على المترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين :

الموضوع الاول

التمرين الاول : (4.5 نقط)

1 – أ) حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول Z : $Z^2-2\sqrt{3}\,Z+4=0 \quad \dots\dots(1)$.

نسمي Z_1 ; Z_2 حلي المعادلة (1) حيث Z_1 هو الحل الذي جزؤه التخايلي موجب و Z_2 هو الحل الثاني .

ب) أكتب Z_1 و Z_2 على الشكل الأسي ثم اوجد الأعداد الطبيعية n التي يكون من اجلها العدد $\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)^n$ حقيقيا موجبا .

جـ) أحسب : $\left(\frac{Z_1}{2}\right)^{6p}+\left(\frac{Z_2}{2}\right)^{6n}$ علماً أن n عدد طبيعي زوجي و p عدد طبيعي فردي .

د) استخدم الجواب 1 – أ) لاستنتاج حلول المعادلة ذات المجهول Z : $(-i\,Z+3i+3)^2-2\sqrt{3}\,(-i\,Z+3i+3)+4=0$.

2) في المستوي المركب المنسوب لمعلم متعامد متجانس $(O\,;\vec{u}\,;\vec{v})$ ، النقط $A\,;B\,;M$ لواحقها على الترتيب : $Z_1\,;Z_2\,;Z$.

أ) عين مجموعة النقط (E) من المستوي بحيث : $Z=\sqrt{3}-i+k\,e^{i\frac{\pi}{4}}\ ;\ k\in\mathbb{R}_+$.

ب) عين مجموعة النقط (Γ) من المستوي بحيث : $\arg(\overline{z}-\sqrt{3}+i)=\frac{\pi}{6}$.

التمرين الثاني : (4.5 نقط)

الفضاء منسوب لمعلم متعامد متجانس $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j}\,;\vec{k})$ ، (P) المستوي الذي : $-4x-3y+1=0$ معادلة ديكارتية له و (D) المستقيم الذي
$$\begin{cases} x=k \\ y=\frac{1}{3}-\frac{4}{3}k \\ z=-\frac{3}{4}+\frac{3}{4}k \end{cases} ;k\in\mathbb{R}$$
تمثيلاً وسيطيًا له .

1) تحقق أن المستقيم (D) محتوى في المستوي (P) .

2 – أ) أكتب تمثيلاً وسيطيًا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة $A(1;1;0)$ و $\vec{u}(4;1;3)$ شعاع توجيه له .

ب) عين احداثيات نقطة تقاطع المستقيمين (D) و (Δ) .

3) بين أن المستوي (Q) الذي : $3x-4Z-3=0$ معادلة ديكارتية له يحوي كل من (D) و (Δ) .

4) $M(x;y;z)$ نقطة من الفضاء .

أ) أحسب المسافة بين النقطة M وكل من (P) و (Q) .

ب) اثبت أن مجموعة النقط M من الفضاء المتساوية المسافة عن كل من (P) و (Q) هي اتحاد مستويين (P_1) و (P_2) يطلب تعيين معادلة ديكارتيه لكل منهما .

5) عين مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء التي احداثياتها حلولا للجملة :
$$\begin{cases} -4x-3y+1=0 \\ 3x-4z-3=0 \\ x+3y+4z+2=0 \end{cases}$$.

التمرين الثالث : (4.5 نقط)

(U_n) متتالية عددية حدها الأول $U_0 = 11$ ومن اجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = \frac{10}{11}U_n + \frac{12}{11}$.

1) تحقق أنه من اجل كل عد طبيعي n : $U_{n+1} - 12 = \frac{10}{11}(U_n - 12)$.

2 ـ أ) بين بالتراجع أنه من اجل كل عدد طبيعي n : $U_n < 12$.

ب) بين أن المتتالية (U_n) متزايدة تماما .

جـ) استنتج أن المتتالية (U_n) متقاربة .

3) المتتالية (V_n) معرفة بـــ : من اجل كل عدد طبيعي n ، $V_n = U_n - 12$

أ) بين أن المتتالية (V_n) هندسية معينا أساسها وحدها الأول .

