الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية سطيف — ثانويـــة:**عبد الحميد بن باديس – بيضاء برج –**

امتحان: **بكالوريا تجريبي** — دورة: **مــــــاي 2015**

الشعبة : **علـــوم تجريبيـــــة** — يوم : **11 مــــاي 2015**

اختبار في مادة:**الرياضـــــيات** — المدّة :**03 ساعات و نصف**

على المترشّح أن يختار أحد الموضوعين التّاليين:

الموضوع الأوّل

التمرين الأوّل: (05 نقاط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة : $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{1}{3}n + 1$

1- احسب الحدود u_1, u_2, u_3 ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغيرات المتتالية (u_n)

2- أ- برهن بالتّراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $u_n \leq n+3$

ب- ادرس اتجاه تغيرات المتتالية (u_n)

ج- استنتج أن (u_n) محدودة من الأسفل .هل يمكن القول أن (u_n)متقاربة ؟

3- نعتبر المتتالية (v_n)المعرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة $v_n = u_n - n$.

أ- برهن أنّ المتتالية (v_n) هي متتالية هندسية يطلب تعيين حدها الأوّل وأساسها.

ب- عبّر عن v_n ثمّ u_n بدلالة n ثم احسب نهاية (u_n) عند $+\infty$

ج- احسب بدلالة n المجموع $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_n$

4- لتكن المتتالية (t_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة $t_n = \ln(v_n)$

أ- برهن أنّ المتتالية (t_n)حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأوّل

ب- احسب بدلالة n المجموع $A_n = t_0 + t_1 + t_2 + \ldots + t_n$

و استنتج بدلالة n الجداء $P_n = v_0 \times v_1 \times v_2 \times \ldots \times v_n$

التمرين الثّاني: (04 نقاط)

الفضاء منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

نعتبر النقط $A(-2;0;0)$ ، $B(0;-2;0)$ ، $C(0;0;-2)$ و I منتصف القطعة المستقيمة $[AB]$

1. - أ- بيِّن أنّ النقط A ، B ، C تعيّن مستويا نرمز له بـالرمز (Q)

-ب- بين أن للمستوي (Q) معادلة من الشكل : $x+y+z+2=0$

2. - (P) المستوي الذي يشمل النقطة I ويعامد الشعاع $\overrightarrow{AB}$

أ- أكتب معادلة للمستوي (P). ماذا يمثل المستوي (P)؟

ب- بين أنّ المستويين (P)و (Q)متقاطعان وفق مستقيم (d) يشمل النقطة C وأن الشعاع $\vec{U} = \vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ هو شعاع توجيه له. اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (d)

3. أ- بيِّن أنّ الشعاعين $\overrightarrow{AI}$ و $\overrightarrow{CI}$ متعامدان ب- استنتج المسافة بين النقطة A و المستقيم (d)

4. أ- تحقق أنّ الرباعي $OAIC$ هو رباعي الوجوه.

ب- احسب المسافة $d(O,(Q))$ ، ثم احسب حجم الرباعي الوجوه $OAIC$

التمرين الثّالث:(04 نقاط)

I. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول المركب z التالية : $(z-2)(z^2+2z+4)=0$

II. نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{u};\vec{v})$ النقط :

A ، B و C التّي لاحقاتها على الترتيب $z_A=-1+i\sqrt{3}$, $z_B=-1-i\sqrt{3}$, $z_C=2$

أ) بيّن أنّ $\frac{z_B-z_C}{z_A-z_C}=e^{i\frac{\pi}{3}}$.

ب) عيّن طبيعة المثلث ABC.

ج) عيّن مركز ونصف قطر الدائرة (C) المحيطة بالمثّلث ABC. أرسم (C)

1. **أ)** عيّن الطبيعة و العناصر الهندسية للمجموعة (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z و التي تحقّق $2(z+\overline{z})+z\overline{z}=0$.

ب) تحقق أنّ النقطتين A و B تنتميان إلى (Γ).

2. ليكن R الدوران الذي مركزه A و زاويته $\frac{\pi}{3}$

أ- عيّن صورة النقطة B بالدوران R

ب- عيّن z_D لاحقة النقطة D صورة النقطة C بالدوران R ثم استنتج طبيعة الرباعي $ABCD$.

ج- عيّن صورة المجموعة (Γ) بالدوران R

التمرين الرّابع:(07 نقاط)

الجزء الأول: نعتبر الدالة g المعرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعلاقة $g(x)=-\frac{2x}{x+1}+\ln(x+1)$

(C) المنحنى البياني للدالة g في معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

1/ احسب نهايتي g عند -1 و $+\infty$

2/ ادرس اتجاه تغيرات الدالة g وشكّل جدول تغيراتها

3/ بيّن أن المنحنى المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما معدوم و الآخر فاصلته α حيث $3.9<\alpha<4$.

4/ اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

5/ انشئ (T) و (C).

6/ ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد واشارة حلول المعادلة $g(x)=-x+|m|$.

الجزء الثّاني: نعتبر الدالة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة $f(x)=e^{-x}\ln(1+e^{2x})$.

(φ) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1/ بين أن من أجل كل عدد حقيقي x لدينا $f'(x)=-e^{-x}\times g(e^{2x})$.

2/ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f'(x)=0$.

3/ ادرس اتجاه تغيرات الدالة f.

4/ بيّن أن $f(\ln\sqrt{\alpha})=\frac{2\sqrt{\alpha}}{\alpha+1}$ ثم جد حصرًا للعدد $\frac{2\sqrt{\alpha}}{\alpha+1}$

5/ - أ) بيّن أنّ من أجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا $f(x)=\frac{2x}{e^x}+\frac{\ln(1+e^{-2x})}{e^x}$ **ب)** استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

6/ بيّن أن $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=0$ (لاحظ أنّه يمكن كتابة $f(x)$ على الشّكل $f(x)=e^x\times\frac{\ln(1+e^{2x})}{e^{2x}}$)

7/ شكّل جدول تغيرات الدّالة f **8/** انشئ المنحنى (φ)

الموضوع الثّاني

التمرين الأوّل: (04 نقاط)

I) نعتبر الدّالة f المعرفة على $\left[1;+\infty\right[$ كما يلي: $f(x)=1+\sqrt{x-1}$

و (C) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$ وحدة الطوال $2cm$ معطى في الملحق

II) (u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة : $u_0=\dfrac{5}{4}$ و $u_{n+1}=f(u_n)$:

أ) برهن بالتراجع أن : $1<u_n<2$

ب) باستعمال المنحني (C) والمستقيم $(\Delta): y=x$. علّم على محور الفواصل الحدود u_0, u_1, u_2, u_3

ت) ضع تخمينًا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) برهن تخمينك

ث) استنتج أنّ المتتالية (u_n) متقاربة عيّن نهايتها

III) نعتبر المتتالية (v_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n=\ln(u_n-1)$

أ) برهن أن : (v_n) متتالية هندسية أساسها $\dfrac{1}{2}$

ب) أكتب v_n ثم u_n بدلالة n

ج.) احسب بدلالة n المجموع $S_n=v_0+v_1+v_2+\dots+v_n$

التمرين الثّاني: (05 نقاط)

الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ نعتبر النقطتين : $A(2;1;2)$ ، $B(0;2;-1)$ ،

و (Δ) المستقيم المعرّف بمثيله الوسيطي $(t\in\mathbb{R})$; $(\Delta):\begin{cases}x=6t-2\\y=-2t+1\\z=4t\end{cases}$

1. اكتب تمثيلا وسيطيّا بدلالة الوسيط k للمستقيم (AB)

2. بيّن أن المستقيمين (Δ) و (AB) لا ينتميان الى نفس المستوي

3. (P) هو المستوي الذي يشمل المستقيم (AB) و يوازي (Δ)

أ- تحقق ان الشعاع $\vec{n}(1;5;1)$ ناظمي للمستوي (P) ثم استنتج معادلة ديكارتية له

ب- احسب المسافة d بين (Δ) و (P)

4. **أ-** عيّن احداثيات النقطة I منتصف القطعة $[AB]$

5. لتكن (δ) مجموعة النقط M من الفضاء بحيث : $MA^2-MB^2=2$.

