7

الوحــدة السابعـــة

الحساب الشّعاعي والهندسة التّحليلية

مواضيع الدروس:

❶ الأشعـــة والحســـاب الشعـــاعي

❷ المعـــلـــم للمســتـــــوي

❸ معـــادلــــــة مستقيـــــم

❹ جملة معادلتين خطيتين لمجهولين

ثانوية أفلح عبـد الوهـــاب

المستــوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
الحصـــة : هندســـة
الموضوع : الأشعة والحساب الشعاعي
الكفاءات المستهدفة :* التّعرف على تساوي شعاعين * التّعرف على مجموع شعاعي وإنشاؤه
* التّعرف على جداء شعاع بعدد حقيقي * التّعرف على الإرتباط الخطي لشعاعين
* التّعبير عن توازي شعاعين واستقامية ثلاث نقط في معلم.

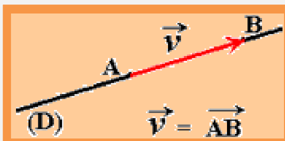
الوسائل المستعملة: الكتاب المدرسي
رقــــم المذكـرة: 34
المــــــــــدة:
اليـــــــــــوم: .../.../.........

سير الدرس	الكفاءة المستهدفة

حــل النشـــاط: رقــم 01 صفحة 252.

مفهوم الشّعاع:

تعريف:

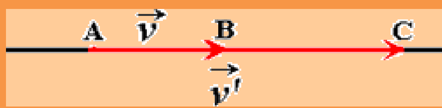


A ، B نقطتان من المستوي نقول أنّ الثنائية $(A\ ;B)$ تعيّن شعاعا نرمز له بالرّمز $\overrightarrow{AB}$ أو $\vec{V}$

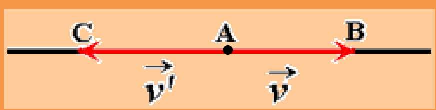
- إذا كانت النّقطة A منطبقة على النّقطة B فإنّ الشعاع $\overrightarrow{AB}$ يصبح معدوما ونكتب $\vec{V} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}$
- يسمّى طول قطعة المستقيم $[AB]$ **طويلة** الشعاع $\overrightarrow{AB}$، ونكتب: $\|\overrightarrow{AB}\| = AB$
- إذا كان $\overrightarrow{AB}$ شعاعا غير معدوم فإنّ **منحى** الشعاع $\overrightarrow{AB}$ هو منحى المستقيم (AB)
- إذا كان لشعاعين $\vec{V}$ ، $\vec{V'}$ نفس المنحى، وبوضع $\vec{V} = \overrightarrow{AB}$ و $\vec{V'} = \overrightarrow{AC}$ فإنّه:

1. يكون للشعاعين $\vec{V}$ ، $\vec{V'}$ نفس الاتجاه إذا كانت النّقطة C تنتمي إلى نصف المستقيم $[AB)$.

2. يكون للشعاعين $\vec{V}$، $\vec{V'}$ إتجاهان متعاكسان إذا كانت النّقطة A تنتمي إلى قطعة المستقيم $[AB]$.



$\vec{V}$، $\vec{V'}$ لهما نفس الاتجاه



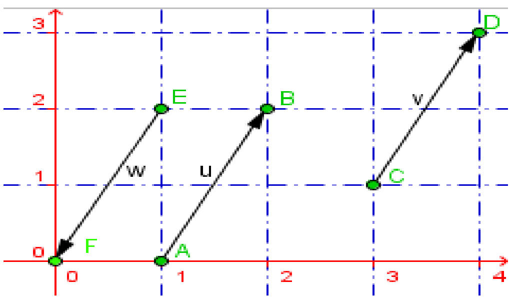
$\vec{V}$، $\vec{V'}$ لهما اتجاهان متعاكسان

ملاحظــــة: الشعاع المعدوم ليس له منحى.

تســاوي شعاعيــن:

تعريف:

نقول عن شعاعين أنّهما متساويان إذا كان لهما نفس المنحى، ونفس الاتجاه، ونفس الطويلة.



مثــــال: لتكن الأشعة $\vec{U};\vec{V};\vec{W}$ حيث $\vec{U} = \overrightarrow{AB}$ و $\vec{V} = \overrightarrow{CD}$ $\vec{W} = \overrightarrow{EF}$ (كما في الشكل المقابل).

