

# 9

## الوحدة التاسعة

### الهندسة المستوية



#### مواضيع الدروس:

- 1 متوازي الأضلاع
- 2 المثلثات، و المستقيمات الخاصة في مثلث
- 3 المثلثات المتقايسة - المثلثات المتشابهة
- 4 مبرهنة فيثاغورس - النسب المثلثية
- 5 مبرهنة طاليس
- 6 الزوايا و الدائرة
- 7 التحويلات النقطية

الكفاءة المستهدفة

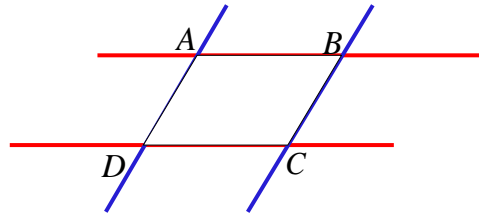
سير الدرس

حل النشاط: رقم 01 - 02 صفحة 214.

متوازي الأضلاع

متوازي الأضلاع هو رباعي حاملا كلّ ضلعين متقابلين فيه متوازيان.

مثال:



ABCD متوازي أضلاع معناه  
{ (AD) // (CB); (AB) // (CD) }

خواص:

من أجل كلّ رباعي ABCD

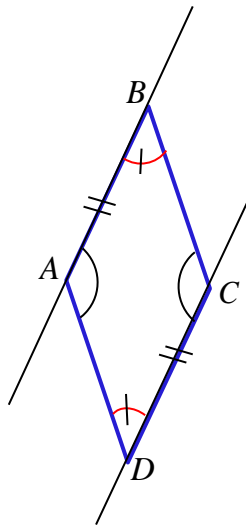
① [AC] و [BD] متناصفان معناه ABCD متوازي أضلاع.

② [AD = BC و AB = DC] معناه ABCD متوازي أضلاع.

③ [ (AB) // (DC) و AB = DC ] معناه ABCD متوازي أضلاع.

④ [  $\widehat{BAD} = \widehat{BCD}$  و  $\widehat{ABC} = \widehat{ADC}$  ] معناه ABCD متوازي أضلاع.

متوازيات الأضلاع الخاصة:



توظف خواص الأشكال الهندسية  
المألوفة في حل مشكلات

الخواص	الشكل	التسمية
<p>① ABCD مربع معناه [ <math>A = B = C = D = 90^\circ</math> و [ AB = BC = CD = DA ]</p> <p>② ABCD مربع معناه [ AC = BD و (AC) <math>\perp</math> (BD) و [AC]، [BD] متناصفان ]</p>		المربع
<p>① ABCD مستطيل معناه [ <math>A = B = C = D = 90^\circ</math> ]</p> <p>② ABCD مستطيل معناه [ AC = BD و [AC]، [BD] متناصفان ]</p>		المستطيل
<p>① ABCD معين معناه [ (AC) <math>\perp</math> (BD) و [AC]، [BD] متناصفان ]</p> <p>② ABCD معين معناه [ AB = BC = CD = DA ]</p> <p>③ إذا كان ABCD معيناً فإنّ [ (AC) ينصف كلا من الزاويتين <math>\widehat{BAD}</math> و <math>\widehat{BCD}</math> و (BD) ينصف كلا من الزاويتين <math>\widehat{ADC}</math> و <math>\widehat{ABC}</math> ]</p>		المعين

تمرين:

$ABCD$  متوازي أضلاع، النقط  $E; F; G; H$  منتصفات أضلاعه  $[AB]; [BD]; [CD]; [DA]$  على الترتيب.

① ما طبيعة الرباعي؟

② بين أن للقطع نفس المنتصف.

طريقة:

◀ لإثبات أن رباعي هو متوازي أضلاع يمكن إثبات أن قطريه متناصفان.

◀ لإثبات أن قطعتي مستقيم متناصفتان يمكن إثبات أنهما قطران في متوازي أضلاع.

تمرين:

$ABCD$  متوازي أضلاع، المستقيم العمودي على  $(BD)$  الذي يشمل  $O$  منتصف  $[BD]$  يقطع

$[AD]$  و  $[BC]$  في  $E$  و  $F$  على الترتيب.

◀ ما نوع الرباعي  $BFDE$ ؟

تمرين: رقم 25 - 26 صفحة 239.

توظف خواص الأشكال الهندسية  
المألوفة في حل مشكلات

الكفاءة المستهدفة

سير الدرس

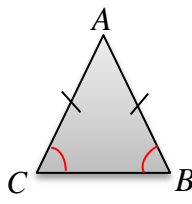
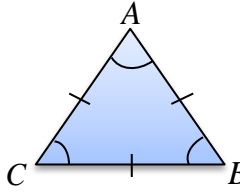
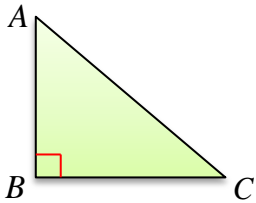
حل النشاط: رقم 03 صفحة 214.

