (4,5 نقط)

I. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $Z^2-(1+i)Z-2-i=0$.

نرمز ب : Z_1 ؛ Z_2 لحلي هده المعادلة حيث : Z_1 هو الحل الذي جزؤه الحقيقي موجب .

II. المستوي المركب منسوب الى معلم متعامد و متجانس $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$.

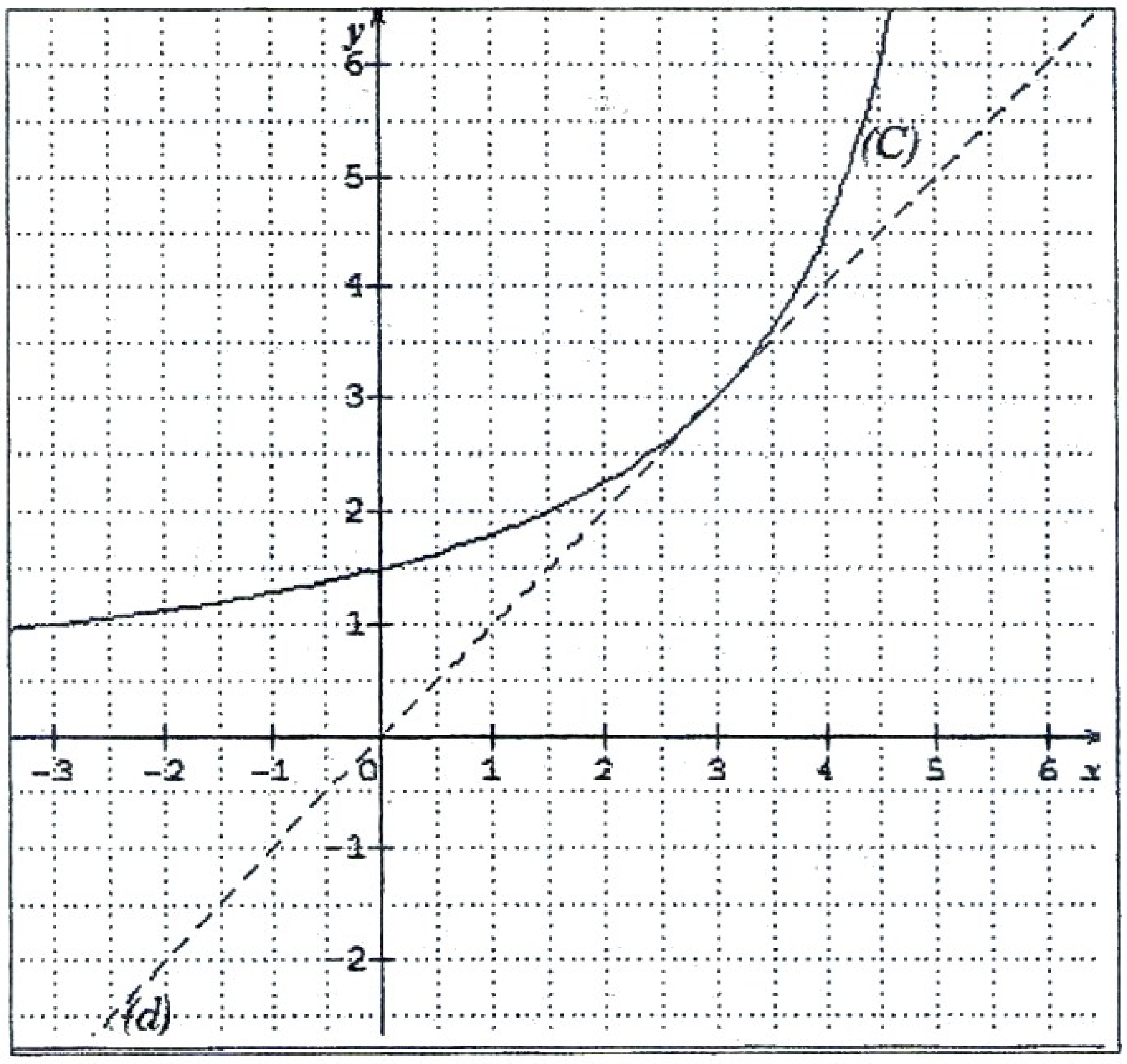
A ؛ B و C النقط التي لواحقها على الترتيب Z_1 ؛ Z_2 و Z_3 حيث : $Z_3=3-2i$.