لدينا $\vec{U} = \vec{V}$ لأن لديهم نفس الطويلة و نفس المنحى ونفس الإتجاه ، و $\vec{U} \neq \vec{W}$ لأن ليس لهم نفس الإتجاه بالرغم من أن لديهم نفس الطويلة ونفس المنحى.

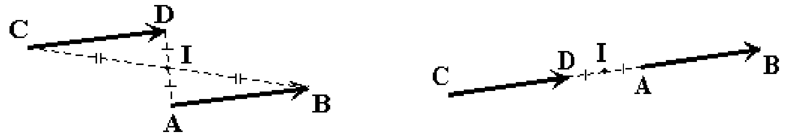
التعرف على الشعاع وخواصه المميزة (الطويلة، المنحى، الإتجاه)

التعرف على تساوي شعاعين

الكفاءة المستهدفة	سير الدرس

نتيجــة:

من أجل كلّ أربع نقط A ، B ، C ، D من المستوي لدينا: $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$ معناه $[AD]$ و $[BC]$ لهما نفس المنتصف (أنظر الشكل).

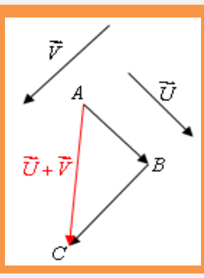


مجموع شعاعين:

حــل النشــاط: رقـم 02 صفحة 252.

تعريف:

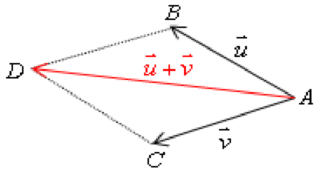
مجموع شعاعين $\vec{U}$ و $\vec{V}$ هو الشّعاع الذي نرمز له بالرّمز $\vec{U}+\vec{V}$ والمعرّف كما يأتي:
بفرض A نقطة كيفية، نعلّم نقطة B بحيث $\overrightarrow{AB}=\vec{U}$
ثمّ نقطة C بحيث $\overrightarrow{BC}=\vec{V}$ عندئذ يكون $\vec{U}+\vec{V}=\overrightarrow{AC}$



نتائـــج:

❶ من أجل كلّ ثلاث نقط A ، B ، C من المستوي فإنّ: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$ (تسمّى هذه العلاقة **علاقة شال**)

❷ إذا مثّلنا شعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ من نفس المبدأ A ، (مثلا $\vec{u}=\overrightarrow{AB}$ و $\vec{v}=\overrightarrow{AC}$) فإنّ مجموعهما $\vec{u}+\vec{v}$ يساوي $\overrightarrow{AD}$ حيث $ABDC$ متوازي أضلاع.



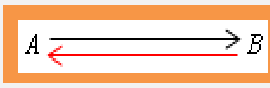
❸ إذا كان $ABCD$ متوازي أضلاع فإنّ: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}$.

الشّعاعان المتعاكسان:

من أجل كلّ نقطتين A ، B من المستوي فإنّ: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{AA}=\vec{0}$

تعريـــف:

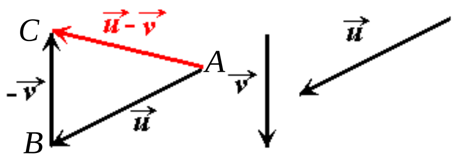
نقول عن الشّعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{BA}$ أنّهما متعاكسان و نكتب: $\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{BA}$



تعريـــف:

لحساب فرق الشّعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ بهذا التّرتيب، نضيف إلى الشّعاع $\vec{u}$ معاكس الشّعاع $\vec{v}$ ونكتب $\vec{u}-\vec{v}=\vec{u}+\left(-\vec{v}\right)$

مثـــال:



ليكن $\vec{u}=\overrightarrow{AB}$ و $\vec{v}=\overrightarrow{CB}$ لدينا:
$\vec{u}-\vec{v}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$

استعمال خواص مجموع شعاعين (علاقة شال):

تمرين: A ، B ، C ، D أربع نقط من المستوي.

بيّن أن: ❶ $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DB}$ ❷ $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}$

التعرف على مجموع شعاعين

الكفاءة المستهدفة	سير الدرس

طريقـــة:

في مجموع شعاعين يمكن تطبيق نفس الخواص المعروفة في المجموع الجبري، مثل التبديل والتّجميع.

كيف نبيّن مساواة شعاعية ؟

تمرين: $A\,;B\,;C$ ثلاث نقط ، I منتصف [BC].