- تحقق ان النقطة $H(1;1;0)$ تنتمي الى (δ) ثمّ استنتج طبيعة المجموعة (δ).

6. لتكن نقطة متغيرة من (Δ) ونعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة $f(t)=AN^2$.

- ادرس اتجاه تغيرات f استنتج ثانية المسافة بين (Δ) و A

التمرين الثّالث:(05 نقاط)

1- في المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$، نعتبر النقط A ، B ، C
ذات اللواحق $z_A = 1+i$ ، $z_B = -1+3i$ ، $z_C = -3+i$ على الترتيب

أ- علّم النقط A ، B ، C

ب- h هو التحاكي الذي نسبته 2 ويحول A الى C. عين z_ω لاحقة النقطة ω مركز التحاكي h

2- أ- نضع $L = \dfrac{z_A - z_B}{z_C - z_B}$. احسب الطويلة وعمدة للعدد المركب L ثم استنتج طبيعة المثلث ABC

ب- عيّن مجموعة الأعداد الطبيعية n بحيث L^n تخيليا صرفا

3- لتكن النقطة D بحيث $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$ و I منتصف القطعة المستقيمة $[BC]$

أ- بيّن أن D مرجح النقط A ، B ، C مرفقة بمعاملات حقيقية يُطلب تعيينها

ب- عيّن z_D لاحقة D و z_I لاحقة I

ج- عين وانشئ المجموعة (φ) للنقط M من المستوي بحيث : $\left\|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right\| = \dfrac{1}{2}\left\|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right\|$

4- نعتبر النقطة E ذات اللاحقة $z_E = 1+5i$

أ- اكتب على الشّكل الجبري العدد المركب $\dfrac{z_I - z_A}{z_D - z_E}$ ثم استنتج أن $DE = 2AI$ و (DE) يعامد (AI)

ب- عيّن مركز ونسبة و زاوية التشابه المباشر S الذي يحول D إلى I و يحول E إلى A.

ج- ما هي صورة الدّائرة التّي مركزها D وتشمل E بالتّشابه المباشر S.

التمرين الرّابع:(06 نقاط)

لتكن الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x) = x^2 + 2 - 2\ln x$

1. أدرس تغيرات الدالة g و شكل جدول تغيراتها .
2. استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $f(x) = \dfrac{2\ln x}{x} + x - 1$

نسمي (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$ حيث: $\left\|\vec{i}\right\| = \left\|\vec{j}\right\| = 2cm$.

1) أحسب $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$. ثم فسر النتيجة هندسيا.

2) أحسب $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$. و $\lim\limits_{x\to +\infty}\left[f(x) - (x-1)\right]$ ثم فسر النتيجة الثانية هندسيا.
أدرس وضعية (C_f) مع مستقيمه المقارب (Δ)

3) أ) بيّن أنّه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$ فإن : $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$.
ب) استنتج إشارة f' ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

4) بيّن أنّ (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (Δ) عند نقطة يطلب تعيين إحداثييها ثم أكتب معادلة لـ (T)

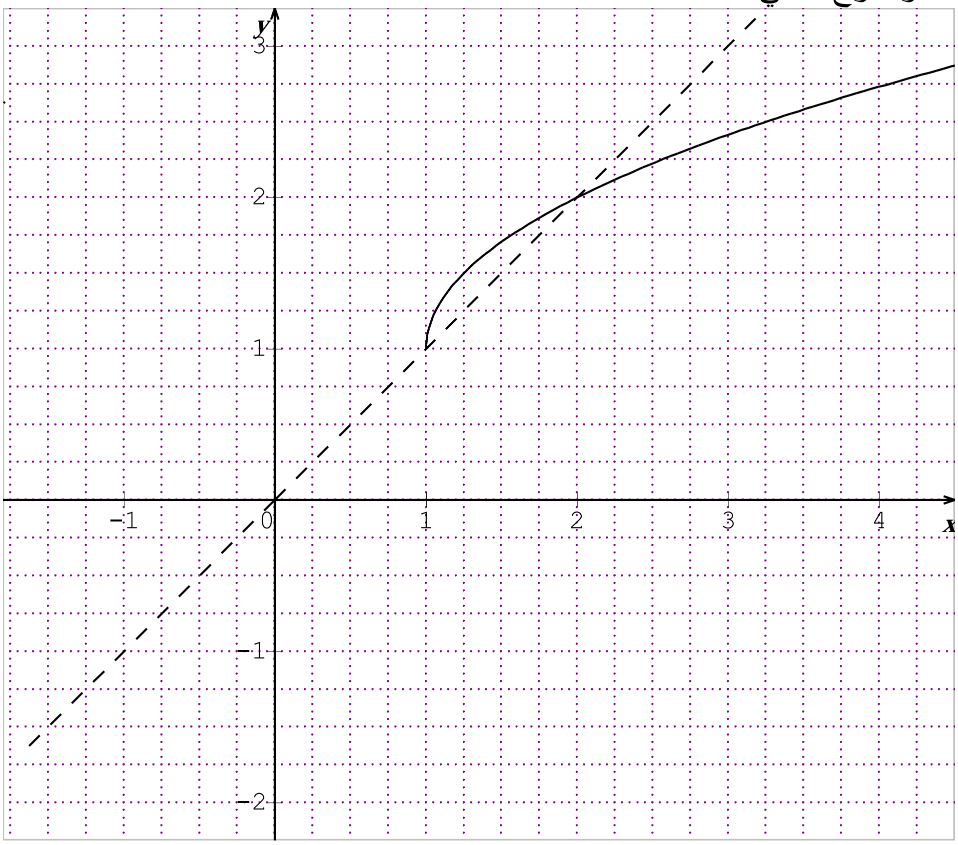
5) أنشئ كلا من المستقيمين (Δ) و (T) ، ثمّ المنحنى (C_f).

6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $2\ln x - xm = x$

تمنياتنا لكم بالنّجاح في امتحان بكالوريا 2015 والله الموفّق

ملاحظة: مثل الحدود U_0 ، U_1 ، U_2 ، U_3 على حامل محور الفواصل ثم أعد هذه الوثيقة مع ورقة الإجابة

الوثيقة المرفقة الخاصة بالتمرين الأول للموضوع الثّاني



الإسم:.......................

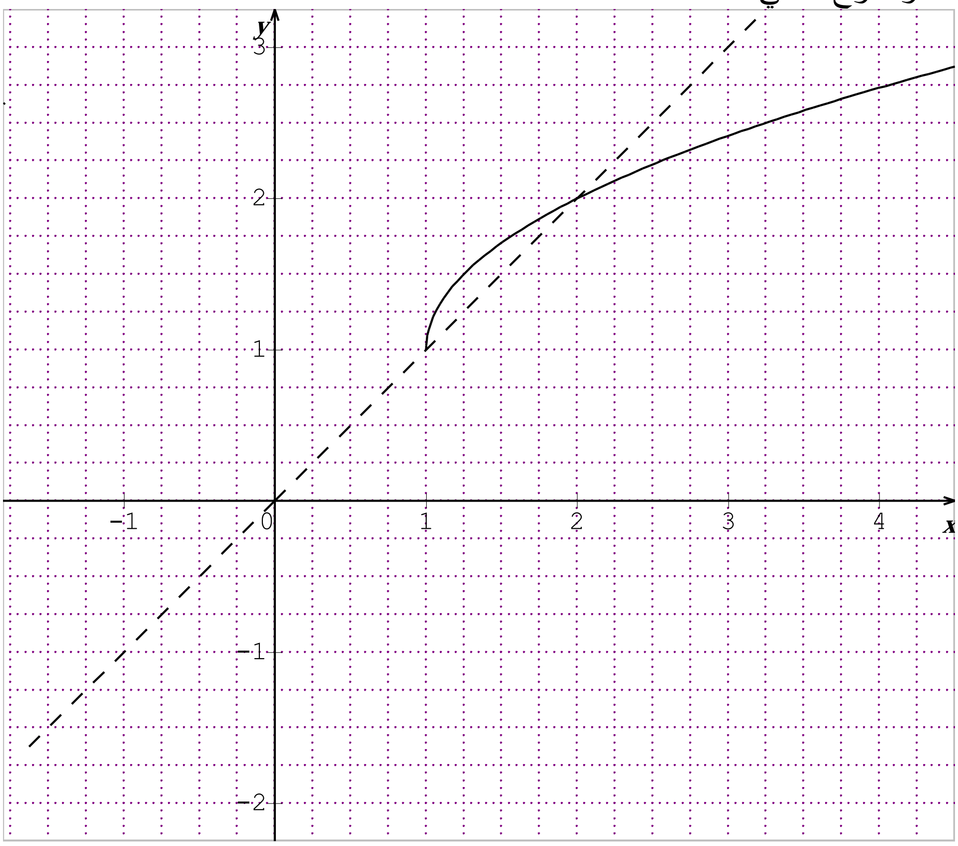
اللقب:.......................