ب) عبر عن كل من V_n و U_n بدلالة n ثم احسب نهاية المتتالية (U_n) .

جـ) احسب بدلالة n كل من المجموعين : $S_n = U_0 + U_1 + \cdots + U_n$ و $S'_n = \frac{1}{V_0} + \frac{1}{V_1} + \cdots + \frac{1}{V_n}$.

التمرين الرابع : (6.5 نقط)

الجزءالاول : نعرف دالة g على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = -4 + (4 - 2x)\,e^x$.

1) ادرس تغيرات الدالة g .

2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما معدوما والآخر α حيث : $1.59 < \alpha < 1.60$.

3) استنتج شارة $g(x)$ حسب قيم x .

الجزء الثاني : نعرف دالة f على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = \frac{2x-2}{e^x - 2x}$ ، نرمز بـــ : (C_f) لتمثيلها البياني في مستو منسوب لمعلم متعامد متجانس $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$.

1) بين أن المنحنى (C_f) يقبل عند : $-\infty$ و $+\infty$ مستقيمين مقاربين معادلتيهما على الترتيب : $y = -1$ و $y = 0$.

2 ـ أ) بين أنه من اجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x - 2x)^2}$ ، استنتج إشارة $f'(x)$ ، شكل جدول تغيرات الدالة f .

ب) احسب $f(1)$ ثم استنتج حسب قيم x إشارة $f(x)$.

3) بين أن : $f(\alpha) = -1 + \frac{1}{\alpha - 1}$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ (تدور النتائج الى 10^{-2}) .

4) ارسم المنحنى (C_f) .

5) ناقش حسب قيم العدد الحقيقي m ، عدد وإشارة حلول المعادلة : $2x - 2 = (e^x - 2x)(m + 1)$.

الجزء الثالث : نعرف دالة h على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x) = [f(x)]^2$.

أ) احسب $h'(x)$ بدلالة كل من $f'(x)$ و $f(x)$.

ب) شكل جدول تغيرات الدالة h .

الموضوع الثاني

التمرين الاول : (4.5 نقط)

1) عين العددين المركبين Z_1 و Z_2 بحيث : $\begin{cases} 2Z_1 + 3Z_2 = 9 - 2i \\ 3Z_1 - Z_2 = 8 + 8i \end{cases}$.

2) في المستوي المنسوب لمعلم متعامد متجانس $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ نعتبر النقط A ; B ; ω ذات اللواحق على الترتيب

$Z_\omega = 1 - 2i$; $Z_B = -3$; $Z_A = 3 + 2i$.

أ) أثبت أن : $Z_B - Z_\omega = i\,(Z_A - Z_\omega)$.

ب) ما طبيعة المثلث ωAB .

3) h هو التحاكي الذي مركزه النقطة A ونسبته 2 .

أ) عيّن العبارة المركبة للتحاكي h .

ب) عيّن اللاحقة Z_C للنقطة C صورة النقطة ω بالتحاكي h .

جـ) عيّن اللاحقة Z_D للنقطة D مرجح الجملة $\{(A;1) ، (B;-1) ، (C;1)\}$.

د) بيّن أن الرباعي $ABCD$ مربع .

4) (E) هي مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق : $\|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = 4\sqrt{5}$

أ) تحقق أن النقطة B تنتمي إلى المجموعة (E) ثم عيّن طبيعة (E) وعناصرها المميزة .

ب) أنشئ بعناية المجموعة (E) .

التمرين الثاني : (4.5 نقط)

في الفضاء منسوب لمعلم متعامد متجانس $(O ; \vec{i} ; \vec{j} ; \vec{k})$ نعتبر النقط $A(1;0;2)$ ، $B(1;1;4)$ ، $C(-1;1;1)$.

1 ـ أ) أثبت أن النقط A ، B ، C تعين مستويًا .

ب) بيّن أن الشعاع $\vec{n}(3;4;-2)$ ناظمي للمستوي ABC ثم اكتب معادلة ديكارتية لهذا المستوي .