❶ بيّن أنّه من أجل كلّ نقطة M فإنّ: $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MA}$

❷ بيّن أنّ: $2\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$

طريقـــة:

لإثبات صحة مساواة شعاعية يمكن تفكيك أحد الطرفين والوصول إلى الطرف الآخر باستعمال علاقة شال وعبارات شعاعية تترجم وضعيات معطاة مثل:

$\overrightarrow{BI}+\overrightarrow{CI}=\vec{0}$ أو $\overrightarrow{BI}=\overrightarrow{IC}$ أو $\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{BI}$ للتّعبير عن I منتصف [BC] .

أو $\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{MN}$ للتعبير عن $M\,;N$ منتصفي [AB] ، [AC] في المثلّث ABC .

تمرين:

لتكن $A;B;C$ ثلاث نقط من المستوي ليست على إستقامة واحدة، وليكن $\vec{V}$ شعاع معطى بالعبارة التالية: $\vec{V}=\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}$ حيث M نقطة كيفية من المستوي.

❶ بين أن الشعاع $\vec{V}$ ثابت.

❷ انشئ النقطة D بحيث يكون $\vec{V}=\overrightarrow{AD}$.

جداء شعاع بعدد حقيقي:

حـــل النشـــاط: رقــم 03 صفحة 252.

تعريف:

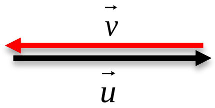
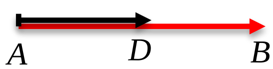
$\vec{u}$ شعاع غير معدوم و k عدد حقيقي غير معدوم.

جداء الشّعاع $\vec{u}$ بالعدد k هو الشّعاع الذي نرمز له بالرّمز $k\vec{u}$ والمعرّف كما يأتي:

1. $\vec{u}$ و $k\vec{u}$ لهما نفس المنحى واتجاهان متعاكسان إذا كان $k<0$.
2. $\vec{u}$ و $k\vec{u}$ لهما نفس المنحى ونفس الاتجاه إذا كان $k>0$.
3. طويلة الشّعاع $k\vec{u}$ تساوي جداء طويلة $\vec{u}$ بالعدد $|k|$ أي $\|k\vec{u}\|=|k|\times\|\vec{u}\|$

ملاحظة: $k\vec{u}=\vec{0}$ معناه (يكافئ) $\vec{u}=\vec{0}$ أو $k=0$.

أمثلـــــة:

$\overrightarrow{AB}=-2\overrightarrow{AC}$	$\vec{u}=-\vec{v}$	$\overrightarrow{AD}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$
		

التعرف على جداء عدد حقيقي بشعاع

الكفاءة المستهدفة	سير الدرس

خــواص:

$\vec{u}\,;\,\vec{v}$ شعاعان و $k\,;\,k'$ عددان حقيقيان.

1) $k\left(\vec{u}+\vec{v}\right)=k\,\vec{u}+k\vec{v}$ 　 2) $(k+k')\vec{u}=k\vec{u}+k'\vec{u}$

3) $k\cdot\left(k'\vec{u}\right)=\left(k\cdot k'\right)\vec{u}$ 　 4) $1\cdot\vec{u}=\vec{u}$

5) $k\vec{u}=\vec{0}$ يكافئ $\vec{u}=\vec{0}$ أو $k=0$.

أمثلـــة: ....

تمريـــن تطبيقي:

❶ ليكن $\vec{W}$ حيث: $\vec{W}=2\left(3\vec{u}+\frac{3}{2}\vec{v}\right)-\vec{u}\left(2+3\vec{v}\right)+3\vec{v}\left(\vec{u}+1\right)$

✍ أكتب $\vec{W}$ على الشكل $\vec{W}=\alpha\vec{u}+\beta\vec{v}$ حيث $\alpha\,;\,\beta$ عددان حقيقيان يطلب تعيينهما.

❷ $\vec{u}$ شعاع و α عدد حقيقي حيث: $2\alpha\vec{u}+6\vec{u}=\vec{0}$ ....(*)

☝ عين قيمة α التي تحقق المعادلة الشعاعية(*) .

✌ عين الشعاع $\vec{u}$ الذي يحقق المعادلة الشعاعية(*) .

الإرتباط الخطي

حــل النشـــاط: رقـــم 04 صفحة 253.