المثلثات، والمستقيمات الخاصة في مثلث:

خاصية:

مجموع زوايا مثلث يساوي  $180^\circ$

المثلثات الخاصة:

الخواص	الشكل	التسمية
① فيه ضلعان متقايسان ② $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$		متساوي الساقين
① أضلاعه متقايسة ② $\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = \widehat{BAC} = 60^\circ$		متقايس الأضلاع
① فيه زاوية قائمة ② $\widehat{ABC} = 90^\circ$		القائم

المستقيمات الخاصة في مثلث:

① الارتفاع في مثلث هو المستقيم الذي

يشمل أحد رؤوس المثلث ويعامد

الضلع المقابل.

خواصه المميزة:

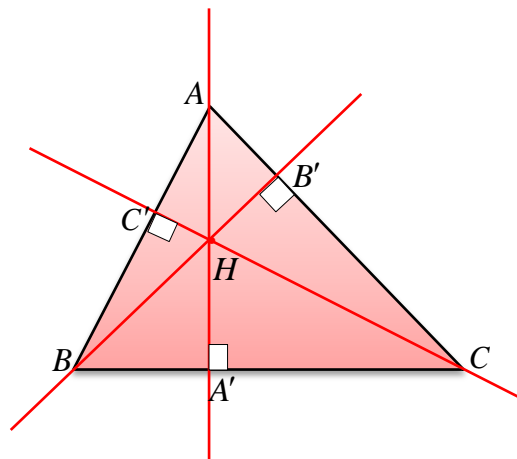
◀ ارتفاعات مثلث متقاطعة في

نقطة واحدة.

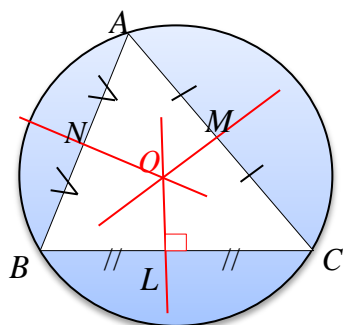
◀  $\mathcal{A}(ABC) = \frac{1}{2} AA' \times BC$

$= \frac{1}{2} BB' \times AC$

$= \frac{1}{2} CC' \times AB$



استعمال المثلثات الخاصة، والمستقيمات  
الخاصة في مثلث لحل مشكلات

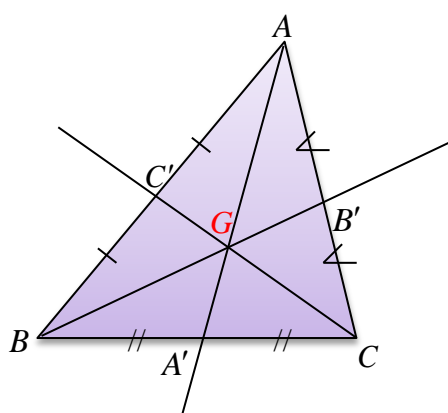


② المحور في مثلث هو محور أحد أضلاعه.

خواصه المميزة:

- ◀ محاور مثلث متقاطعة في نقطة واحدة.
- ◀ نقطة تقاطع محاور مثلث هي مركز الدائرة المحيطة بهذا المثلث (التي تشمل رؤوسه).

$$OA = OB = OC \quad \leftarrow$$



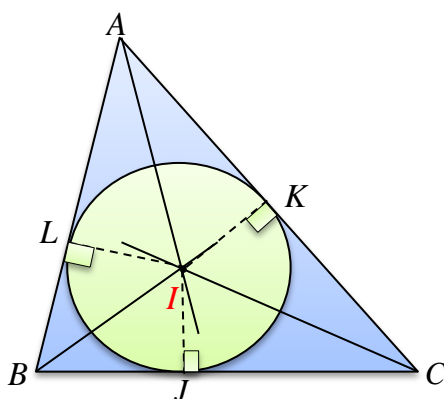
③ المتوسط في مثلث هو المستقيم الذي يشمل

أحد رؤوس المثلث ومنتصف الضلع المقابل.

خواصه المميزة:

- ◀ متوسطات مثلث متقاطعة في نقطة واحدة.
- ◀ نقطة تقاطع متوسطات مثلث هي مركز ثقل هذا المثلث.

$$GC = 2GC' , \quad GB = 2GB' , \quad GA = 2GA' \quad \leftarrow$$



④ المنصف في مثلث هو منصف إحدى زواياه.

خواصه المميزة:

- ◀ المنصفات الداخلية في مثلث متقاطعة في نقطة واحدة.
- ◀ نقطة تقاطع المنصفات الداخلية في مثلث هي مركز الدائرة المرسومة داخل هذا المثلث (أي التي تمس أضلاع المثلث من الداخل).

تمرين:

ABC مثلث متقايس الأضلاع. المستقيمت العمودية على (AB) في A وعلى (AC) في B وعلى (BC) في C تتقاطع في النقط A'; B'; C' على الترتيب.