1. عين لاحقة النقطة I منتصف القطعة $[BC]$.
2. أكتب على الشكل الأسي العدد المركب : $\dfrac{Z_3-Z_1}{Z_2-Z_1}$ واستنتج أن : C هي صورة B بتحويل نقطي يطلب تعيين عناصره المميزة.
3. مانوع المثلث ABC .
4. عين لاحقة النقطة D نظيرة A بالنسبة ل I .
5. مانوع الرباعي $ABDC$.

التمرين الثالث: (4 نقط)

في الشكل المقابل (C) هو التمثيل البياني للدالة f المعرفة على المجال $]-\infty,6[$ بالعلاقة : $f(x)=\dfrac{9}{6-x}$ ؛

و (d) المستقيم دو المعادلة : $y=x$.



I. المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول $u_0=-3$ ؛

ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=f(u_n)$.

✓ أعد رسم هدا الشكل في ورقة الاجابة ثم مثل الحدود : u_0 ؛ u_1 ؛ u_2 ؛ u_3 و u_4 على محور الفواصل دون حسابها مبرزا خطوط التمثيل .

✓ ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها .

II. أ) بين أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $]-\infty,6[$.

ب) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n<3$.

ج)أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

د) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة محددا نهايتها .

التمرين الرابع : (7 نقط)

I. g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ ب : $g(x)=1-xe^x$.

❖ أحسب : $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

❖ أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

❖ بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]-1,+\infty[$.

❖ تحقق أن : $0,5<\alpha<0,6$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II. نعتبر الدالة f للمتغير الحقيقي x والمعرفة على $]-\infty,2[$ ب : $f(x)=(x-1)e^x-x-1$.

و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

❖ أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

❖ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty,2[$: $f'(x)=-g(x)$.

❖ استنتج اشارة $f'(x)$ على المجال $]-\infty,2[$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

❖ بين أن : $f(\alpha)=-\left(\dfrac{\alpha^2+1}{\alpha}\right)$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$. (تدور النتائج الى 10^{-2})

❖ بين أن المستقيم (Δ) دو المعادلة : $y=-x-1$ مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$.

❖ أدرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).

❖ بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين x_1 و x_2 حيث $-1,6<x_1<-1,5$ و $1,5<x_2<1,6$.

❖ ارسم (C_f) و (Δ).

III. نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ ب : $h(x)=(ax+b)e^x$ حيث : a و b عددين حقيقين .

❖ عين a و b حتى تكون h دالة أصلية للدالة : $x\to xe^x$ على $\mathbb{R}$.

❖ استنتج دالة أصلية للدالة g على $\mathbb{R}$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (4 نقط)

الفضاء منسوب الى معلم متعامد و متجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ ؛ نعتبرالنقاط : $A(2,1,3)$ ؛ $B(-3,-1,7)$ و $C(3,2,4)$.

I. بين أن النقط A ؛ B و Cليست في استقامية .

II. ليكن (d) المستقيم المعرف بالتمثيل الوسيطي : $(t\in\mathbb{R})$, $\begin{cases} x=-7+2t \\ y=-3t \\ z=4+t \end{cases}$.

- بين أن المستقيم (d) عمودي على المستوي (ABC) .
- أعط معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .

III. لتكن H النقطة المشتركة بين المستوي (ABC) و المستقيم (d) .

- بين أن H مرجح للجملة المثقلة $\{(A,-2),(B,-1),(C,2)\}$.
- عين (E_1) مجموعة النقط M من الفضاء بحيث : $\left(-2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right)\cdot\left(\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right)=0$.
- عين (E_2) مجموعة النقط M من الفضاء بحيث : $\left\|-2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=\sqrt{29}$.
- عين طبيعة تقاطع المجموعتين (E_1) و (E_2) .
- هل النقطة $S(-8,1,3)$ تنتمي الى تقاطع المجموعتين (E_1) و (E_2) ؟ .