القسم: 3ع ت .....

....

ملاحظة: مثل الحدود U_0 ، U_1 ، U_2 ، U_3 على حامل محور الفواصل ثم أعد هذه الوثيقة مع ورقة الإجابة

الوثيقة المرفقة الخاصة بالتمرين الأول للموضوع الثّاني



الإسم:.......................

اللقب:.......................

القسم: 3ع ت .....

أستاذ المادة : مقراني . س

❀ الجمهورية الجزائرية الديمقراطية❀

❀وزارة التّربية الوطنيّة ❀ ❀مديرية التّربية لولاية سطيف❀

❀ المستوى و الشّعبة : نهائي علوم تجريبية ❀ ❀ ثانوية :عبد الحميد بن باديس (بيضاء برج) ❀

❀الإجابة النموذجية للبكالوريا التجريبية دورة ماي 2015 ❀

الموضوع الأوّل

التمرين الأوّل: (05 نقاط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة : $u_0=2$ و $u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n+\frac{1}{3}n+1$

1- حساب الحدود u_1, u_2, u_3 :

$u_1=\frac{7}{3}$ ، $u_2=\frac{26}{9}$ ، $u_3=\frac{97}{27}$

- **تخمين حول اتجاه تغيرات المتتالية** (u_n) : متتالية متزايدة

2- أ- البرهان بالتّراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $u_n\le n+3$

لتكن فرضية التراجع $P(n): u_n\le n+3$

* المرحلة 1: الخاصية $P(0)$ صحيحة من أجل $n=0$ لأن $u_0=2$ أي $P(n): u_0\le 3$

* المرحلة 2: نفرض صحة الخاصية $P(n)$ من أجل عدد طبيعي n حيث $n\ge 0$ أي $u_n\le n+3$ و

نبرهن صحتها من أجل $n+1$ أي $u_{n+1}\le n+1+3$ أي $u_{n+1}\le n+4$

لدينا $u_n\le n+3$ و منه $\frac{2}{3}u_n+\frac{1}{3}n+1\le\frac{2}{3}n+3\times\frac{2}{3}+\frac{1}{3}n+1$ و بالتالي $u_{n+1}\le n+3$

ولدينا $n+3\le n+4$ و منه $u_{n+1}\le n+4$ إذن الخاصية صحيحة من أجل $n+1$.

* الخلاصة: نستنتج، حسب مبدأ البرهان بالتراجع، أن الخاصية صحيحة من أجل كل عدد طبيعي n.

إذن $u_n\le n+3$.

ب- دراسة اتجاه تغيرات المتتالية (u_n):

$u_{n+1}-u_n=\frac{2}{3}u_n+\frac{1}{3}n+1-u_n=-\frac{1}{3}u_n+\frac{1}{3}n+1$ و لدينا $u_n\le n+3$ أي

$-\frac{1}{3}u_n\ge-\frac{1}{3}n-1$ و منه $-\frac{1}{3}u_n+\frac{1}{3}n+1\ge 0$ و بالتالي $u_{n+1}-u_n\ge 0$ و منه متزايدة

ج- استنتاج أن (u_n) محدودة من الأسفل. هل يمكن القول أن (u_n) متقاربة :

لدينا (u_n) متزايدة معناه $u_n\ge u_0$ أي $u_n\ge 2$ نستنتج أن (u_n) محدودة من الأسفل بالعدد 2.

لا يمكن القول أن (u_n) متقاربة : لأنها متزايدة و ليست محدودة من الأعلى

3- نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة $v_n=u_n-n$.

أ- برهن أنّ المتتالية (v_n) هي متتالية هندسية يطلب تعيين حدها الأوّل وأساسها:

(v_n) **هي متتالية هندسية معناه** $v_{n+1}=v_n\times q$

لدينا $v_n=u_n-n$ و منه $v_{n+1}=u_{n+1}-n-1$ و بالتالي $v_{n+1}=\frac{2}{3}u_n+\frac{1}{3}n+1-n-1$

أي $v_{n+1}=\frac{2}{3}u_n-\frac{2}{3}n=\frac{2}{3}(u_n-n)$ و منه $v_{n+1}=\frac{2}{3}v_n$ وبالتالي :

(v_n) هي متتالية هندسية أساسها $q=\frac{2}{3}$ و حدّها الأوّل $v_0=u_0-0=2$

ب- التعبير عن v_n ثمّ u_n بدلالة n ثم حساب نهاية (u_n) عند $+\infty$

$v_n = v_0 \times q^n$ أي $v_n = 2\times(\frac{2}{3})^n$ ، $u_n = v_n + n$ و منه $u_n = 2\times(\frac{2}{3})^n + n$: $\lim u_n = +\infty$

ج- حساب بدلالة n المجموع $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$

$$S_n = (v_0+1)+(v_1+1)+\dots+(v_n+n) = v_0+v_1+\dots+v_n+1+2+\dots n$$

$$= 2\frac{1-(\frac{2}{3})^{n+1}}{1-\frac{2}{3}} + n(n+1) = 6(1-(\frac{2}{3})^{n+1}) + n(n+1)$$

-4 **لتكن المتتالية** (t_n) **المعرفة على** $\mathbb{N}$ **بالعلاقة** $t_n = \ln(v_n)$

أ- **البرهان أنّ المتتالية** (t_n) **حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأوّل:** (t_n) حسابية معناه $t_{n+1} = t_n + r$

لدينا $t_n = \ln(v_n)$ و منه $t_{n+1} = \ln(v_{n+1})$ أي $t_{n+1} = \ln(\frac{2}{3}v_n) = \ln(v_n) + \ln(\frac{2}{3})$

لأنّ $v_{n+1} = \frac{2}{3}v_n$ و منه $t_{n+1} = t_n + \ln(\frac{2}{3})$ و منه (t_n) حسابية أساسها $r = \ln(\frac{2}{3})$ و وحدها الأوّل $t_0 = \ln(v_0) = \ln(2)$

ب- **حساب بدلالة** n **المجموع** $A_n = t_0 + t_1 + t_2 + \dots + t_n$:

$$A_n = \frac{n+1}{2}(\ln(2) + \ln(2) + n\ln(\frac{2}{3})) = \frac{n+1}{2}(2\ln(2) + n\ln(\frac{2}{3}))$$

- **استنتاج بدلالة** n **الجداء** $P_n = v_0 \times v_1 \times v_2 \times \dots \times v_n$

$P_n = e^{t_0} \times e^{t_1} \times e^{t_2} \times \dots \times e^{t_n} = e^{t_0+t_1+\dots t_n}$ لأن: $v_n = e^{t_n}$ و منه $P_n = e^{S_n}$

التمرين الثّاني: (04 نقاط)

الفضاء منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

نعتبر النقط $A(-2;0;0)$ ، $B(0;-2;0)$ ، $C(0;0;-2)$ و I منتصف القطعة المستقيمة $[AB]$

1. - أ- نبيّن أنّ النقط A ، B ، C **تعيّن مستويا نرمز له بالرمز** (Q)

النقط A ، B ، C تعين مستوي معناه A ، B ، C ليست في استقامة $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطان خطيا

$\overrightarrow{AB}(2;-2;0)$ ، $\overrightarrow{AC}(2;0;-2)$ لدينا $\frac{0}{-2} \neq \frac{2}{2}$ و منه $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطيا

ب- نبين أن للمستوي (Q) معادلة من الشكل : $x+y+z+2=0$

- نعوض باحداثيات النقط A ، B ، C نجد

$$\begin{cases}(-2)+0+0+2=0\\0+(-2)+0+2=0\\0+0+(-2)+2=0\end{cases}$$

و منه $x+y+z+2=0$ معادلة للمستوي (Q)

2. - (P) المستوي الذي يشمل النقطة I و يعامد الشعاع $\overrightarrow{AB}$

أ- كتابة معادلة للمستوي (P) **و ماذا يمثل المستوي** (P)**:**

$\overrightarrow{AB}(2;-2;0)$ ناظمي للمستوي (P) و يشمل I حيث $I(\frac{-2+0}{2};\frac{0-2}{2};\frac{0+0}{2})$ أي $I(-1;-1;0)$

و منه $(P): 2x-2y+d=0$ (P) و يشمل I معناه $2(-1)-2(-1)+d=0$ أي $d=0$

وبالتالي معادلة للمستوي (P) هي $(P): x-y=0$

ب- نبين أنّ المستويين (P) و (Q) متقاطعان وفق مستقيم (d) يشمل النقطة C وأن الشعاع $\vec{U}=\vec{i}+\vec{j}-2\vec{k}$ هو شعاع توجيه له و كتابة تمثيلا و سيطيا للمستقيم (d)

$\begin{cases} x-y=0..............(P) \\ x+y+z+2=0....(Q) \end{cases}$ نضع $y=t$ فيكون $\begin{cases} x=t \\ y=t \\ z=-2t-2 \end{cases}$

3. أ- نبيّن أنّ الشعاعين $\overrightarrow{AI}$ و $\overrightarrow{CI}$ متعامدان الشعاعين $\overrightarrow{AI}$ و $\overrightarrow{CI}$ متعامدان معناه $\overrightarrow{AI}\bullet\overrightarrow{CI}=0$

$\overrightarrow{AI}(1;-1;0)$ ، $\overrightarrow{CI}(-1;-1;2)$ و منه $\overrightarrow{AI}\bullet\overrightarrow{CI}=1(-1)+(-1)(-1)=-1+1=0$

ت- استنتاج المسافة بين النقطة A و المستقيم (d):

بما أن الشعاعين $\overrightarrow{AI}$ و $\overrightarrow{CI}$ متعامدان و (d) **يشمل النقطة** C فإنّ $d(A;(d))=AI$

ومنه $AI=\sqrt{(1)^2+(-1)^2}=\sqrt{2}$ **و بالتالي** $d(A;(d))=\sqrt{2}cm$

4. أ- تحقق أنّ الرباعي $OAIC$ هو رباعي الوجوه:

الرباعي $OAIC$ هو رباعي الوجوه معناه النقط A ، B ، C و O **: لدينا** A ، B ، C **تنتمي الى المستوي** (Q) **ذو المعادلة** $x+y+z+2=0$ و O لا تنتمي إلى (Q) لأنّ $0+0+0+2\neq 0$

ب- حساب المسافة $d(O,(Q))$ ، **ثم احسب حجم الرباعي الوجوه** $OAIC$

$d(O,(Q))=\dfrac{|0+0+0+2|}{\sqrt{1^1+1^1+1^1}}=\dfrac{2}{\sqrt{3}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ **و منه** $d(O,(Q))=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}cm$

حجم الرباعي الوجوه $OAIC$ **:** $V=\dfrac{1}{3}S_{(ABC)}h$ **حيث** $h=d(O,(Q))=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}cm$ **و**

$S_{(ABC)}=\dfrac{1}{2}AI\times IC=\dfrac{1}{2}\sqrt{2}\times\sqrt{(-1)^2+(-1)^2+(2)^2}=\dfrac{1}{2}\sqrt{2}\times\sqrt{6}=\sqrt{3}cm^2$ **و منه**

$V=\dfrac{1}{3}\times\sqrt{3}\times\dfrac{2\sqrt{3}}{3}=\dfrac{2}{3}cm^3$ أي $V=\dfrac{2}{3}cm^3$.

<u>التمرين الثّالث:(04 نقاط)</u>

I. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة التالية : $(z-2)(z^2+2z+4)=0$

$(z-2)(z^2+2z+4)=0$ **معناه** $\begin{cases} (z-2)=0.............(1) \\ (z^2+2z+4)=0....(2) \end{cases}$ و منه من (1) نجد $z=2$

و من نحس الميز حيث $\Delta=-12=12i^2$ و منه $\sqrt{\Delta}=2\sqrt{3}i$ يوجد حلان هما

$z_1=-1+i\sqrt{3}$, $z_2=-1-i\sqrt{3}$ و بالتالي $S=\{2;-1-i\sqrt{3};-1+i\sqrt{3}\}$

II. نعتبر في المستوي المركب : $z_A=-1+i\sqrt{3}$, $z_B=-1-i\sqrt{3}$, $z_C=2,$

أ) نبيّن أنّ $\dfrac{z_B-z_C}{z_A-z_C}=e^{i\frac{\pi}{3}}$ **:**

$$\frac{z_B-z_C}{z_A-z_C}=\frac{-1-i\sqrt{3}-2}{-1+i\sqrt{3}-2}=\frac{-3-i\sqrt{3}}{-3+i\sqrt{3}}=\frac{(-3-i\sqrt{3})(-3-i\sqrt{3})}{(-3+i\sqrt{3})}$$

و منه $\dfrac{z_B-z_C}{z_A-z_C}=\dfrac{6+6i\sqrt{3}}{12}=\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$ و منه $\dfrac{z_B-z_C}{z_A-z_C}=\left[1;\dfrac{\pi}{3}\right]$

ب) تعيين طبيعة المثلث ABC : المثلث ABC متقايس الأضلاع

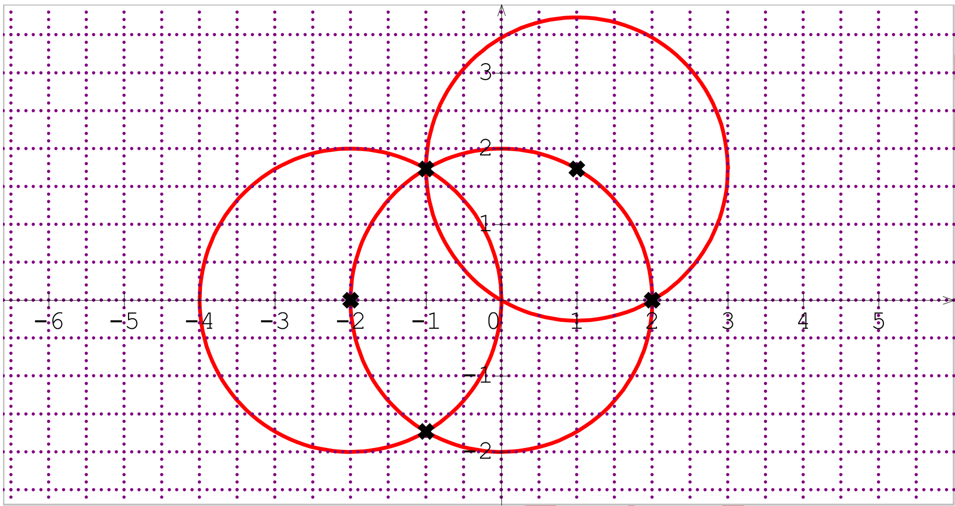
ج) تعيين مركز ونصف قطر الدائرة (C) المحيطة بالمثّلث ABC. أرسم (C)

مركز الدائرة (C) المحيطة بالمثّلث ABC هو Ω مركز ثقل المثلث حيث $z_\Omega = \dfrac{z_A + z_B + z_C}{3}$

أي $z_\Omega = \dfrac{-1+i\sqrt{3}-1-i\sqrt{3}+2}{3} = 0$ و منه $\Omega(0;0)$

ونصف قطر الدائرة (C) المحيطة بالمثّلث ABC هو $OA = OB = OC = |z_A| = |z_B| = |z_C| = 2$

الرسم (C):



1.أ) تعيين الطبيعة و العناصر الهندسية للمجموعة (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z و التي تحقّق: $2(z+\overline{z})+z\overline{z}=0$.

