الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية أفلح عبد الوهاب

- تيارت -

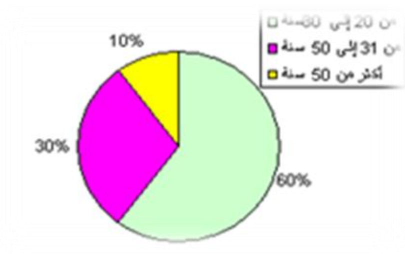
مذكرات مادة الرياضيات للسنة الأولى ثانوي

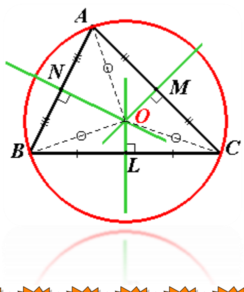
جذع مشترك علوم و تكنولوجيا

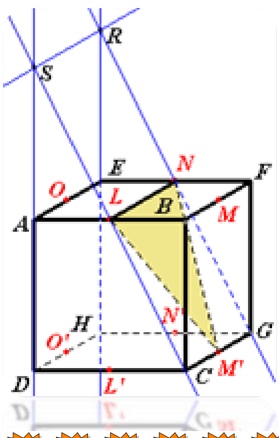
من إعداد الأستاذ: فراح المهدي

$$f(x)=a(x+b)^2+c$$

$\mathbb{R}$







السنة الدراسية: 2013 / 2012

1

الوحدة الأولى

الأعـــــداد والحــــــساب

مواضيع الدروس:

❶ المجموعات الأساسية للأعداد

❷ الأعداد القابلة للإنشاء

❸ القوى الصحيحة

❹ الجذور التربيعية

❺ القيمة المضبوطـــة و القيم المقربة

❻ الأعداد و الحاسبة

❼ الأعداد الأولية

❽ البرهان على صحة مساواة

ثانوية أفلح عبـــد الوهـــــاب

المســتوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا

الحصـــة : جبـــــر

الموضوع : المجموعـــات الأساسية للأعداد

الكفاءات المستهدفة : التمييز بين مختلف الأعداد

الوسائل المستعملة: الكتاب المدرسي

رقـــــم المذكـــرة: 01

المـــــــــــــدة:

اليـــــــــــــوم: ..../.../...

سير الدرس	الكفاءة المستهدفة

حل النشاط: رقم 01 الصفحة02

1. مجموعة الأعداد الطبيعية

الأعداد 0؛ 1؛ 2؛ 3؛ ...تسمى أعداد طبيعية. نرمز إلى مجموعة الأعداد الطبيعية بالرمز $\mathbb{N}$ ونكتب $\mathbb{N}=\{0;1;2;3;\cdots\}$

أمثلة:

- ✓ 12 عدد طبيعي ونكتب $12\in\mathbb{N}$، ونقرأ العدد 12 ينتمي إلى $\mathbb{N}$.
- ✓ 12- ليس عددا طبيعيا ونكتب $-12\notin\mathbb{N}$، ونقرأ العدد12- لاينتمي إلى $\mathbb{N}$.

ملاحظة:

- ✓ 0 هو أصغر الأعداد الطبيعية .
- ✓ $\mathbb{N}$ مجموعة غير منتهية.

التمييـــــز بين مختلف الأعداد

2. مجموعة الأعداد الصحيحة النسبية

الأعداد... ؛ -3؛ -2؛ -1؛ 0؛ 1؛ 2؛ 3؛ ... تسمى أعداد صحيحة نسبية (سالبة، معدومة أو موجبة).