◀ بين أن المثلث متقايس الأضلاع.

تمرين: رقم 36 صفحة 240.

استعمال المثلثات الخاصة، والمستقيمت  
الخاصية في مثلث لحل مشكلات

**تمرين:**

أرسم مثلث كفي  $ABC$ ، والدائرة  $(C)$  المحيطة به،  $H$  نقطة تلاقي إرتفاعاته، و  $H'$  نظيرة بالنسبة إلى  $(BC)$ ، و  $K$  نظيرة  $H$  بالنسبة إلى  $I$  منتصف  $[BC]$ .  
 < بين أن كل من النقطتين  $H, K$  تنتمي إلى الدائرة  $(C)$ .

**تمرين:** صفحة 227 ( مستقيم أولر).

**طريقة:**

- ① لإثبات أن ثلاث نقط في استقامية، يمكن أن نثبت أن المستقيم المعين بنقطتين منها يشمل النقطة الثالثة.
- ② لإثبات أن ثلاث نقط في استقامية، يمكن أن نثبت أنها تنتمي إلى نفس المستقيم.

**تمرين:** رقم 37 صفحة 240.

استعمال المثلثات الخاصة، والمستقيمات  
الخاصية في مثلث لحل مشكلات

الكفاءة المستهدفة

سير الدرس

حل النشاط: رقم 06 صفحة 215.

تعريف:

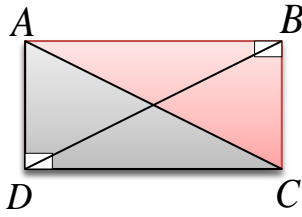
نقول عن مثلثين إنهما متقايسان إذا كانا قابلين للتطابق.

نتيجة:

المثلثان المتقايسان أطوال أضلاعهما متساوية مثلي مثلي، وزواياهما متقايسة مثلي مثلي.

مثال:

في المستطيل  $ABCD$  لدينا:



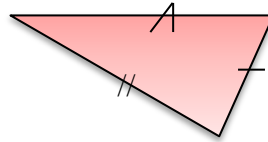
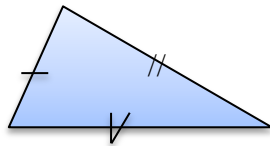
المثلثان  $ABC$  و  $CDA$  متقايسان، يمكن مطابقة أحدهما على الآخر بالتدوير، نقول أن تقايس هذين المثلثين تقايس مباشر.

المثلثان  $BCD$  و  $CDA$  متقايسان، لكن لا يمكن مطابقة أحدهما على الآخر إلا بعد قلب أحدهما، نقول أن تقايس هذين المثلثين تقايس غير مباشر.

ملاحظة:

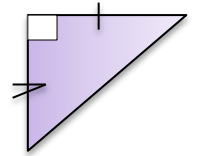
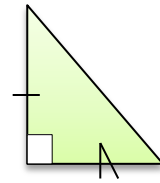
المثلثين  $ABC$  و  $CDA$  هما في نفس الاتجاه (مثل اتجاه عقارب الساعة)، بينما المثلثين  $BCD$  و  $CDA$  من اتجاهين متعاكسين.

خواص (حالات تقايس مثلثين)



1 يتقايس مثلثان إذا كانت أطوال أضلاعهما متساوية مثلي مثلي.

2 يتقايس مثلثان إذا تقايست زاوية والضلعان اللذان يحصرانها من أحد المثلثين مع زاوية والضلعين اللذين يحصرانها من المثلث الآخر.



3 يتقايس مثلثان إذا تقايس ضلع والزاويتان المجاورتان له من أحد المثلثين مع ضلع والزاويتين المجاورتين له من المثلث الآخر.

نتيجة:

يتقايس مثلثان إذا كان أحدهما صورة للمثلث الآخر بانسحاب، أو تناظر محوري أو تناظر مركزي أو دوران.

تمرين: رقم 82 صفحة 245.

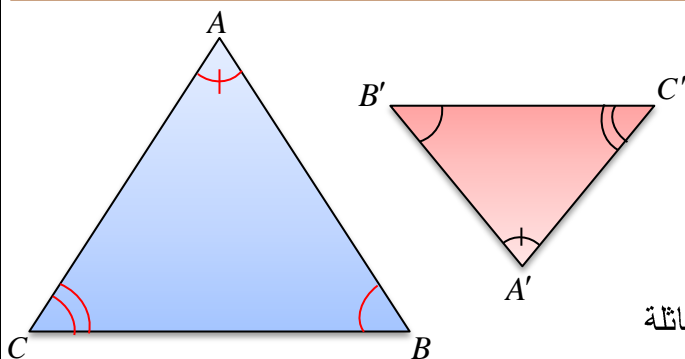
التعرف على المثلثات المقاييسة

حل النشاط: رقم 07 صفحة 215.