2) نعتبر المستوين (P_1) و (P_2) المعرفين بمعادلتيهما عل التوالي : $3x + 4y - 2z + 1 = 0$ و $2x - 2y - z - 1 = 0$.

أ) بيّن أن (P_1) و (P_2) متعامدان

ب) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) ، مستقيم تقاطع (P_1) و (P_2) .

جـ) تحقق أن النقطة O لا تنتمي إلى المستقيم (Δ) ثم احسب المسافة $d(O;(\Delta))$.

3 ـ أ) عيّن احداثيات النقطة G مرجح الجملة $\{(A;2) ، (B;1) ، (C;-2)\}$.

ب) حدّد طبيعة (S) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء التي تحقق العلاقة : $\|2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MO}\|$.

جـ) اكتب معادلة ديكارتية للمجموعة (S) .

4) نعتبر المستقيم (D) المعرف بالجملة $\begin{cases} x = 0 \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases}$ ونعتبر (S_1) و (S_2) سطحي كرتين مركز كل منهما النقطتين ω_1 و ω_2

على الترتيب من المستقيم (D) ويمسان كلا من المستويين (P_1) و (P_2) .

عيّن كل من المركزين ω_1 و ω_2 .

التمرين الثالث : (4.5 نقط)

نعرف دالة f على المجال $\left]\frac{1}{2} ; +\infty\right[$ كما يلي : $f(x) = \frac{x^2}{2x-1}$.

1) بيّن أنه إذا كان $x \geq 1$ فانّ $f(x) \geq 1$.

2) (U_n) متتالية عددية حدها الاول $U_0 = 2$ ومن اجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = f(U_n)$.

أ) برهن بالتراجع أنه من اجل كل عدد طبيعي n : $U_n \geq 1$.

ب) ادرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) .

جـ) استنتج أن المتتالية (U_n) متقاربة ثم احسب نهايتها .

3) المتتالية (V_n) معرفة كما يلي : من اجل كل عدد طبيعي n ، $V_n = \ln\left(\frac{U_n - 1}{U_n}\right)$.

أ) أثبت أن المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

ب) اكتب V_n بدلالة n ثم استنتج أنّ : $U_n = \frac{1}{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{2^n}}$ ثم جد مرة أخرى نهاية المتتالية (U_n) .

التمرين الرابع : (6.5 نقط)

الجزء الاول : نعرف دالة g على المجال $]-1 \,;\, +\infty[$ كما يلي : $g(x) = \frac{x}{x+1} - 2ln(x+1)$.

1 ـ أ) ادرس نهايتي الدالة g عند طرفي مجال التعريف .

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم أنجز جدول تغيراتها .

2 ـ أ) بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين احدهما صفر والآخر α حيث $-0.72 < \alpha < -0.71$.

ب) استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

الجزء الثاني : نعرف دالة f على $]-1 \,;\, 0[\cup]0 \,;\, +\infty[$ كما يلي : $f(x) = \frac{ln(x+1)}{x^2}$ ، نرمز بـــ : (C) لتمثيلها البياني

في مستو مزود بمعلم متعامد متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ ، وحدة الطول $2cm$.

1) ادرس النهايات عند طرفي مجالي التعريف .

2) برهن أنه من اجل كل x من $]-1;0[\cup]0;+\infty[$ ، $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$ ثم أنجز جدول تغيرات الدالة f .

3) بين أن $f(\alpha) = \frac{1}{2\alpha(\alpha+1)}$ ثم استنتج حصراً للعدد $f(\alpha)$.

4) انشئ المنحنى (C) .

5) ناقش بيانياً حسب قيم العدد الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $\ln(x+1)^2 - m\,x^2 = 0$.

الجزء الثالث :

نعرف دالة F على المجال $]0 \,;\, +\infty[$ كما يلي : $F(x) = ln\left(\frac{x}{x+1}\right) - \frac{ln(x+1)}{x}$.

أ) بين أن الدالة F أصلية للدالة f على المجال $]0 \,;\, +\infty[$.

ب) احسب بـــ : cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بـــ " المنحنى (C) والمستقيمات ذات معادلات $x = 2 \,; x = 1 \,; y = 0$ " .