نرمز إلى مجموعة الأعداد الصحيحة النسبية بالرمز $\mathbb{Z}$ ونكتب

$\mathbb{Z}=\{\cdots;-3;-2;-1;0;1;2;3;\cdots\}$

أمثلة: $-3.5\notin\mathbb{Z}\ ;\ 3.5\notin\mathbb{Z}\ ;-13\in\mathbb{Z};\ 13\in\mathbb{Z}$

ملاحظة:

كل عدد طبيعي هو عدد صحيح ونكتب $\mathbb{N}\subset\mathbb{Z}$ (ونقرأ المجموعة $\mathbb{N}$ محتواة في المجموعة $\mathbb{Z}$)

معرفة و استعمال خواص الأعداد الطبيعيـــة و الصحيحـــة النسبية

3. مجموعة الأعداد الناطقة

- العدد الناطق هو العدد الذي يمكن كتابته على الشكل $\frac{p}{q}$ حيث p و q عددان صحيحان نسبيا مع $q\neq 0$.

نرمز إلى مجموعة الأعداد الناطقة بالرمز $\mathbb{Q}$.

أمثلة:

- ✓ الأعداد التالية $\frac{19}{6};\frac{45}{13};10;-15;2.5$ كلها أعداد ناطقة.
- ✓ $\sqrt{7}\,;\pi$ ليست أعداد ناطقة

ملاحظة:

- ✓ كل عدد صحيح هو عدد ناطق ونكتب $\mathbb{Z}\subset\mathbb{Q}$.
- ✓ كل عدد غير ناطق هو عدد أصم .

الخاصية:

يتميّز كلّ عدد ناطق بكتابة عشرية تتضمن دورا.

أمثلـة: $\frac{11}{7}=1.571428571428\cdots$ ، $\frac{15}{11}=1.363636\cdots$ ونختصر هذه الكتابات على الشكل التالي: $\frac{11}{7}=1.\underline{571428}$ ، $\frac{15}{11}=1.\underline{36}$.

الانتقال من الكتابة العشرية لعدد ناطق إلى الكتابة الكسرية له:

تمرين: عين الكتابة الكسرية للعدد b انطلاقا من الكتابة العشرية الدورية له $b=2.\underline{428571}$

طريقة:

لتعيين الكتابة الكسرية لعدد ناطق انطلاقا من كتابته العشرية الدورية، نكتبه كمجموع لجزأيه الصحيح والعشري.

نفرض x الجزء العشري لهذا العدد. بالضرب في 10^n حيث n عدد أرقام الدور، نحصل على معادلة ذات المجهول x، نحلّ المعادلة. نعوّض x بالقيمة المعينة ونحصل على العدد الناطق مكتوبا على شكل كسر.

4. مجموعة الأعداد العشرية

حل النشاط رقم 05 صفحة 03 (الخاصية المميزة للعدد العشري)

تعريف:

- نسمي عددا عشريا كلّ عدد ناطق يكتب على الشكل $\frac{p}{10^n}$ حيث p عدد صحيح نسبي و n عدد طبيعي.

نرمز إلى مجموعة الأعداد العشرية بالرمز $\mathbb{D}$.

أمثلـة:

- ✓ $5;3.5;-6;\frac{1}{4};7$ هي أعداد عشرية.
- ✓ $\frac{11}{7}$ ليس عددا عشريا لأنه ليمكن كتابته على الشكل $\frac{p}{10^n}$.

نتيجة:

يمكن كتابة كل عدد عشري على شكل عدد بالفاصلة يتكون من جزئين، جزء صحيح وجزء عشري منته.

ملاحظة:

- ✓ كل عدد عشري هو عدد ناطق(من التعريف) ونكتب $\mathbb{D}\subset\mathbb{Q}$.
- ✓ كل عدد صحيح هو عدد عشري ونكتب $\mathbb{Z}\subset\mathbb{D}$.

5. مجموعة الأعداد الحقيقية:

نسمي عددا حقيقيا كل عدد ناطق أو أصم ونرمزإلى مجموعة الأعداد الحقيقية بالرمز $\mathbb{R}$

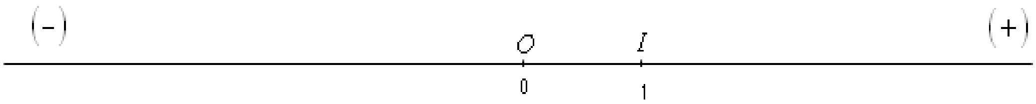
التعرف على الأعداد العشرية

المقارنة بين مجموعات الأعداد

أمثلـة:الأعداد $\sqrt{5};\pi;\ 0.253;\frac{10}{7};-12;20;1$ كلها أعداد حقيقية.