تشابه مثلثين:

تعريف:

نقول عن مثلثين إنهما متشابهان إذا كانت زوايا أحدهما تساوي زوايا الآخر.



مثال:

المثلثان  $ABC$  و  $A'B'C'$  متشابهان

لأن  $\hat{A} = \hat{A}'$  و  $\hat{B} = \hat{B}'$  و  $\hat{C} = \hat{C}'$

نقول في هذه الحالة عن الرؤوس

$A$  و  $A'$  ،  $B$  و  $B'$  ،  $C$  و  $C'$  متماثلة

بهذا الترتيب، وكذلك بالنسبة للأضلاع

$[AB]$  و  $[A'B']$  ،  $[BC]$  و  $[B'C']$  ،  $[AC]$  و  $[A'C']$ .

ملاحظة:

① إذا كان أحد مثلثين تصغير (أو تكبير) للآخر فإن هذين المثلثين متشابهان.

② المثلثان المتقايسان هما مثلثان متشابهان، والعكس غير صحيح دائما.

أمثلة: .....

مبرهنة:

المثلثان المتشابهان أضلاعهما المتماثلة متناسبة.

البرهان: .....

نسبة تشابه مثلثين:

تعريف:

ليكن  $ABC$  و  $A'B'C'$  مثلثان متشابهين، نسمي نسبة تشابه هذين المثلثين العدد الموجب

$$\text{غير المعدوم } k \text{ حيث: } \frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC} = k$$

ملاحظة:

لتكن  $k$  نسبة تشابه مثلثين  $ABC$  و  $A'B'C'$  حيث  $\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC} = k$

① إن  $\frac{1}{k}$  هي أيضا نسبة تشابه للمثلثين  $ABC$  و  $A'B'C'$ .

② إذا كان  $0 < k < 1$  فإن المثلث  $A'B'C'$  هو تصغير للمثلث  $ABC$ ، ونسمي  $k$  نسبة (أو معامل) التصغير.



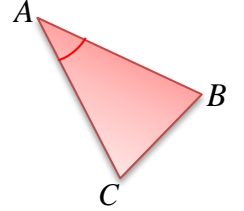
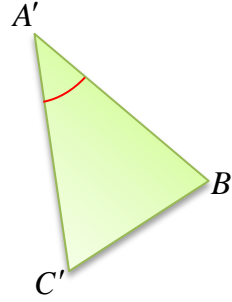
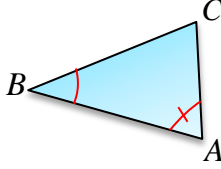
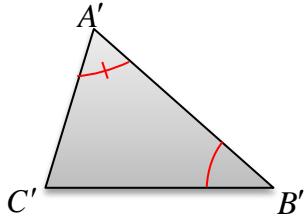
③ إذا كان  $k > 1$  فإن المثلث  $A'B'C'$  هو تكبير للمثلث  $ABC$  ، ونسمي  $k$  نسبة (أو معامل) التكبير.

④ إذا كان  $k = 1$  فإن المثلث  $A'B'C'$  يقياس للمثلث  $ABC$  .

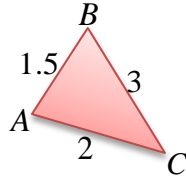
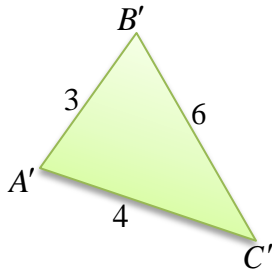
خواص (حالات تشابه مثلثين):

يتشابه المثلثان  $ABC$  و  $A'B'C'$  إذا تحققت إحدى الحالات التالية :

الحالة 1:  $\hat{A} = \hat{A}'$  و  $\hat{B} = \hat{B}'$



الحالة 2:  $\hat{A} = \hat{A}'$  و  $\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'}$



الحالة 3:  $\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'}$

تمرين: رقم 85 - 86 - 89 - 90 صفحة 245 - 246.

الكفاءة المستهدفة

سير الدرس

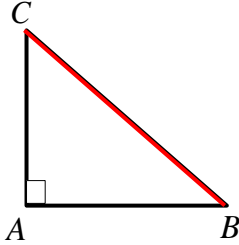
حل النشاط: رقم 04 صفحة 214.

مبرهنة (مبرهنة فيثاغورس):

$$\text{إذا كان } ABC \text{ مثلثا قائما في } A \text{ فإن } BC^2 = AB^2 + AC^2$$

مبرهنة (عكس مبرهنة فيثاغورس):

$$\text{إذا كان في مثلث } ABC, BC^2 = AB^2 + AC^2 \text{ فإن المثلث } ABC \text{ قائم في } A.$$

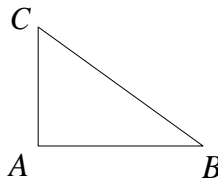


مثال:

ABC مثلث حيث  $BC = 5$  ;  $AC = 3$  ;  $AB = 4$

$$\text{لدينا } 4^2 + 3^2 = 5^2 \text{ أي } AB^2 + AC^2 = BC^2$$

إذن المثلث ABC قائم في A.



