

التمرين الأول : (05 نقاط)

- اختر الإجابة الصحيحة مع التعليل :

1- عبارة التقريب التآلفي للدالة $f(x) = e^x - \frac{x^2}{2}$ بجوار (0) :

$f(x) = ex + e$	$y = x + e$	$y = x + 1$
-----------------	-------------	-------------

2- حلول المعادلة التفاضلية $2y' - y + 4 = 0$ هي الدوال من الشكل :

$f(x) = Ce^{2x} + 4$	$f(x) = Ce^{\frac{1}{2}x} + 4$	$f(x) = Ce^{\frac{1}{2}x} - 2$
----------------------	--------------------------------	--------------------------------

3- f و g دالتان قابلتان للإشتقاق على $IR - \{0\}$. حيث : $f(x) = g(\ln x^2)$ و $g'(x) = e^x$ فإن : عبارة $f'(x)$:

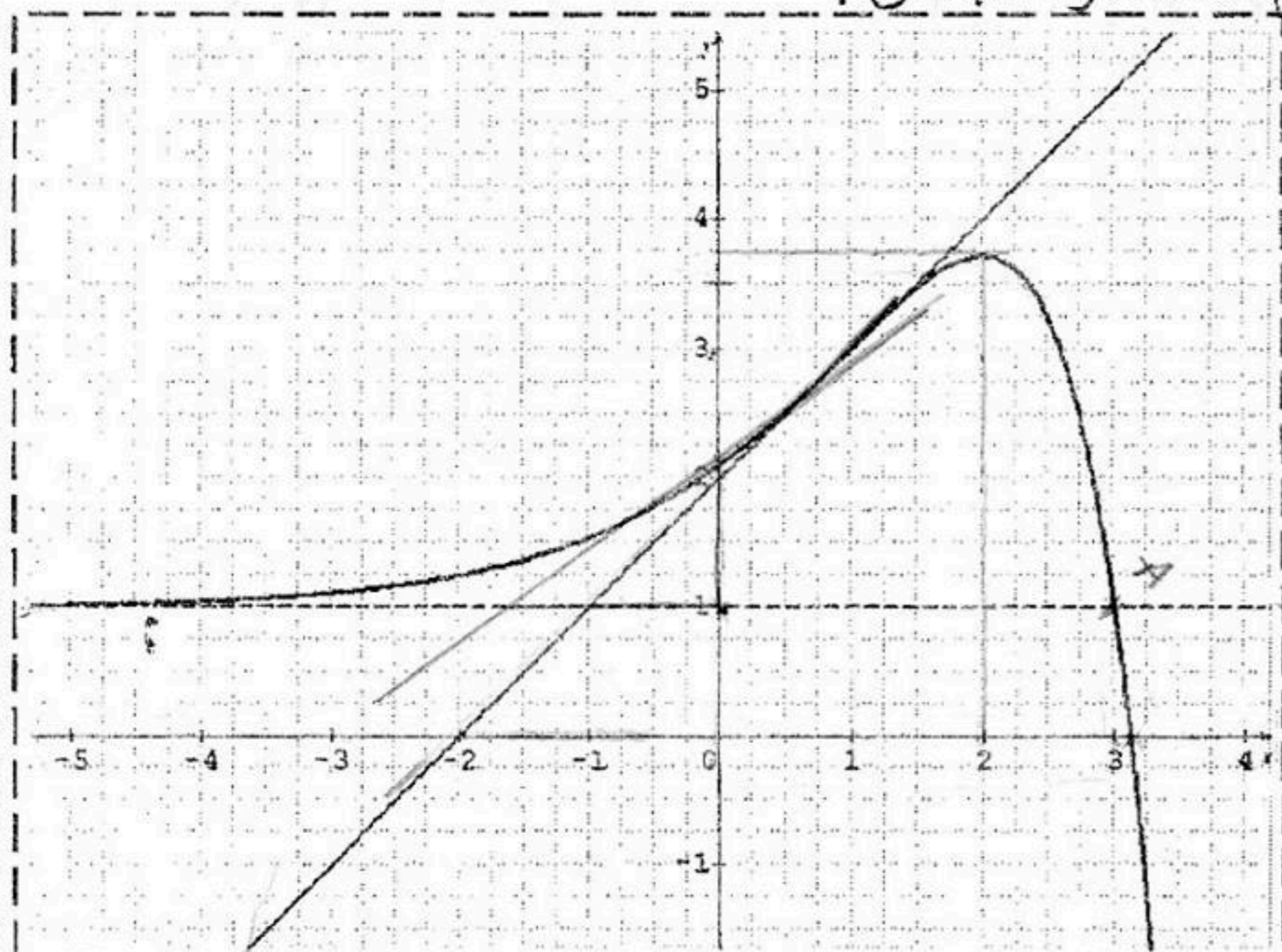
$f'(x) = 2x$	$f'(x) = x^2 e^x$	$f'(x) = x^2$
--------------	-------------------	---------------