تعريــف:

نقول عن شعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ أنّهما مرتبطان خطيا إذا كان أحدهما يساوي جداء الآخر بعدد حقيقي، أي إذا وجد عدد حقيقي k حيث $\vec{v}=k\vec{u}$

ملاحظة: الشّعاع المعدوم مرتبط خطيا مع أي شعاع.

بالفعل من أجل كلّ شعاع $\vec{u}$ لديــنـا: $0\vec{u}=\vec{0}$

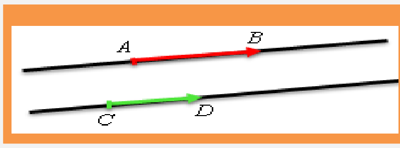
نتيجة مباشرة:

يكون الشّعاعان غير المعدومين مرتبطين خطيا إذا وفقط إذا كان لهما نفس المنحى.

التوازي والإستقامية:

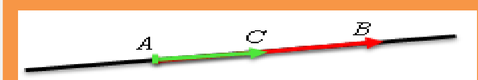
مبرهنـــة:

يكون المستقيمان (AB) و (CD) متوازيين إذا وفقط إذا كان الشّعاعان $\vec{AB}$ و $\vec{CD}$ مرتبطين خطيا.



مبرهنـــة:

تكون النّقط A ، B ، C في استقامية إذا وفقط إذا كان الشّعاعان $\vec{AB}$ و $\vec{AC}$ مرتبطين خطيا



تمريـــــن: رقم 37 – 41 – 46 صفحة 274 – 275

التعرف على الإرتباط الخطي التوازي لشعاعين و استقامية ثلاث نقط

ثانوية أفلح عبــد الوهـــاب

المستـوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
الحصـــة : هندســـة
الموضوع : المعلم للمستوي
الكفاءات المستهدفة : * تعريف المعلم * التّعليم على مستقيم، وفي المستوي.
* التّعبير عن توازي شعاعين واستقامية ثلاث نقط في معلم.

الوسائل المستعملة: الكتاب المدرسي
رقـــم المذكـرة: 35
المـــــــــدة:
اليـــــــــوم: ..../.../...

سير الدرس	الكفاءة المستهدفة
	تعريف المعلم و أنواعه

حـــل النشـــاط: رقـــم 05 صفحة 253.

المعلم للمستوي:

$(D);(\Delta)$ مستقيمان متقاطعان في النقطة O.

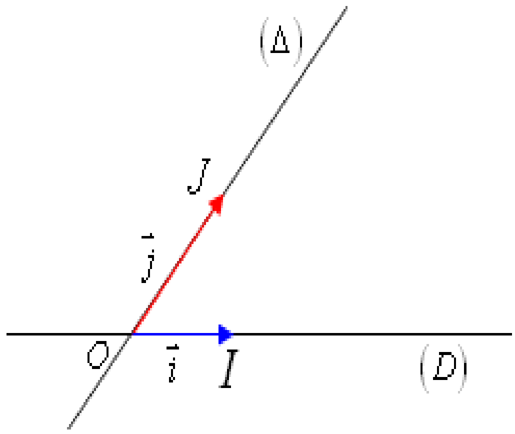
I نقطة من (D) و J نقطة من (Δ)

نضع $\vec{i}=\overrightarrow{OI}$ و $\vec{j}=\overrightarrow{OJ}$

لدينا $(O;\vec{i})$ معلم خطي للمستقيم (D)

و $(O;\vec{j})$ معلم خطي للمستقيم (Δ)

الشعاعان $\vec{i}$ و $\vec{j}$ غير معدومين وغير متوازيين.



تعريف:

الثلاثية $(O;\vec{i};\vec{j})$ تسمى معلما للمستوي.

❶ النقطة O تسمى مبدأ المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$. ❷ يسمى كل من الشعاعين شعاعي الوحدة.

❸ يسمى المستقيم (D) الموجه بالشعاع $\vec{i}$ بمحور الفواصل.

❹ يسمى المستقيم (Δ) الموجه بالشعاع $\vec{j}$ بمحور التراتيب.

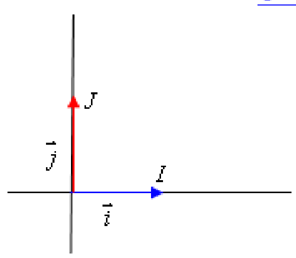
❺ تسمى الثنائية $(\vec{i};\vec{j})$ أساسا للمستوي.