نتائج:

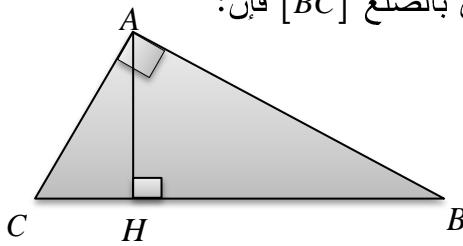
إذا كان ABC مثلثا قائما في A، و [AH] الارتفاع المتعلق بالضلع [BC] فإن:

$$AB \times AC = AH \times BC \quad \text{①}$$

$$AB^2 = BH \times BC \quad \text{②}$$

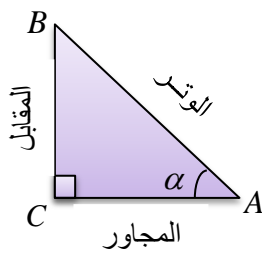
$$AC^2 = CH \times CB \quad \text{③}$$

$$AH^2 = HC \times HB \quad \text{④}$$



الإثبات: استعمال المتثلثات المتشابهة.

تعريف:



$$\sin \alpha = \frac{\text{طول الضلع المقابل لـ } \alpha}{\text{طول الوتر}} = \frac{BC}{AB}$$

ABC مثلث قائم في C.

✓ جيب الزاوية  $\alpha$ :

$$\cos \alpha = \frac{\text{طول الضلع المجاور لـ } \alpha}{\text{طول الوتر}} = \frac{AC}{AB}$$

✓ جيب تمام الزاوية  $\alpha$ :

$$\tan \alpha = \frac{\text{طول الضلع المقابل لـ } \alpha}{\text{طول الضلع المجاور لـ } \alpha} = \frac{BC}{AC}$$

✓ ظل الزاوية  $\alpha$ :

من التعريف لدينا:  $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$

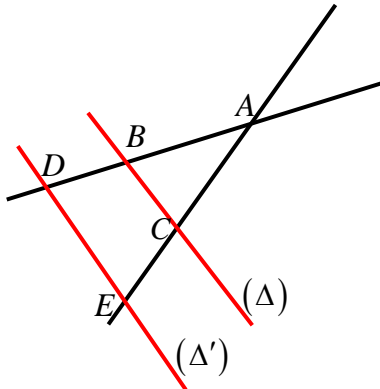
تمرين: رقم 49 - 51 - 57 - 241 - 242 .

توظيف نظرية فيثاغورس وعكسها في حلّ مسائل هندسية

الكفاءة المستهدفة

سير الدرس

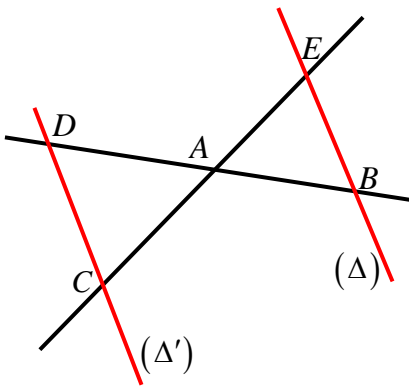
مبرهنة (مبرهنة طالس):



إذا كان لدينا مستقيمان متقاطعان في نقطة  $A$  يقطعهما مستقيمان  $(\Delta)$  و  $(\Delta')$  في النقط  $D, C, B, E$  حسب أحد الشكلين، وكان  $(\Delta)$  يوازي  $(\Delta')$ ، فإن: أطوال أضلاع المثلث  $ABC$  متناسبة مع أطوال الأضلاع الموافقة لها من المثلث  $ADE$

$$\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE} \quad \text{أي:}$$

مبرهنة (عكس مبرهنة طالس):



إذا كانت كل من النقط  $A, B, D$  والنقط  $A, C, E$  على استقامة واحدة وبنفس الترتيب حسب أحد الشكلين، وكان

$$\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE} \quad \text{، فإن: } (\Delta) \text{ يوازي } (\Delta')$$

[( $\Delta$ ) هو ( $EC$ ) و ( $\Delta$ ) هو ( $CB$ )]

مستقيم المنتصفين في مثلث (كحالة خاصة):

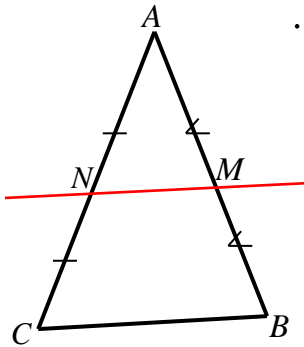
$ABC$  مثلث كفي  $M$  و  $N$  نقطتان من  $(AB)$  و  $(AC)$  على الترتيب.