ليكن $z = x+iy$ و منه لدينا $z+\overline{z} = 2\operatorname{Re}(z) = 2x$ و $z\overline{z} = x^2+y^2$ و منه

$2(z+\overline{z})+z\overline{z}=0$ تكافئ $2(2x)+x^2+y^2=0$ و منه $4x+x^2+y^2=0$

تكافئ $(x+2)^2+y^2=4$ و منه للمجموعة (Γ) هي دائرة مركزها $\omega(-2.0)$ ونصف قطرها $r=2$

ب) التحقق من أنّ النقطتين A و B تنتميان إلى (Γ):

لدينا $A(-1;\sqrt{3}); B(-1;-\sqrt{3})$ بالتعويض في المعادلة $(x+2)^2+y^2=4$ نجد

$\begin{cases}(-1+2)^2+(-\sqrt{3})^2=4\\(-1+2)^2+(\sqrt{3})^2=4\end{cases}$ و منه احداثيات $A;B$ تحقق المعادلة $(x+2)^2+y^2=4$

2. ليكن R الدوران الذي مركزه A و زاويته $\dfrac{\pi}{3}$

لدينا $|a|=1$ و $\arg a = \dfrac{\pi}{3}$ اذن $a = \dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$ ولدينا $Z_A = \dfrac{b}{1-a}$ ومنه $b = Z_A(1-a) = 1+\sqrt{3}i$

اذن الكتابة المركبة للدوران من الشكل $Z' = \left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i\right)Z+1+\sqrt{3}i$

أ- تعيّن صورة النقطة B بالدوران R

صورة B بالدوران R هي C لان: $Z_C = \left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i\right)Z_B+1+\sqrt{3}i = 2$

ب- تعيين z_D لاحقة النقطة D صورة النقطة C بالدوران R: $Z_D = \left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i\right)Z_C+1+\sqrt{3}i = 2+2\sqrt{3}i$

- استنتاج طبيعة الرباعي $ABCD$: معيّن

ج- عيّن صورة المجموعة (Γ) بالدوران R

صورة المجموعة (Γ) بالدوران R هي دائرة مركزها $\omega'(1;\sqrt{3})$ ونصف قطرها $r=2$

<u>التمرين الرّابع:(07 نقاط)</u>

الجزء الأول: نعتبر الدالة g المعرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعلاقة $g(x)=-\dfrac{2x}{x+1}+\ln(x+1)$

1/حساب نهايتي g عند -1 و $+\infty$: $\lim\limits_{x\to-1} g(x)=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$

2/ دراسة اتجاه تغيرات الدالة g وشكّل جدول تغيراتها :

$g'(x)=\dfrac{x-1}{(x+1)^2}$

أشارة $g'(x)$ من إشارة $(x-1)$ * جدول التغيرات :

x	-1		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	↘	$ln2-1$	↗	$+\infty$

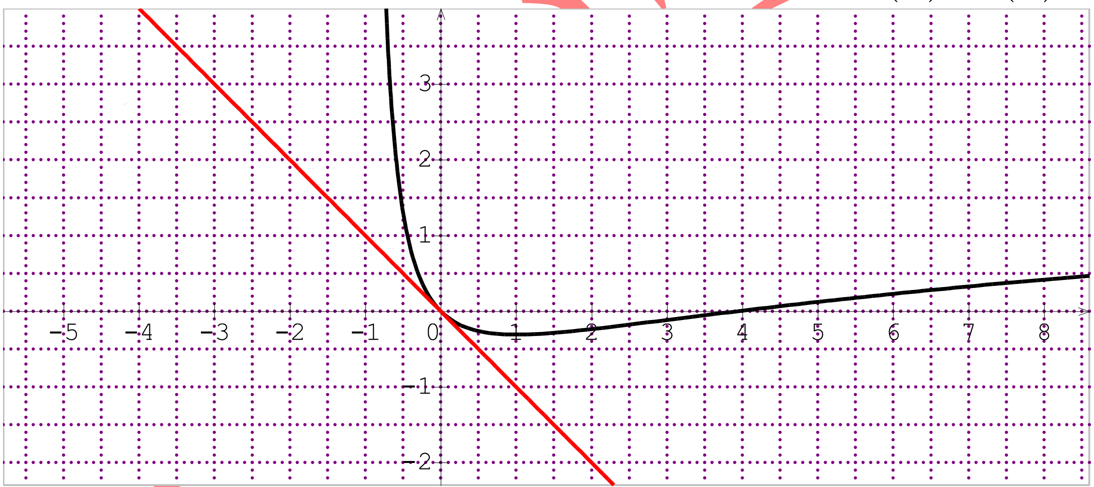
3/ نبيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما معدوم و الآخر فاصلته α حيث $3.9<\alpha<4$.

حل معدوم $g(0)=0$ و الآخر حسب مبرهنة القيم المتوسطة $g(3.9)\times g(4)<0$ و g متزايدة تماما

4/ معادلة المماس (T) للمنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة 0:

$(T): y=g'(0)(x-0)+g(0)$ لدينا $g'(0)=-1$ و $g(0)=0$ و منه $(T): y=-x$

5/ انشاء (T) و (C)



6/ المناقشة بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد واشارة حلول المعادلة $g(x)=-x+|m|$:

$g(x)=-x+|m|=\begin{cases}-x+m; m>0\\ -x-m; m<0\end{cases}$ و منه

- $m=0$ المعادلة تقبل حل وحيد معدوم
- $m\in\mathbb{R}^*$ المعادلة تقبل حلين مختلفين في الإشارة .

الجزء الثّاني: نعتبر الدالة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة $f(x)=e^{-x}\ln(1+e^{2x})$:

1/ ابيّن أن من أجل كل عدد حقيقي x لدينا $f'(x)=-e^{-x}\times g(e^{2x})$

$$f(x)=e^{-x}\ln(1+e^{2x})=-e^{-x}\ln(1+e^{2x})+\frac{2e^{2x}}{1+e^{2x}}\times e^{-x}$$

$$=-e^{-x}\left(\ln(1+e^{2x})-\frac{2e^{2x}}{1+e^{2x}}\right)=-e^{-x}g\ e^{2x}$$

2/ الحل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f'(x)=0$.

$f'(x)=0$ تكافئ $-e^{-x}g\ e^{2x}=0$ تكافئ $g\ e^{2x}=0$ تكافئ $e^{2x}=0$ مرفوض

او $e^{2x}=\alpha$ مقبول تكافئ $x=\ln\sqrt{\alpha}$ و منه حلول المعادلة $f'(x)=0$ هي $S=\ln\sqrt{\alpha}$

3/ دراسة اتجاه تغيرات الدالة f :

إشارة الدالة المشتقة عكس إشارة $g\ e^{2x}$

• لدينا حسب المنحنى البياني للدالة g تكون $g\ e^{2x}<0$ و منه $0<e^{2x}<\alpha$ أي $x<\ln\sqrt{\alpha}$

ومنه $-e^{-x}\times g(e^{2x})>0$ لما $x\in]\alpha;+\infty[$ و منه الدالة متزايدة على المجال $x\in]-\infty,\ln\sqrt{\alpha}[$

• لدينا حسب المنحنى البياني للدالة g تكون $g\ e^{2x}>0$ و منه $e^{2x}>\alpha$ و أي $x>\ln\sqrt{\alpha}$ و

منه $-e^{-x}\times g(e^{2x})>0$ لما $x\in]\alpha;+\infty[$ و منه الدالة متناقصة على المجال $x\in]\ln\sqrt{\alpha};+\infty[$

4/نبيّن أن $f(\ln\sqrt{\alpha})=\dfrac{2\sqrt{\alpha}}{\alpha+1}$ **ثم جد حصرًا للعدد** $\dfrac{2\sqrt{\alpha}}{\alpha+1}$ **:**

لدينا $f(\ln\sqrt{\alpha})=\dfrac{2\sqrt{\alpha}}{\alpha+1}=e^{-\ln\sqrt{\alpha}}\ln(1+e^{2\ln\sqrt{\alpha}})=e^{\ln(\sqrt{\alpha})^{-1}}\ln(1+e^{\ln\alpha})=\dfrac{1}{\sqrt{\alpha}}\ln(1+\alpha)$

