على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04,5 نقاط)

I. نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ: $f(x)=6-\dfrac{5}{x+1}$ و (C) تمثيلها البياني (أنظر الوثيقة المرفقة)

1. أ) أدرس تغيرات الدالة f على المجال $[0;+\infty[$

ب) حل في المجال $[0;+\infty[$ المعادلة $f(x)=x$.نرمز إلى الحل بالرمز ℓ

ج) برهن أنه إذا كان: $x\in[0;\ell]$ فإن $f(x)\in[0;\ell]$ وبالمثل إذا كان: $x\in[\ell;+\infty[$ فإن $f(x)\in[\ell;+\infty[$

2. نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على IN بـ:

$$\begin{cases} u_0=0 \\ u_{n+1}=f(u_n)=6-\dfrac{5}{u_n+1} \end{cases}$$

أ) باستعمال المنحنى (C) و المستقيم (d) ذو المعادلة $y=x$ مثل الحدود: u_0 ، u_1 ، u_2 ، u_3 على محور الفواصل دون حسابها مع توضيح خطوط الإنشاء

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n)، وتقاربها.

ج) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $0\le u_n\le u_{n+1}\le \ell$

د) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم عين نهايتها ℓ .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ نعتبر النقطتين : $A(2;1;1)$ ، $I(3;-1;0)$

(P) مجموعة النقط $M(x,y,z)$ من الفضاء التي تحقق: $MA^2-\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MI}=0$

1. أ) بين أن النقطة A تنتمي إلى المجموعة (P)

ب) بين أن المجموعة (P) هي مستو بحيث $x-2y-z+1=0$ معادلة ديكارتية له

2. لتكن (S) سطح كرة مركزها النقطة I و تمر من النقطة A

- تحقق أن نصف قطر سطح الكرة (S) هو $R=\sqrt{6}$ ثم عين معادلة ديكارتية لها

3. ليكن (P') المستوي ذي المعادلة : $2x-y+z-4=0$

أ) بين أن (P') يقطع (S) وفق دائرة (C) يطلب تعيين مركزها H و نصف قطرها r.

ب) لتكن $B(2;-2;-2)$ نقطة من الفضاء، تحقق من أن القطعة $[AB]$ أحد أقطار الدائرة (C)

ج) أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (Q) المماس لسطح الكرة (S) في النقطة B

التمرين ... (... نقاط)

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة C المعادلة ذات المجهول المركب z التالية: $z^2 - 8z + 17 = 0$

2. المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس المباشر $(o, \vec{u}, \vec{v})$ نعتبر النقط A ، B ، D

التي لواحقها على الترتيب : $z_A = 4 - i$ ، $z_B = \overline{z}_A$ ، $z_D = -i$

وليكن R الدوران الذي مركزه ω ذات اللاحقة $z_\omega = 2$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$

أ) بين أن العبارة المركبة للدوران R من الشكل $z' = iz + 2 - 2i$

ب) عين z_c لاحقة النقطة C التي تمثل صورة النقطة B بالدوران R

ج) تحقق أن $\frac{z_C - z_D}{z_C - z_B} = -i$ ثم استنتج طبيعة المثلث BCD

د) عين مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z بحيث يكون $|-i-z|^2 - |4-i-z|^2 = 16$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I. لتكن الدالة g للمتغير الحقيقي x و المعرفة على $]0;+\infty[$ كمايلي : $g(x) = x + 2\ln x$

1. أدرس تغيرات الدالة g

2. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α بحيث $0.7 < \alpha < 0.71$

3. استنتج إشارة $g(x)$ عندما يتغير x في المجال $]0;+\infty[$

II. نعرف الدالة f للمتغير الحقيقي x على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x) = x - 1 + (\ln x)^2$

نسمي (C_f) المنحنى الممثل لها في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$

1. أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة التعريف

2. أحسب عبارة $f'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدل تغيراتها.

3. حل في المجال $]0;+\infty[$ المعادلة $f(x) = x$ ثم عين عدد نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x$ (المنصف الأول) ،ثم أستنتج الوضعية النسبية بينهما.

4. أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1

5. بين أن $f(\alpha) = \frac{\alpha^2 + 4\alpha - 4}{4}$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ (حيث α هو حل المعادلة $g(x) = 0$)

6. أحسب $f(0.48) \times f(0.49)$ ماذا تستنتج بالنسبة لـ (C_f) ، ثم ارسم (Δ) ، (T) ، (C_f)

III. نعتبر الدالة H المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $H(x) = x(\ln x)^2 - 2x\ln x + 2x$

1. بين أن الدالة H دالة أصلية للدالة h حيث $h(x) = (\ln x)^2$ على المجال

2. أحسب بـ cm^2 المساحة للحيز S المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيات التي معادلاتها $x = e$ ، $x = e^{-1}$ ، $y = x$

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (05 نقاط)

نعتبر في المجموعة C كثير الحدود $P(z)$ حيث: $P(z) = 2z^3 + 14z^2 + 41z + 68$

1. بين أنه من أجل كل عدد مركب z لدينا : $P(z) = (z+4)(2z^2 + 6z + 17)$
2. حل في C المعادلة ذات المجهول المركب z التالية: $P(z) = 0 .....(*)$
3. نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس المباشر $(o, \vec{u}, \vec{v})$ نعتبر النقط A ، B ، C التي لواحقها على الترتيب : z_A ، z_B ، z_C حلول المعادلة$(*)$ بحيث z_A الحل الحقيقي، z_B الحل الذي جزؤه التخيلي موجب

أ) أحسب العدد المركب $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$ ثم استنتج طبيعة المثلث BCD

ب) استنتج طبيعة التحويل النقطي f الذي يحقق الشرطين $f(A) = A$ و $f(C) = B$

ج) عين لاحقة كل من النقطتين D ، E حتى يكون الرباعي $BCDE$ مربعا مركزه A

التمرين الثاني : (04 نقاط)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ نعتبر النقطتين : $A(8;0;8)$ ، $I(10;3;10)$

و المستقيم (D)ذو التمثيل الوسيطي : $\begin{cases} x = -5 + 3t \\ y = 1 + 2t \quad t \in IR \\ z = -2t \end{cases}$

1. عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB)
2. بين أن المستقيمين (D) و (AB) غير متوازيين
3. ليكن المستوي (P) الموازي للمستقيم (D) و الذي يحوي المستقيم (AB)

أ) بين أن الشعاع $\vec{\eta}(2;-2;1)$ ناظميا للمستوي (P)

ب) أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P)

ج) M نقطة كيفية من المستقيم(D)، بين أن المسافة بين M و المستوي(P) مستقلة عن اختيار النقطة M لتكن

4. عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم الناتج عن تقاطع المستويين (P) و(xoy)

التمرين الثالث: (04 نقاط)

1. (u_n) متتالية حسابية متناقصة معرفة على IN بحدها الأول u_0 وأساسها r

أ) عين u_0 و r علما أن :
$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 24 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 210 \end{cases}$$

ب) أكتب u_n بدلالة n ثم أحسب المجموع $S'_n = u_0 + u_1 + \ldots\ldots + u_n$

2. نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة كمايلي $v_n = e^{14-3n}$ حيث (e: أساس اللوغاريتم النيبيري)

أ) بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q و حدها الأول v_0 ،ثم أحسب $\lim\limits_{n \to +\infty} v_n$

- ماذا تستنتج ؟

ب) أحسب بدلالة المجموعين $S_n = v_0 + v_1 + \ldots\ldots + v_n$ و $P_n = v_0 \times v_1 \times \ldots\ldots \times v_n$

ج) أحسب كلا من : $\lim\limits_{n \to +\infty} S_n$ و $\lim\limits_{n \to +\infty} P_n$

التمرين الثاني : (07 نقاط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 3cm$

نعرف الدالة f على IR كما يلي : $f(x) = x - \dfrac{1}{1+e^x}$

(C_f) تمثيلها البياني المعلم السابق $(o, \vec{i}, \vec{j})$

1. أحسب نهايات الدالة f عن حدود مجموعة التعريف
2. بين أنه من أجل كل $x \in IR$: $f'(x) > 0$ ثم شكل جدل تغيرات f .
3. بين أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين (Δ)و(Δ') معادلتيهما على الترتيب $y = x$ و $y = x - 1$
4. أدرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) و المستقيمين (Δ)و(Δ')
5. بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0 < \alpha < \dfrac{1}{2}$
6. بين أن $I\left(0;-\dfrac{1}{2}\right)$ مركز تناظر للمنحني (C_f) ثم أكتب معادلة المماس (T) عند النقطة I
7. أنشئ (C_f) ، (T) ، (Δ) ، (Δ')
8. باستعمال المنحنى البياني عين قيم m حتى تقبل المعادلة $(m-x)(1-e^x)+1=0$ حلا وحيدا موجبا
9. تحقق أنه من أجل كل $x \in IR$ أن $f(x) = x - \dfrac{e^{-x}}{1+e^{-x}}$ ثم استنتج دالة أصلية لـ f على IR
10. أحسب بـ cm^2 $A(\alpha)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) ومحور الفواصل و المستقين الذين معادلاتيهما $x = \alpha$ ، $x = 2$

ترجع مع ورقة الإجابة

الإسم و اللقب: ....

الوثيقة