محور الاعداد الحقيقية

محور الاعداد الحقيقيةعبارة عن مستقيم مزود بمعلم خطي $(O;I)$، فواصل هذا المستقيم هي مجموعة الأعداد الحقيقية.



- ✓ العدد 0 هو فاصلة المبدأ O.
- ✓ العدد 1 هو فاصلة النقطة I

ملاحظة:

- ✓ كل عدد ناطق هو عدد حقيقي ونكتب $\mathbb{Q}\subset\mathbb{R}$.
- ✓ نرمز إلى مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة بالرمز $\mathbb{R}^{+}$ وإلى مجموعة الأعداد الحقيقية السالبة بالرمز $\mathbb{R}^{-}$.
- ✓ 0 عنصر من $\mathbb{R}^{+}$ ومن $\mathbb{R}^{-}$.
- ✓ نعني بالرمز $\mathbb{R}^{*}$ مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا الصفر.

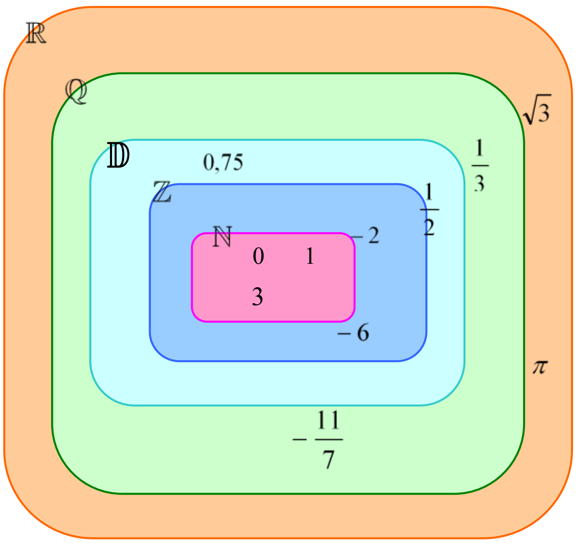
6. مجموعة الأعداد الصماء

هي كل الأعداد الحقيقية ماعدى الأعداد الناطقة ونرمز لها بالرمز $\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}$

مقارنة بين المجموعات الأعداد

الخاصية :

تحقق المجموعات العددية الاحتواءات الآتية: $\mathbb{N}\subset\mathbb{Z}\subset\mathbb{D}\subset\mathbb{Q}\subset\mathbb{R}$



تمارين منزلية: 07 - 12 - 13- 14- 19 صفحة 18- 19

ثانوية أفلح عبـد الوهـــاب

المستــوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
الوسائل المستعملة: الكتاب المدرسي

الحصـــة : جبـــــر
رقـــم المذكـرة: 02

الموضوع : الأعـــداد القابلـــــة للإنشـــاء
المـــــــــــدة:

الكفاءات المستهدفة : توظيف بعض المكتسبات في الهندسة كنظريتي فيتاغورس و طالس
اليــــــــــوم: ..../.../........

سير الدرس	الكفاءة المستهدفة

النشاط :

(d) مستقيم مزود بمعلم $(O;I)$.

- أنشئ باستعمال المدور والمسطرة غير مدرجة النقطة m من المستقيم (d) التي فاصلتها $\frac{3}{2}$.
- باستعمال نفس الأدوات السابقة أنشئ النقطة m من المستقيم (d) التي فاصلتها $\sqrt{3}$.

1) الأعداد القابلة للإنشاء:

تعريف:

(d) مستقيم مزود بمعلم $(O;I)$.
نقول عن العدد x أنه قابل للإنشاء اذا تمكنا من إنشاء باستعمال المدور والمسطرة غير مدرجة نقطة من هذا المستقيم فاصلتها x .

1 / 1) إنشاء الأعداد الناطقة:

مبرهنة:

كل الأعداد الناطقة أعداد قابلة للأنشاء.