① إذا كانت النقطتان  $M$  و  $N$  منتصفي  $[AB]$  و  $[AC]$  على الترتيب

$$\text{فإن: } (MN) \parallel (BC) \quad \text{و} \quad MN = \frac{1}{2} BC$$

② إذا كانت النقطة  $M$  منتصف  $[AB]$  وكان  $(MN) \parallel (BC)$

فإن:  $N$  منتصف  $[AC]$ .



تمرين: رقم 61 - 62 - 66 - 70 صفحة 242 - 243 .

توظيف نظرية طالس وعكسها في حلّ مسائل هندسية

الكفاءة المستهدفة

سير الدرس

حل النشاط: رقم 05 صفحة 215.

مفردات واصطلاحات:

(C) دائرة مركزها O، و A، B، M، N نقط من الدائرة (C) حيث O تنتمي إلى [AM].

• [AM] تسمى قطرا، وكلّ من [AB]، [AM]، [BM] تسمى وتر في الدائرة (C).

• النقطتان المتميزتان A، B تعينان على الدائرة (C) قوسين

كلّ منها نرسم لها بالرمز  $\widehat{AB}$

• (XY) مستقيم يشترك مع الدائرة (C) في نقطة وحيدة A،

يسمى (XY) مماسا للدائرة (C) عند A.

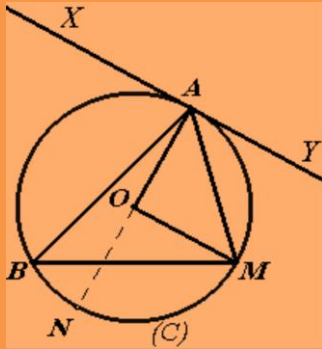
• الزاوية  $\widehat{AOM}$  رأسها مركز الدائرة تسمى زاوية مركزية،

نقول إنها تحصر القوس  $\widehat{AM}$

• الزاوية  $\widehat{ABM}$  رأسها نقطة من الدائرة تسمى زاوية محيطية، نقول إنها تحصر

القوس  $\widehat{AM}$

• الزاوية  $\widehat{XAB}$  تسمى أيضا زاوية محيطية، نقول إنها تحصر القوس  $\widehat{AB}$ .



التعرف على بعض المفردات و المصطلحات

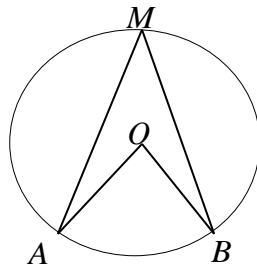
مبرهنة:

في كلّ دائرة، الزاوية المركزية تساوي ضعف الزاوية المحيطية التي تحصر معها نفس القوس.

مثال:

M ; B ; A ثلاث نقط متميزة من دائرة مركزها O.

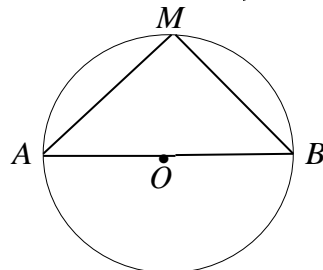
لدينا:  $\widehat{AOB} = 2 \widehat{AMB}$

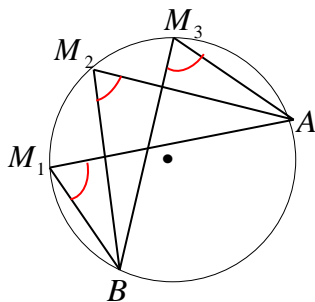


حالة خاصة:

إذا كانت النقط A ; O ; B على إستقامة واحدة أي [AB] قطر، فإن الزاوية المحيطية التي تحصر

القوس  $\widehat{AB}$  هي زاوية قائمة

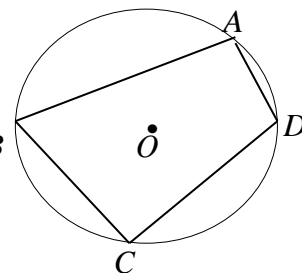




## نتائج:

❖ الزوايا المحيطية، في دائرة، التي تحصر نفس القوس، أو تحصر أقواسا متقايسة تكون متقايسة.

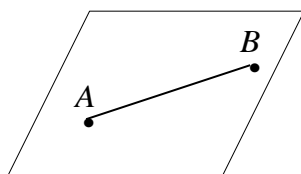
❖ تكون رؤوس الرباعي المحدث  $ABCD$  من نفس الدائرة إذا تحقق أحد الشرطين: أ)  $\widehat{DBC} = \widehat{DAC}$  ب) الزاويتان  $BAD$  و  $BCD$  متكاملتان.