أنـــواع المعالـــم:

معلم متعامد ومتجانس

$OI=OJ$

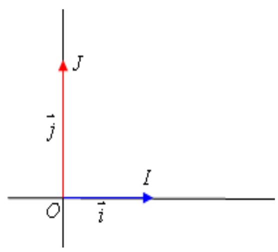
$(OI)\perp(OJ)$



معلم متعامد

$OI\neq OJ$

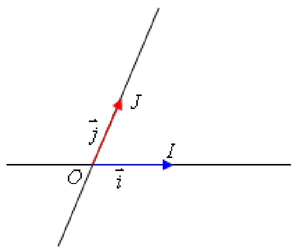
$(OI)\perp(OJ)$



معالم متجانس

$OI=OJ$

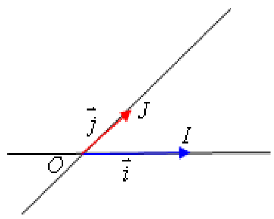
(OI) لايعامد (OJ)



معلم كيفي

$OI\neq OJ$

(OI) لايعامد (OJ)



الكفاءة المستهدفة	سير الدرس

إحداثيا نقطة – مركبتا شعاع:

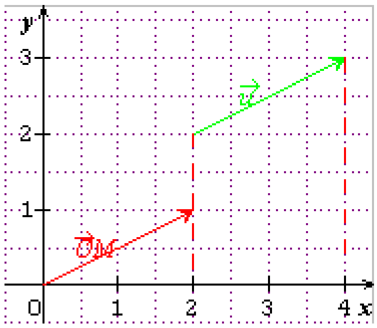
مبرهنـــة:

ليكن $(O;\vec{i};\vec{j})$ معلما للمستوي .

1) من أجل كلّ نقطة M من المستوي ، توجد ثنائية وحيدة من الأعداد الحقيقيّة $(x;y)$ بحيث $\overrightarrow{OM}=x\,\vec{i}+y\,\vec{j}$

2) من أجل كلّ شعاع $\vec{u}$ ، توجد ثنائية وحيدة من الأعداد الحقيقيّة $(x;y)$ بحيث $\vec{u}=x\,\vec{i}+y\,\vec{j}$

مثـــــال:



من الشكل المقابل

النقطة M إحداثياها هي $(2;1)$

الشعاع $\overrightarrow{OM}$ مركباته هي $\overrightarrow{OM}\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$

لدينا $\vec{u}=2\vec{i}+1\vec{j}$ ومنه مركبات الشعاع $\vec{u}$ هي $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$

حساب إحداثياتي شعاع و إحداثيتي منتصف قطعة مستقيمة:

مبرهنة:

لتكن $A(x_A;y_A)$ ، $B(x_B;y_B)$ في معلم $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) مركبتي الشعاع $\overrightarrow{AB}$ هما $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B-x_A\\y_B-y_A\end{pmatrix}$

2) إحداثيا النقطة M منتصف $[AB]$ هما $M\left(\dfrac{x_A+x_B}{2};\dfrac{y_A+y_B}{2}\right)$

مثـــــال: ....

نتائـــج:

$(O;\vec{i};\vec{j})$ معلم للمستوي ، و $\vec{u}$ شعاع إحداثياه $\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ ، و $\vec{v}$ شعاع إحداثياه $\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ ، و k عدد حقيقي.

❶ **تساوي شعاعين:** $\vec{u}=\vec{v}$ يكافئ (معناه) $[x=x';y=y']$.

❷ **مجموع شعاعين:** مركبتي المجموع $\vec{u}+\vec{v}$ هما $\begin{pmatrix}x+x'\\y+y'\end{pmatrix}$.

❸ **جداء عدد بشعاع:** مركبتي الشعاع $k\vec{u}$ هما $\begin{pmatrix}k\cdot x\\k\cdot y\end{pmatrix}$.

أمثلـــة: ....

حساب إحداثيتي شعاع

الكفاءة المستهدفة	سير الدرس
حساب إحداثيي شعاع و إستقامية ثلاث نقط في معلم	(see below)

شرط الإرتباط الخطي لشعاعين:

مبرهنـــة:

ليكن $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ معلما للمستوي، $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ و $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ شعاعين منه.

يكون الشعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ مرتبطين خطيا ذا وفقط إذا كان $xy' - x'y = 0$.

ملاحظة: لاثبات أن شعاعين متوازيين يكفي اثبات أنهما مرتبطين خطيا أي $xy' - x'y = 0$

تدعى هذه العلاقة الأخيرة بشرط التوازي.