و من جهة أخرى $g(\alpha)=0$ أي $\ln(\alpha+1)=\dfrac{2\alpha}{\alpha+1}$ بالتعويض نجد

$$f(\ln\sqrt{\alpha})=\frac{2\alpha}{\sqrt{\alpha}(\alpha+1)}=\frac{2\alpha\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\alpha}\times\sqrt{\alpha}(\alpha+1)}=\frac{2\sqrt{\alpha}}{(\alpha+1)}$$

5/ - أ) نبين أنّه من أجل كل x **من** $\mathbb{R}$ **لدينا** $f(x)=\dfrac{2x}{e^x}+\dfrac{\ln(1+e^{-2x})}{e^x}$

$$f(x)=e^{-x}\ln\left[e^{2x}(e^{-2x}+1)\right]=\frac{1}{e^x}(\ln(e^{2x})+\ln(e^{-2x}+1))=\frac{2x}{e^x}+\frac{\ln(e^{-2x}+1)}{e^x}$$

ب) استنتاج $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

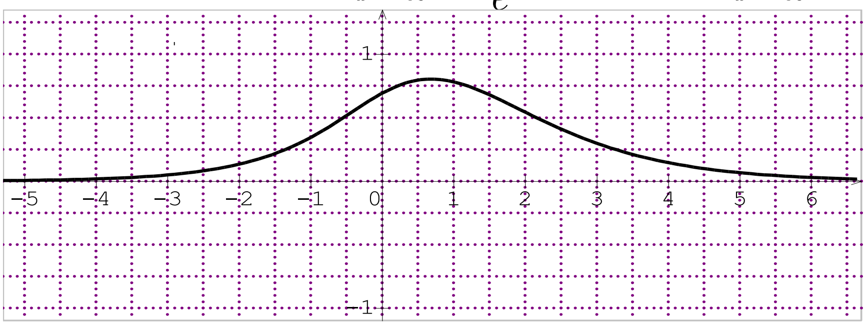
$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2x}{e^x}+\dfrac{\ln(e^{-2x}+1)}{e^x}\right)=0$ لأن $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2x}{e^x}\right)=0$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln(e^{-2x}+1)}{e^x})=0$

6/ البرهان أن $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=0$ **(لاحظ أنّه يمكن كتابة** $f(x)$ **على الشكل** $f(x)=e^x\times\dfrac{\ln(1+e^{2x})}{e^{2x}}$)

$\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}(e^x\times\dfrac{\ln(1+e^{2x})}{e^{2x}})=0$ لأنّ $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\ln(1+e^{2x})}{e^{2x}}=0$

7/ جدول تغيرات الدّالة f

x	$-\infty$		$ln(\sqrt{(a)})$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	$2\sqrt{(a)}/a+1$	$\searrow$	0



8/ انشئ المنحنى (φ)

❀ الجمهورية الجزائرية الديمقراطية❀

❀وزارة التّربية الوطنيّة ❀ ❀مديرية التّربية لولاية سطيف❀

❀ المستوى و الشّعبة : نهائي علوم تجريبية ❀ ❀ ثانوية :عبد الحميد بن باديس (بيضاء برج) ❀

❀الإجابة النموذجية للبكالوريا التجريبية دورة ماي 2015 ❀

الموضوع الثاني

التمرين الأوّل: (04 نقاط)

I) نعتبر الدّالة f المعرفة على $[1;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=1+\sqrt{x-1}$: $u_0=\frac{5}{4}$ و $u_{n+1}=f(u_n)$:

أ) **البرهان بالتراجع أن :** $1<u_n<2$

لتكن فرضية التراجع $P(n):1<u_n<2$

* المرحلة 1: الخاصية $P(1)$ صحيحة من أجل $n=1$ لأن $u_0=\frac{5}{4}$ أي $P(1):1<u_0<2$

* المرحلة 2: نفرض صحة الخاصية $P(n)$ من أجل عدد طبيعي n حيث $n>1$ أي $1<u_n<2$ و

نبرهن صحتها من أجل $n+1$ أي $P(n+1):1<u_{n+1}<2$

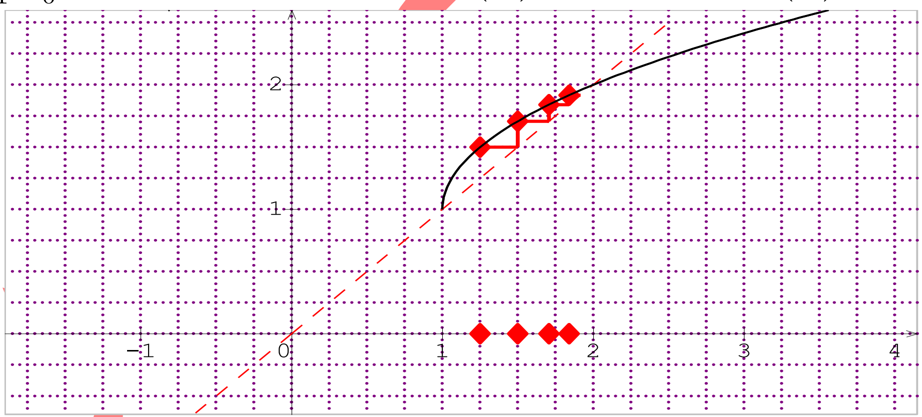
لدينا $1<u_n<2$ و منه $0<u_n-1<1$ و و منه $1<1+\sqrt{u_n-1}<2$ بالتالي $1<u_{n+1}<2$

و منه إذن الخاصية صحيحة من أجل $n+1$.

* الخلاصة: نستنتج، حسب مبدأ البرهان بالتراجع، أن الخاصية صحيحة من أجل كل عدد طبيعي n.

إذن $1<u_n<2$.

ب) باستعمال المنحنى (C) و المستقيم $(\Delta):y=x$. علّم على محور الفواصل الحدود u_3,u_2,u_1,u_0



ت) **تخمينًا حول اتجاه تغير المتتالية** (u_n): من التمثيل $u_3>u_2>u_1>u_0$ و منه (u_n) متتالية متزايدة

البرهان على التخمين : (u_n) متزايدة

$$u_{n+1}-u_n=1+\sqrt{u_n-1}-u_n=\frac{(\sqrt{u_n-1}-(u_n+1))\times(\sqrt{u_n-1}-(u_n+1))}{(\sqrt{u_n-1}+(u_n+1))}$$

و منه $$u_{n+1}-u_n=\frac{(u_n-1-(u_n+1)^2}{(\sqrt{u_n-1}+(u_n+1))}=\frac{-u_n^{\ 2}+3u_n-2}{(\sqrt{u_n-1}+(u_n+1))}$$ و منه

$$u_{n+1}-u_n=\frac{(2-u_n)(u_n-1)}{(\sqrt{u_n-1}+(u_n+1))}$$

لدينا $1<u_n<2$ و منه $0<2-u_n$ و $0<u_n-1$ و $\sqrt{u_n-1}+u_n+1>0$ و بالتالي

$u_{n+1}-u_n>0$ و منه المتتالية (u_n) متزايدة تماما

ث) استنتاج أنّ المتتالية (u_n) متقاربة عيّن نهايتها

لدينا المتتالية (u_n) متزايدة و $u_n<2$ فهي محدودة من الأعلى بالعدد 2 فهي متقاربة ونهايتها 2

III) نعتبر المتتالية (v_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n=\ln(u_n-1)$

أ) البرهان أن : (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$

(v_n) هي متتالية هندسية معناه $v_{n+1}=v_n\times q$:

لدينا $v_n=\ln(u_n-1)$ و منه $v_{n+1}=\ln(u_{n+1}-1)$ و منه

$$v_{n+1}=\ln(1+\sqrt{u_n-1}-1)=\ln(\sqrt{u_n-1})=\ln(u_n-1)^{\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}\ln(u_n-1)=\frac{1}{2}v_n$$

ب) كتابة v_n ثم u_n بدلالة n

$v_n=v_0\times q^n$ و $v_0=\ln(u_0-1)=\ln(\frac{5}{4}-1)=\ln(\frac{1}{4})=-\ln 4$ وبالتالي $v_n=-\ln 4\times(\frac{1}{2})^n$