## تذكير:

❶ نقول عن الزاويتان  $\hat{A}$  و  $\hat{B}$  أنهما متكاملتان إذا كان  $\hat{A} + \hat{B} = 180^\circ$

❷ نقول عن الزاويتان  $\hat{A}$  و  $\hat{B}$  أنهما متتامتان إذا كان  $\hat{A} + \hat{B} = 90^\circ$



❸ نقول عن رباعي أنه محدب إذا كان من أجل كل نقطتين

$A$  و  $B$  من هذا الرباعي، فإن القطعة  $[AB]$  المستقيمة

تنتمي إلى هذا الرباعي

## تمرين:

في الشكل المقابل (C) دائرة مركزها O منتصف  $[AB]$ ، M و N نقطتان متميزتان من (C)، المستقيم الذي يشمل النقطة N ويوازي (MA) يقطع (C) في النقطة F، والمستقيم الذي يشمل النقطة N ويوازي (MB) يقطع (C) في النقطة E.

❶ ما نوع الرباعي  $AEBF$  ؟

❷ بين أن  $MN = AF$ .

## طريقة:

❖ لدراسة طبيعة رباعي يمكن البدء بدراسة فيما إذا كان قطراه متناصفين أو متعامدين أو متقايسين أو ... .

❖ لإثبات أن قطعة مستقيم هي قطر في دائرة يكفي أن نثبت أنها وتر في مثلث قائم رؤوسه من هذه الدائرة.

❖ لإثبات أن وترين في دائرة متقايسان يكفي أن نثبت أن القوسين اللتين تحصرانهما متقايسان.

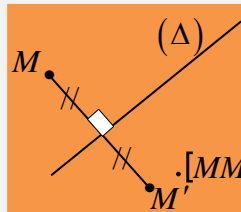
الكفاءة المستهدفة

سير الدرس

حل النشاط: رقم 08 صفحة 216.

تعريف:

تعريف التناظر المحوري:



(Δ) مستقيم ثابت، التناظر المحوري بالنسبة إلى المستقيم (Δ) هو التحويل الذي يرفق بكل نقطة M من المستوي النقطة M' حيث:

- إذا كانت M لا تنتمي إلى المستقيم (Δ) فإن (Δ) محور قطعة المستقيم [MM'].
- إذا كانت M تنتمي إلى المستقيم (Δ) فإن  $M' = M$ .

تمرين: رقم 98 صفحة 247.

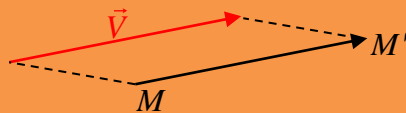
تعريف التناظر المركزي:

O نقطة ثابتة، التناظر المركزي بالنسبة إلى النقطة O هو التحويل الذي يرفق بكل نقطة M من المستوي النقطة M' حيث: O منتصف قطعة المستقيم [MM'].



تعريف الإنسحاب:

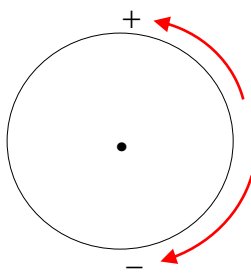
$\vec{V}$  شعاع ثابت، الإنسحاب الذي شعاعه  $\vec{V}$  هو التحويل الذي يرفق بكل نقطة M من المستوي النقطة M' حيث:  $\overrightarrow{MM'} = \vec{V}$



تمرين: رقم 99 صفحة 247.

الدوران:

توجيه المستوي:



لتكن (C) دائرة من المستوي، يمكن أن نحدّد على الدائرة (C) اتجاهين واتجاهين فقط أحدهما عكس اتجاه حركة عقارب الساعة ويسمى الاتجاه المباشر (أو الاتجاه الموجب)، والآخر مثل اتجاه حركة عقارب الساعة ويسمى الاتجاه غير المباشر (أو الاتجاه السالب).

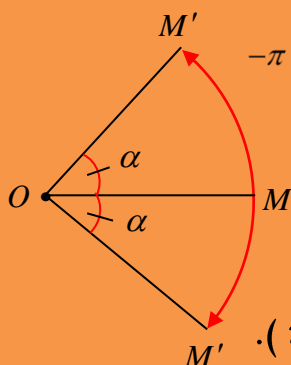
تعريف:

توجيه المستوي يعني اختيار اتجاه واحد على كل دوائر هذا المستوي.

عادة لتوجيه مستوي نختار الاتجاه المباشر (عكس اتجاه حركة عقارب الساعة).

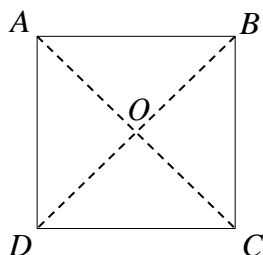
التعرف على التحويلات النقطية

## تعريف الدوران:



$O$  نقطة ثابت من مستوي موجّه ، و  $\alpha$  عدد حقيقي حيث  $-\pi \leq \alpha \leq \pi$   
 الدوران الذي مركزه النقطة  $O$  وزاويته  $\alpha$  في الاتجاه المباشر  
 (الاتجاه غيرمباشر) هو التحويل الذي يرفق بكل نقطة  $M$   
 من المستوي النقطة  $M'$  حيث:  
 • إذا كانت  $M = O$  فإن  $M' = O$   
 • إذا كانت  $M \neq O$  فإن  $OM = OM'$  و  $\widehat{MOM'} = \alpha$   
 والثلاثية  $(O, M, M')$  مباشرة (والثلاثية  $(O, M, M')$  غيرمباشرة).