4- مجموعة حلول المعادلة $2(\log x)^2 + 5\log x - 3 = 0$:

$S = \emptyset$	$S = \left\{-3; \frac{1}{2}\right\}$	$S = \{10^{-3}; \sqrt{10}\}$
-----------------	--------------------------------------	------------------------------

التمرين الثاني : (06.5 نقاط)

التمثيل البياني في الشكل المقابل هو لمنحنى (C_f) للدالة f في معلم متعامد و متجانس .



المنحنى (C_f) يمر بالنقطة $A(3;1)$.

و يقبل مماسا موازيا لمحور الفواصل عند النقطة $B(2; e+1)$.

ويقبل مستقيما مقاربا $y=1$ بجوار $(-\infty)$. ومماسا (T) يخترق

المنحنى (C_f) عند النقطة $C(1;3)$.

1) عين $f''(1)$, $f'(1)$, $f'(2)$.

2) أكتب معادلة المماس (T) .

3) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α

حيث $\alpha \in]3; +\infty[$. إستنتج إشارة $f(x)$ على IR .

4) شكل جدول تغيرات الدالة f .

5) لتكن الدالة h المعرفة على المجال $]-\infty; \alpha[$ بـ : $h(x) = f(x) - \ln[f(x)]$.

- أعط عبارة $h'(x)$ بدلالة $f(x)$ و $f'(x)$.

- إستنتج إتجاه تغير الدالة h . ثم شكل جدول تغيراتها.

أولا : لتكن الدالة g المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي : $g(x) = 2x - 1 - \ln x$.

1. أدرس تغيرات الدالة g , ثم شكل جدول تغيراتها .
- إستنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.
2. تحقق بأن $g(1) = 1$ و بين أن المعادلة $g(x) = 1$ تقبل حلا آخر وحيدا α حيث $\alpha \in]0, 1; 0, 3[$.

ثانيا : لتكن الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = x^2 - x \ln x$.

(C_f) منحناها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(2) بين أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$ فإن : $f'(x) = g(x)$.

- إستنتج إتجاه تغير الدالة f . ثم شكل جدول تغيراتها .
- بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة ω إنعطاف يطلب تعيينها .
- عين دون حساب : $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha}$. فسر النتيجة بيانيا .

(3) نعتبر النقطة $M(x, f(x))$ نقطة من المنحنى (C_f)

- عين $a(x)$ ميل المستقيم (OM) بدلالة x

- عين قيمة a عندما يقترب x من الصفر ثم فسر النتيجة هندسيا .

(4) أثبت أن : $f(x) = x \cdot [g(x) - x + 1]$ ثم أحسب $f(\alpha)$ بدلالة α .

(5) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين (T) و (T') ميلهما (1) يطلب تعيين معادلة لكل منهما .

(6) بوضع $(\alpha \approx 0.2)$ أرسم بعناية (T) و (T') و المنحنى (C_f) . (الوحدة : $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2cm$) .