التمرين الثاني : (5 نقط)

ينسب المستوي المركب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$؛ نعتبر النقطتين A و B لاحقتاهما على الترتيب: $Z_A=i$ و $Z_B=e^{-i\frac{5\pi}{6}}$.

I. نسمي R الدوران الذي مركزه O و زاويته $\frac{2\pi}{3}$.

- أكتب العبارة المركبة للدوران R .
- لتكن النقطة C صورة النقطة B بالدوران R. عين لاحقة النقطة C.
- أنشئ النقط A ؛ B و C .

II. نسمي G مرجح الجملة المثقلة : $\{(A,2),(B,-1),(C,2)\}$.

- عين Z_G لاحقة النقطة G ثم أنشئ النقطة G .
- أثبت أن النقط A ؛ B ؛ C و G تنتمي الى نفس الدائرة .

III. نسمي H التحاكي الذي مركزه A و نسبته 2 ؛ نسمي E صورة G بالتحاكي H.

- أكتب العبارة المركبة للتحاكي H.
- عين Z_E لاحقة النقطة E ثم أنشئ النقطة E .

IV. أحسب النسبة : $\frac{Z_G-Z_C}{Z_E-Z_C}$ و أكتبها على الشكل الجبري ثم الأسي .

- استنتج طبيعة المثلث CGE.

التمرين الثالث: (4 نقط)

I. f الدالة العددية المعرفة على $[2,3]$ بمايلي: $f(x)=\frac{9x+9}{2x+6}$.

- ❖ أدرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $[2,3]$.
- ❖ بين أنه من أجل كل x من ا لمجال $[2,3]$ فان : $f(x)\in[2,3]$.
- ❖ بين أنه من أجل كل x من ا لمجال $[2,3]$: $f(x)-x\geq 0$.

II. نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ ب : $u_0=2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n:
$u_{n+1}=\frac{9u_n+9}{2u_n+6}$.

- ❖ برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n\in[2,3]$.
- ❖ بين أن المتتالية (u_n) متزايدة واستنتج أنها متقاربة محددا نهايتها l.
- ❖ بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $3-u_{n+1}\leq\frac{3}{10}(3-u_n)$.
- ❖ استنتج أن : $(3-u_n)\leq\left(\frac{3}{10}\right)^n$ ثم أحسب : $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

التمرين الرابع : (7 نقط)

I. علما أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0$ ؛ بين أن : $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0}x\ln x=0$.

II. نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ ب : $g(x)=x(2-\ln x)-e$.

- ❖ أدرس اتجاه تغير الدالة g (النهايات غير مطلوبة) ثم شكل جدول تغيراتها .
- ❖ استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي $x\succ 0$: $g(x)\leq 0$.

III. f الدالة العددية المعرفة و المستمرة على المجال $[0,+\infty[$ ب :
$f(x)=\begin{cases}x-x\ln x, x\neq 0\\ f(0)=0\end{cases}$.

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في مستو منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1) أ) أحسب : $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ثم $\lim\limits_{h\to0}\frac{f(h)}{h}=0$ و فسربيانيا هده النتيجة .

ب) أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

2) أ) عين معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها e .

ب) حدد وضعية (C_f) بالنسبة للمماس (Δ) ثم أرسم (Δ) و (C_f) .

3) ناقش بيانيا عدد حلول المعادلة : $x\ln x=2x-m$ حيث : m وسيط حقيقي .

IV. باستعمال المكاملة بالتجزئة ؛أحسب التكامل التالي : $\int x\ln x dx$.

- ❖ استنتج مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) ؛ محور الفواصل و المستقيمين الدين معادلتيهما : $x=0$ و $x=3$.