مثـــــــال: ....

إثبات إستقامية ثلاث نقط في معلم:

$C;B;A$ ثلاث نقط من مستوي .

لإثبات أن النقط $C;B;A$ على إستقامة واحدة يكفي إثبات أن الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$.

تمرين تطبيقي: رقم 51 صفحة 276

المسافة بين نقطتيـــن:

مبرهنة:

لتكن $A\left(x_A\,;y_A\right)$ ، $B\left(x_B\,;y_B\right)$ في معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

المسافة بين النقطتين A و B تساوي $AB = \sqrt{\left(x_B - x_A\right)^2 + \left(y_B - y_A\right)^2}$

مثـــــال: ....

تمريـــن: رقم 53 – 63 صفحة 276 – 277 .

المستــوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
الحصـــة : هندســة
الموضوع : معادلـــة مستقيــم
الكفاءات المستهدفة : * التّعرف على معامل توجيه مستقيم * إنشاء مستقيم عُلِمت معادلة له
* إيجاد معادلة لمستقيم

الوسائل المستعملة: الكتاب المدرسي
رقــــم المذكــرة: 36
المـــــــــدة:
اليـــــــــــوم: .../.../..........

سير الدرس	الكفاءة المستهدفة
	التّعرف على معامل توجيه مستقيم

حــل النشـــاط: رقــم 06 صفحة 253.

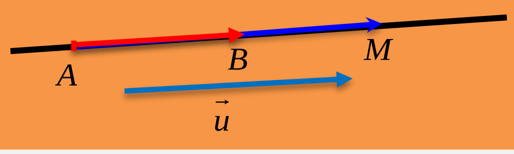
في كلّ ما سيأتي نعتبر المستوي مزوّد بمعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$

شعاع توجيه مستقيم

كلّ نقطتين A و B متمايزتين تعينان مستقيما (AB) ، ومن أجل كلّ نقطة M من (AB) فإنّ $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AM}$ مرتبطان خطيا. نقول أنّ $\overrightarrow{AB}$ هو شعاع توجيه للمستقيم (AB) .

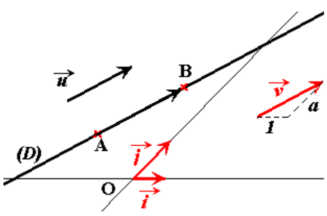
تعريف:

(D) مستقيم.
يسمّى كلّ شعاع له منحى المستقيم (D)، شعاع توجيه لهذا المستقيم.



ملاحظـــة:

إذا كان $\overrightarrow{AB}$ شعاع توجيه للمستقيم (D)، فكلّ شعاع غير معدوم ومرتبط خطيا بالشعاع $\overrightarrow{AB}$ هو أيضا شعاع توجيه للمستقيم (D)
على سبيل المثال في الشكل المقابل لدينا : كلّ من $\overrightarrow{AB}$، $\vec{u}$ ، $\vec{v}$ هي أشعة توجيه للمستقيم (D).

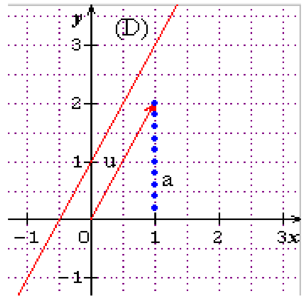


تعريف:

معامل توجيه مستقيم هو المركبة الثانية لشعاع توجيه لهذا المستقيم مركبته الأولى تساوي واحد .

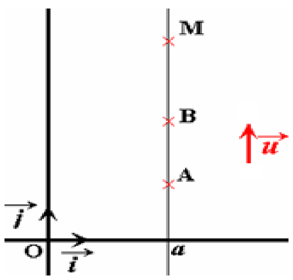
مثـــال:

لدينا الشعاع $\vec{u}$ شعاع توجيه للمستقيم (D) مركباته
هي $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}=\vec{u}\begin{pmatrix}1\\a\end{pmatrix}$ وعليه معامل توجيه المستقيم (D)
هو $a=2$



معادلة مستقيم يوازي محور التّراتيب:

A وB نقطتان لهما نفس الفاصلة a أي $x_A = x_B = a$. كلّ نقطة M من المستقيم (AB) فاصلتها $x_M = a$. إنّ المستقيم (AB) يوازي محور التّراتيب.