وبما أنّ $v_n=\ln(u_n-1)$ فإنّ $e^{v_n}=e^{\ln(u_n-1)}$ و منه $u_n=e^{v_n}+1$ و منه $u_n=e^{-\ln 4\times(\frac{1}{2})^n}+1$

ج). حساب بدلالة n المجموع $S_n=v_0+v_1+v_2+\ldots+v_n$:

$$S_n=v_0\frac{1-q^{n+1}}{1-q}=-\ln 4\times\frac{1-(\frac{1}{2})^{n+1}}{1-\frac{1}{2}}=-2\ln(4)\times(1-(\frac{1}{2})^{n+1})$$

التمرين الثّاني: (05 نقاط)

الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ نعتبر النقطتين : $A(2;1;2)$ ، $B(0;2;-1)$ ،

.1 كتابة تمثيلا وسيطيّا بدلالة الوسيط k للمستقيم (AB) لتكن $M(x;y;z)$ **نقطة من افضاء تحقق**

حيث $\overrightarrow{AM}=k\overrightarrow{AB}$ $\overrightarrow{AB}(-2;1;-3)$ ، $\overrightarrow{AM}(x-2;y-1;z-2)$ و منه $(k\in\mathbb{R})$; $(AB):\begin{cases}x=-2k+2\\y=k+1\\z=-3k+2\end{cases}$

.2 نبيّن أن المستقيمين (Δ) و(AB) لا ينتميان الى نفس المستوي:

$\begin{cases}6t-2=-2k+2\\-2t+1=k+1\\4t=-3k+2\end{cases}$ بحل الجملة نجد $k=-4$ $t=2$ بالتعويض نجد نقطتين مختلفتين

.3 (P) هو المستوي الذي يشمل المستقيم (AB) و يوازي (Δ)

أ- التحقق ان الشعاع $\vec{n}(1;5;1)$ ناظمي للمستوي (P) ثم استنتج معادلة ديكارتية له

$\vec{n}(1;5;1)$ ناظمي للمستوي (P) معناه $\vec{n}\bullet\overrightarrow{AB}=0$ لدينا $\overrightarrow{AB}(-2;1;-3)$ و منه

$$\vec{n}\bullet\overrightarrow{AB}=1(-2)+5\times 1+1(-3)=3-3=0$$

ب- حساب المسافة d بين (Δ) و(P)

4. أ- تعيين احداثيات النقطة I منتصف القطعة $[AB]$

$I(\frac{2+0}{2};\frac{1+2}{2};\frac{2-1}{2})$ أي $I(1;\frac{3}{2};1)$

5. لتكن (δ) مجموعة النقط M من الفضاء بحيث : $MA^2-MB^2=2$.

- التحقق ان النقطة $H(1;1;0)$ تنتمي الى (δ) ثمّ استنتاج طبيعة المجموعة (δ).

$H(1;1;0)$ **تنتمي الى** (δ) **معناه** $HA^2-HB^2=2$ و منه

6. لتكن N نقطة متغيرة من (Δ) ونعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة $f(t)=AN^2$.

- ادرس اتجاه تغيرات f استنتج ثانية المسافة بين (Δ) و A

N نقطة من المستقيم (Δ) معناه $N(6t-2;-2t+1;4t)$

$\overrightarrow{AN}\begin{pmatrix}2-6t+2\\1+2t-1\\2-4t\end{pmatrix}$ و منه $\overrightarrow{AN}\begin{pmatrix}-6t\\2t\\2-4t\end{pmatrix}$ ومنه $AN^2=(-6t)^2+(2t)^2+(2-4t)^2$ وبالتالي

$AN^2=36t^2+4t^2+4+16t^2-16t=56t^2-16t+4$ و منه $f(t)=56t^2-16t+4$

$f'(t)=112t-16$

$f'(t)=0$ أي $112t=16$ وبالتالي $t=\frac{16}{112}=\frac{1}{7}$

المسافة بين (Δ) و A هي $f(\frac{1}{7})=56(\frac{1}{7})^2-16(\frac{1}{7})+4=\frac{56}{49}+\frac{16}{7}+4$ و

منه $f(\frac{1}{7})=\frac{364}{49}=\frac{52}{7}$

<u>التمرين الثّالث: (05 نقاط)</u>

1- في المستوى المركب $z_A=1+i$, $z_B=-1+3i$, $z_C=-3+i$

أ- علّم النقط A، B، C

ب- h هو التحاكي الذي نسبته 2 ويحول A الى C. عين z_ω لاحقة النقطة ω مركز التحاكي h:

h هو التحاكي الذي نسبته 2 ويحول A الى C عبارته المركبة من الشكل $z'=2z+b$ و منه

$\begin{cases} z_C=2z_A+b\\ z_\omega=2z_\omega+b\end{cases}$ وبالتالي $z_\omega-z_C=2z_\omega-2z_A$ و منه

$z_\omega=2z_A-z_C=2(1+i)+3-i=5+i$ و منه $z_\omega=5+i$

2- أ- نضع $L=\frac{z_A-z_B}{z_C-z_B}$. احسب الطويلة وعمدة للعدد المركب L ثم استنتج طبيعة المثلث ABC :

$L=\frac{z_A-z_B}{z_C-z_B}=\frac{1+i+1-3i}{-3+i+1-3i}=\frac{2-2i}{-2-2i}=\frac{i(-2i-2)}{-2-2i}=i$ و منه $L=i$

$|L|=|i|=1$ و $Arg(L)=Arg(i)=\frac{\pi}{2}$

- **استنتاج طبيعة المثلث ABC مثلث قائم ومتساوي الساقين**

ب- عيّن مجموعة الأعداد الطبيعية n بحيث L^n تخيليا صرفا:

لدينا $L=\cos\frac{\pi}{2}+i\sin\frac{\pi}{2}$ و منه $L^n=\cos\frac{n\pi}{2}+i\sin\frac{n\pi}{2}$

L^n تخيليا صرفا معناه $\cos\frac{n\pi}{2}=0$ تكافئ $\frac{n\pi}{2}=\frac{\pi}{2}+\pi k$ تكافئ $n=2k+1$

-3 لتكن النقطة D بحيث $\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AB}$ و I منتصف القطعة المستقيمة $[BC]$

أ-نبيّن أن D مرجح النقط A، B، C مرفقة بمعاملات حقيقية يُطلب تعيينها :

لدينا $\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AB}$ و منه $\overrightarrow{DC}-\overrightarrow{AB}=\vec{0}$ و منه $\overrightarrow{DC}-\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{DB}=\vec{0}$ و منه

$\overrightarrow{DA}-\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DC}=\vec{0}$ أي D مرجح $(A;1);(B;-1);(C;1)$

ب- تعيين z_D لاحقة D و z_I لاحقة I

$$z_D=\frac{z_A-z_B+z_C}{1-1+1}=-1-i \quad ، \quad z_D=\frac{z_B+z_C}{2}=-2+2i$$

ج- تعيين وانشاء المجموعة (φ) للنقط M من المستوي بحيث : $\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=\frac{1}{2}\left\|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|$

لدينا $\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{MD}\right\|$ و $\frac{1}{2}\left\|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=\frac{1}{2}\left\|2\overrightarrow{MI}\right\|$ و منه $\left\|\overrightarrow{MD}\right\|=\left\|\overrightarrow{MI}\right\|$

أي $MD=MI$ وبالتالي المجموعة (φ) هي مستقيم محور القطعة $[DI]$

-4 نعتبر النقطة E ذات اللاحقة $z_E=1+5i$

أ- كتابة على الشّكل الجبري العدد المركب $\frac{z_I-z_A}{z_D-z_E}$ ثم استنتاج أن $DE=2AI$ و (DE) يعامد (AI)

$\frac{z_I-z_A}{z_D-z_E}=-\frac{1}{2}i$ **و منه** $\left|\frac{z_I-z_A}{z_D-z_E}\right|=\left|-\frac{1}{2}i\right|=\frac{1}{2}$ وبالتالي $\frac{|z_I-z_A|}{|z_D-z_E|}=\frac{AI}{ED}=\frac{1}{2}$ وبالتالي

$$\frac{|z_I-z_A|}{|z_D-z_E|}=ED=2AI$$

$\arg\frac{z_I-z_A}{z_D-z_E}=\arg(-\frac{1}{2}i)=\frac{\pi}{2}$ أي (DE) **يعامد** (AI)