## مثال:



$ABCD$  مربع مركزه النقطة  $O$

الدوران الذي مركزه  $A$  وزاويته  $\frac{\pi}{2}$  يحول النقطة  $B$  إلى النقطة  $A$   
 الدوران الذي مركزه  $O$  وزاويته  $\pi$  يحول النقطة  $B$  إلى النقطة  $D$

## خواص التحويلات النقطية:

## ① النقط الصامدة

## تعريف:

نقول عن نقطة إنها صامدة بتحويل نقطي، إذا كانت منطبقة على صورتها بواسطة هذا التحويل.

## أمثلة:

- ① التناظر المحوري الذي محوره مستقيم  $(\Delta)$  يقبل كل نقط هذا المستقيم نقطا صامدة.
- ② التناظر المركزي الذي مركزه نقطة  $A$  يقبل نقطة صامدة وحيدة هي  $A$  نفسها.
- ③ الانسحاب الذي شعاعه غير معدوم لا يقبل نقط صامدة.
- ④ الدوران الذي مركزه النقطة  $O$  وزاويته  $\alpha$  (حيث  $\alpha \neq 2k\pi$  و  $k$  عدد صحيح نسبي) نقطة صامدة وحيدة هي مركزه  $O$ .

## ② حفظ المسافات (التقايس):

## تعريف:

كل من التناظر المحوري، والتناظر المركزي، والانسحاب، والدوران يحافظ على المسافات.  
 يسمي التحويل الذي يحافظ على المسافات **تقايسا**.

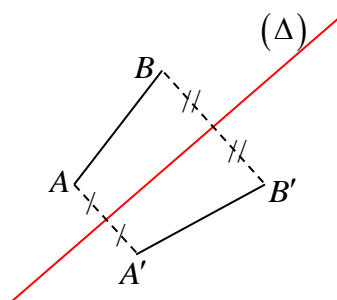
## أمثلة:

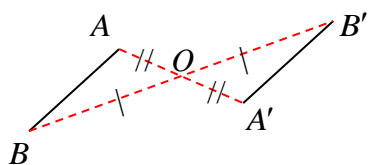
$[AB]$  قطعة مستقيمة

❖ صورة  $[AB]$  بالتناظر المحوري بالنسبة إلى المستقيم

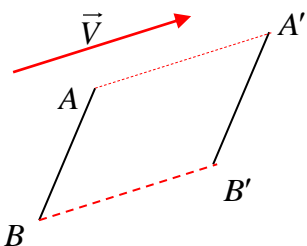
$(\Delta)$  هي القطعة  $[A'B']$  (كما في الشكل)

لدينا  $AB = A'B'$

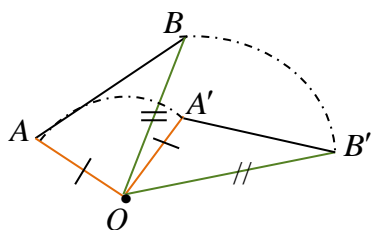




❖ صورة  $[AB]$  بالتناظر المركزي بالنسبة إلى النقطة  $O$  هي القطعة  $[A'B']$  (كما في الشكل)  
لدينا  $AB = A'B'$



❖ صورة  $[AB]$  بالإنسحاب الذي شعاعه  $\vec{V}$  هي القطعة  $[A'B']$  (كما في الشكل)  
لدينا  $AB = A'B'$



❖ صورة  $[AB]$  بالدوران الذي مركزه النقطة  $E$  وزاويته  $\alpha = \frac{\pi}{3}$  هي القطعة  $[A'B']$  (كما في الشكل)  
لدينا  $AB = A'B'$

③ حفظ الإستقامية:  
مبرهنة:

إذا كانت  $A, B, C$  ثلاث نقط في استقامية فإنّ صورّها  $A', B', C'$  بتقايس تكون في استقامية.

نتيجة:

صورة مستقيم بتقايس (تناظر محوري، تناظر مركزي، انسحاب، دوران) هو مستقيم.

أمثلة: .....

④ حفظ الإستقامية:  
مبرهنة:

صورة زاوية بتقايس هي زاوية تقايسها.

أمثلة:

يمكن إثبات هذه المبرهنة باستعمال تقايس المثلثات، ونستنتج منها:

◀ إذا كان مستقيمان متوازيين فإنّ صورتيهما بتقايس متوازيان أيضا.

◀ إذا كان مستقيمان متعامدين فإنّ صورتيهما بتقايس متعامدان أيضا.

تمرين: رقم 105 - 108 صفحة 248 .

تمرين: رقم 115 صفحة 249 .