الكفاءة المستهدفة	سير الدرس
إنشاء مستقيم عُلمت معادلة له.	
إيجاد معادلة لمستقيم	

مبرهنـــة:

1) كلّ مستقيم يوازي محور التّراتيب له معادلة من الشّكل $x = a$ و a عدد حقيقي.
2) مجموعة النّقط $M(x\,;y)$ بحيث $x = a$ و a عدد حقيقي هي مستقيم يوازي محور التّراتيب.

تمرين تطبيقي: رقم 68 صفحة 277 .

معادلة مستقيم لا يوازي محور التّراتيب:

إذا كان للنّقطتين A و B فاصلتان مختلفتان أي $x_A \neq x_B$ فإنّ المستقيم (AB) لا يوازي محور التّراتيب

مبرهنـــة:

كلّ مستقيم لا يوازي محور التّراتيب له معادلة من الشّكل $y = a\,x + b$.

البحث عن معادلة مستقيم معرّف بنقطتين:

تمريـــن:

$(O;\vec{i};\vec{j})$ معلم للمستوي، A و B نقطتان حيث $A(2;2)$ و $B(3;0)$

☜ أكتب معادلة المستقيم (AB).

طريقـــة:

لإيجاد معادلة مستقيم معرّف بنقطتين يمكن إتباع إحدى الطرائق الآتية:

❶ البحث عن a،b في المعادلة $y = a\,x + b$ إذا كان هذا المستقيم لا يوازي محور التّراتيب.

❷ استعمال معامل توجيه المستقيم إذا كان هذا المستقيم لا يوازي محور التّراتيب.

❸ استعمال شرط الارتباط الخطي لشعاعين.

تمرين تطبيقي: رقم 58 صفحة 276 .

مبرهنـــة:

a ، b عددان حقيقيان. مجموعة النّقط $M(x\,;y)$ حيث $y = ax + b$ هي مستقيم (D) لا يوازي محور التّراتيب.

البحث عن معادلة مستقيم يشمل نقطة معلومة ويوازي مستقيما معلوما:

تمريـــن:

$(O;\vec{i};\vec{j})$ معلم للمستوي، (D)مستقيم معادلته $y = 3x - 1$ وA نقطة حيث $A(2;0)$.

☜ جد معادلة للمستقيم (D') الذي يشمل النقطة A و يوازي المستقيم(D).

الكفاءة المستهدفة	سير الدرس
شرط توازي مستقيمين	**طريقـــة:** لإيجاد معادلة مستقيم يشمل نقطة معلومة ويوازي مستقيما معلوما يمكن استغلال ما يأتي: ❶ للمستقيمين نفس المعامل التوجيه a ، وتوظيفه في معادلة من الشكل $y=ax+b$. ❷ للمستقيمين نفس شعاع التوجيه ، واستعمال شرط الارتباط الخطي لشعاعين. **حساب معامل توجيه مستقيم:** **مبرهنـــة:** من أجل كلّ نقطتين $A(x_A\,;\,y_A)$ ، $B(x_B\,;\,y_B)$ في معلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث $x_A \neq x_B$ ، معامل توجيه المستقيم (AB) يساوي $a=\dfrac{y_B-y_A}{x_B-x_A}$. **مثـــــال:** أوجد معامل توجيه المستقيم (D) الذي يشمل النقطتين $A(2;0)$ و $B(3;0)$. **شرط توازي مستقيمين:** **مبرهنـــة:** يكون المستقيمان (D) و (D') اللذان معادلتاهما $y=a\,x+b$ ، $y=a'\,x+b'$ على التّرتيب متوازيين إذا وفقط إذا كان لهما نفس معامل التوجيه أي ($(D)\ //\ (D')$ يكافئ $a=a'$). **تمريــن:** رقم 70 – 72 – 73 – 76 – 77 صفحة 277 – 278 .

ثانوية أفلح عبــد الوهـــــاب

المسـتوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
الحصــة : هندســة
الموضوع : جملة معادلتين خطيتين لمجهولين
الكفاءات المستهدفة : * حل جملة معادلتين خطيتين لمجهولين * حل مسائل تؤدي إلى استخدام جملة معادلتين خطيتين لمجهولين

الوسائل المستعملة: الكتاب المدرسي
رقـــم المذكـرة: 37
المـــــــــدة:
اليـــــــــوم: ..../.../...

سير الدرس	الكفاءة المستهدفة
(انظر أدناه)	حل جملة معادلتين خطيتين لمجهولين

حــل النشــاط: رقــم 07 صفحة 253.