ب- تعيين مركز ونسبة و زاوية التشابه المباشر S الذي يحول D إلى I و يحول E إلى A:

$\begin{cases}S(D)=I\\S(E)=A\end{cases}$ و منه $\begin{cases}z_I=az_D+b\\z_A=az_E+b\end{cases}$ و منه $a=\frac{z_I-z_A}{z_D-z_E}$ و بالتالي $a=-\frac{1}{2}i$

و لدينا $z_A=-\frac{1}{2}z_E+b$ أي $z_A-\frac{1}{2}z_E=-\frac{3}{2}+\frac{9}{2}i$ و منه $b=$ $z_\omega=\frac{b}{1-a}=-\frac{3}{5}+\frac{9}{5}i$

ج- صورة الدّائرة التّي مركزها D وتشمل E بالتّشابه المباشر S: هي الدائرة التي مركزها I و نصف قطرها $r=\frac{1}{2}DE$

التمرين الرّابع:(06 نقاط)

لتكن الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=x^2+2-2\ln x$

1. دراسة تغيرات الدالة g و شكل جدول تغيراتها :

$$\lim_{x\to0}g(x)=+\infty \quad ، \quad \lim_{x\to+\infty}g(x)=\lim_{x\to+\infty}x^2(1+\frac{2}{x^2}-2\frac{\ln x}{x^2})=+\infty$$

الدالة المشتقة واشارتها $g'(x)=2x-\frac{2}{x}$ و منه $g'(x)=\frac{2x^2-2}{x}$

$g'(x)=0$ معناه ومنه $x=-1$ مرفوض أو $x=1$

جدول التغيرات

x	0		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	3	$\nearrow$	$+\infty$

.2 استنتاج حسب قيم x إشارة $g(x)$:من جدول التغيرات نستنتج أنّ $g(x)>0$ على $\mathbb{R}$.

الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\frac{2\ln x}{x}+x-1$

1) حساب $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$. ثم تفسير النتيجة هندسيا:

$\lim\limits_{x\to 0} f(x)=-\infty$ التفسير هندسيا $x=0$ مستقيم مقارب عمودي

2) حساب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. و $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(x-1)\right]$ ثم فسر النتيجة الثانية هندسيا

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(x-1)\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2\ln x}{x}=0$ التفسير $y=x-1$ مستقيم مقارب مائل

- **دراسة وضعية (C_f) مع مستقيمه المقارب (Δ)**

ندرس إشارة الفرق $\left[f(x)-(x-1)\right]$: $f(x)-(x-1)=\frac{2\ln x}{x}$ ، $\frac{2\ln x}{x}=0$ معناه $x=1$

و منه لما $x>1$ فإنّ (C_f) فوق (Δ) و لما $x<1$ فإنّ (C_f) أسفل (Δ)

3) أ) نبيّن أنّه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$ فإنّ : $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$.:

$$f'(x)=\frac{\frac{2}{x}\times x-2\ln x}{x^2}+1=\frac{2-2\ln x+x^2}{x^2}=\frac{g(x)}{x^2}$$

ب) استنتاج إشارة f' ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

إشارة f' من إشارة g ولدينا $g(x)>0$ على $\mathbb{R}$ و منه $f'(x)>0$ على $\mathbb{R}$

- **جدول التغيرات**

x	0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$ $\quad$ $+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

4) نبيّن أنّ (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (Δ) عند نقطة يطلب تعيين إحداثييها ثم أكتب معادلة لـ (T)

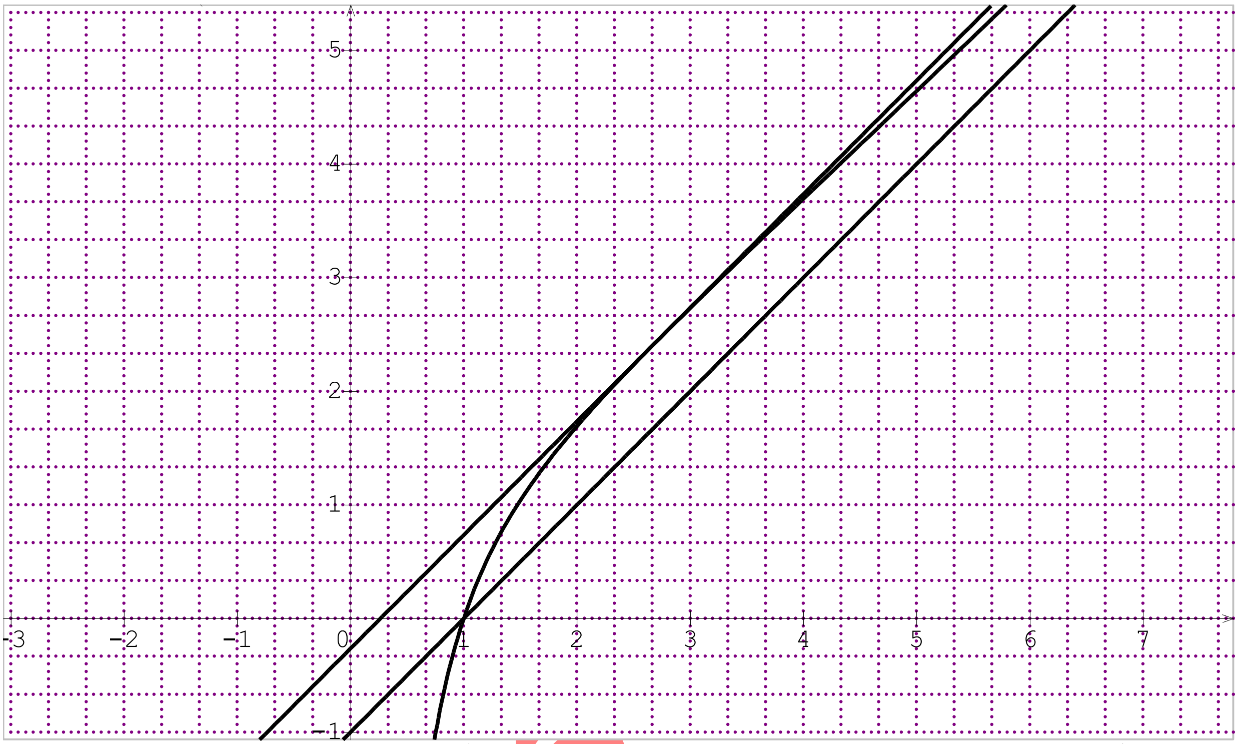
(C_f) يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (Δ) معناه $f'(x)=1$ تكافئ $\frac{2-2\ln x+x^2}{x^2}=1$ أي

$2-2\ln x+x^2=x^2$ وبالتالي $2-2\ln x=0$ و منه $\ln x=1$ أي $x=e$ أي $A(e;\frac{2}{e}+e-1)$

لأن $f(e)=\frac{2\ln e}{e}+e-1=\frac{2}{e}+e-1$.

معادلة لـ (T): $(T): y=1(x-e)+\frac{2}{e}+e-1$ و منه $(T): y=x+\frac{2}{e}-1$

5) أنشاء كلا من المستقيمين (Δ) و (T) ، ثمّ المنحنى (C_f):



6) المناقشة بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $2\ln x-xm=x$

$2\ln x-xm=x$ تكافئ $2\ln x=xm+x$ و منه $2\ln x=xm+x$ و منه

$2\ln x=x(m+1)$ أي $\frac{2\ln x}{x}=m+1$ و منه $\frac{2\ln x}{x}+x-1=m+1+x+1$ و بالتالي

$f(x)=x+m$ وبالتالي

- لما $m\leq\frac{2}{e}-1$ فإن المعادلة تقبل حل وحيد
- لما $m>\frac{2}{e}-1$ فإن المعادلة لا تقبل حلول

تمنياتنا لكم بالنجاح في امتحان بكالوريا 2015

والله الموفق