طريقة إنشاء عدد ناطق:

لإنشاءالعدد الناطق $\frac{p}{q}$ يمكن أن تستعمل نظرية طاليس ونتبع الخطوات التالية.

1) نرسم (d) مستقيم مزود بمعلم $(O;I)$.
2) نعين النقطة J التي تقع خارج (d).
3) نعلم على المستقيم (OJ) النقطتين C و D التي فاصلتيهما p و q على الترتيب .
4) نرسم المستقيم (CM) الذي يوازي المستقيم (DI).

بتطبيق نظرية طاليس نجد $\frac{OM}{OI}=\frac{OC}{OD}$
ولدينا $OI=1$ ، $OD=q$ ، $OC=p$.
اذن نتحصل على $OM=\frac{p}{q}$.

مثـــــال: إنشاءعلى المستقيم (d) النقطة M ذات الفاصلة $\frac{3}{2}$.

1) نرسم (d) مستقيم مزود بمعلم $(O;I)$.
2) نعين النقطة J التي تقع خارج (d).
3) نعلم على المستقيم (OJ) النقطتين C و D التي فاصلتيهما 3 و 2 على الترتيب .
4) نرسم المستقيم (CM) الذي يوازي المستقيم (DI).

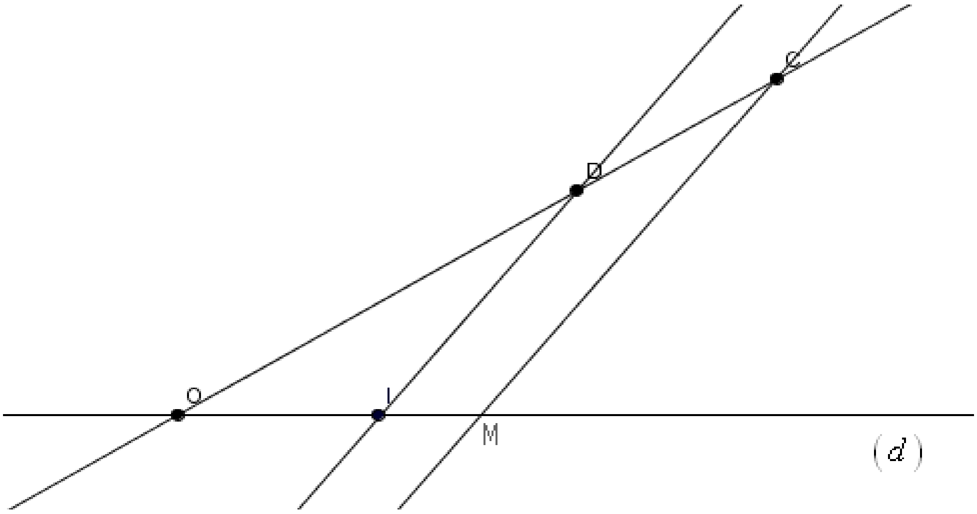
بتطبيق نظرية طاليس نجد $\frac{OM}{OI}=\frac{OC}{OD}$.

توظيف بعض المكتسبات في الهندسة كنظريتي فيتاغورث و طاليس

الكفاءة المستهدفة	سير الدرس
توظيف بعض المكتسبات في الهندسة كنظريتي فيثاغورث و طاليس	انظر المتن أدناه

ولدينا $OI=1$ ، $OD=2$ ، $OC=3$

اذن نتحصل على $OM=\frac{3}{2}$.



1 /2) إنشاء الأعداد الصماء:

مبرهنة:

> إذا كان العدد x قابل للإنشاء فان العدد $\sqrt{x}$ عدد قابل للإنشاء.

طريقة إنشاء عدد أصم:

طريقة1: لإنشاء عدد أصم $\sqrt{x}$ يمكن أن نتبع الخطوات التالية:

1) نرسم (d) مستقيم مزود بمعلم $(O;I)$.

2) نعين النقطة D من المستقيم (d) ذات الفاصلة $x+1$.