نعتبر فيما يلي $(a\,;b)\neq(0\,;0)$ و $(a'\,;b')\neq(0\,;0)$

تعريــف:

نسمّي جملة معادلتين خطيتين لمجهولين كلّ جملة $\begin{cases} a\,x+b\,y=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$ حيث $c';b';a';c;b;a$ أعداد حقيقية معلومة.

ونعني بحل جملة معادلتين خطيتين لمجهولين إيجاد الثّنائيات $(x\,;y)$ التّي تحقق المعادلتين في آن واحد.

طرق حل جملة معادلتين خطيتين لمجهولين:

❶ طريقة الجمع و التعويض:

مثـــــال: حل في $\mathbb{R}^2$ (أي $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$) جملة المعادلتين (α)

$$\begin{cases} -2x+y=0 \\ x+y=6 \end{cases} \cdots\cdots(\alpha)$$

❷ طريقــة المحــدد:

لحل الجملة التالية: $(\alpha)\ \begin{cases} a\,x+b\,y=c & \cdots\cdots(1) \\ a'\,x+b'\,y=c' & \cdots\cdots(2) \end{cases}$

نحسب العدد $\Delta=a\cdot b'-b\cdot a'$ ، والذي يسمى محدد الجملة (α) ونكتب $\Delta=\begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix}$

ونميز حالتين حسب قيمة Δ.

☝ إذا كان $\Delta\neq0$ فإن الجملة (α)لها حل وحيد في $\mathbb{R}^2$ هو $(\alpha\,;\beta)$ حيث:

$$\alpha=\frac{\begin{vmatrix} c & b \\ c' & b' \end{vmatrix}}{\Delta} \quad \text{و} \quad \beta=\frac{\begin{vmatrix} a & c \\ a' & c' \end{vmatrix}}{\Delta}$$

✌ إذا كان $\Delta=0$ فإن الجملة (α)إما ليس لها حل في $\mathbb{R}^2$ وذلك إن لم تكن المعادلة① تكافئ المعادلة② ، وإلا فلها عدد غير منته من الحلول في $\mathbb{R}^2$.

مثـــــال:

حل في $\mathbb{R}^2$ (أي $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$) كل جملة من الجمل التالية:

$$\begin{cases} x-y-1=0 \\ 2\,x+y=2 \end{cases}\cdots\cdots(1) \quad ، \quad \begin{cases} x-y-1=0 \\ -2\,x+2y=2 \end{cases}\cdots\cdots(2) \quad ، \quad \begin{cases} x+3y-1=0 \\ x+3y=2 \end{cases}\cdots\cdots(3)$$

الكفاءة المستهدفة	سير الدرس

تذكيــر:

الأوضاع النسبية لمستقيمين في المستوي:

(D) و (D') مستقيمين من نفس المستوي (P).

الوضع النسبي لهذين المستقيمين هما إما متقاطعين في نقطة واحدة، وأما متوازيان منفصلان أو متطابقين.

❸ الطريقــة البيانيــة:

لتكن جملة المعادلتين الخطيتين التالية: $(\alpha)\ \begin{cases} a\,x+b\,y=c \quad \cdots\cdots(1) \\ a'\,x+b'\,y=c'\cdots\cdots(2) \end{cases}$

المعادلة (1) أي $a\,x+b\,y=c$ تكتب على الشكل $x=\frac{c}{a}$ من أجل $b=0$ و $a\neq 0$

وتكتب على الشكل $y=\frac{-a}{b}x+\frac{c}{b}$ من أجل $b\neq 0$ و $a\neq 0$ ، فهي في الحالتين معادلة مستقيم وليكن (D) ، كذلك بالنسبة للمعادلة (2) معادلة مستقيم وليكن (D') .

الثنائية $(\alpha\,;\beta)$ حل لجملة المعادلتين معناه أن النقطة $M(\alpha\,;\beta)$ تنتمي إلى كل من المستقيمين (D) و (D')، وعليه عدد الحلول هو حسب الوضع النسبي للمستقيمين.

الحل البياني هو إنشاء المستقيمين ثم تعين النقط المشتركة.

مثــــال: حل التمرين 78 صفحة 278.

تمريــن: رقم 79 – 80 – 84 – 85 صفحة 278 .

حل مسائل تؤدي إلى استخدام جملة معادلتين خطيتين لمجهولين