3) نرسم الدائرة (C) ذات القطر $[OD]$ و المركز M.

4) نرسم المستقيم (d') العمودي على (OD) في I.

لتكن A إحدى نقط تقاطع الدائرة (C) و (d').

و منه حسب نظرية فيثاغورس لدينا:

$$(AM)^2=(IM)^2+(IA)^2$$

$$(IA)^2=\left(\frac{x+1}{2}\right)^2-\left(\frac{x-1}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow IA=\sqrt{x}$$

وبستعمال المدور ننقل الطول IA على المحور (d).

مثـــــال: إنشاء العدد $\sqrt{5}$.

1) نرسم (d) مستقيم مزود بمعلم $(O;I)$.

2) نعين النقطة D من المستقيم (d) ذات الفاصلة $5+1$ أي 6.

3) نرسم الدائرة (C) ذات القطر $[OD]$ و المركز M.

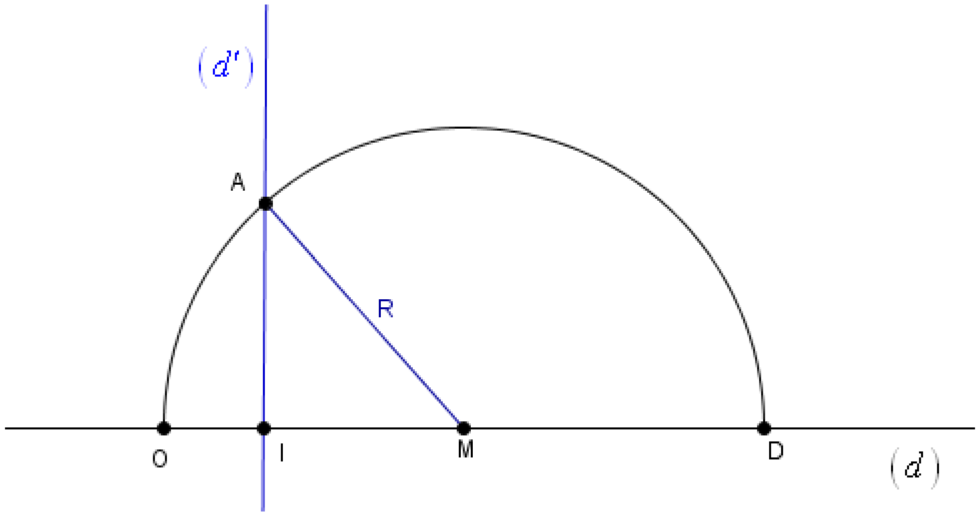
4) نرسم المستقيم (d') العمودي على (OD) في I

سير الدرس	الكفاءة المستهدفة

لتكن A إحدى نقط تقاطع الدائرة (C) و (d').

و منه حسب نظرية فيتاغورس لدينا: $IA=\sqrt{5}$

وبستعمال المدور ننقل الطول IA على المحور (d) .



طريقة2:حل النشاط 03 صفحة 02 .

واجب منزلي: رقم 77 صفحة 23

تمرين: أنشئ قطعة طولها π

ثانوية أفلح عبــد الوهـــاب

المســتوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
الحصـــة : جبـــــر
الموضوع :القـــوى الصحيحـــــة
الكفاءات المستهدفة : التحكم في الحساب على القوى الصحيحة

الوسائل المستعملة: الكتاب المدرسي
رقـــم المذكـرة: 03
المـــــــــدة:
اليـــــــوم: .../.../.........

سير الدرس	الكفاءة المستهدفة

سير الدرس

تعريف

- a عدد حقيقي كيفي و n عدد طبيعي غير معدوم. نسمي القوة ذات الرتبة n للعدد الحقيقي a، حيث: $a^n = \underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ عاملا}}$
- من أجل كل عدد حقيقي a غير معدوم و n عدد طبيعي غير معدوم، $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$.
- من أجل كل عدد حقيقي a لدينا: $a^1 = a$

أمثلـــة:

$$10^5 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 100\,000 \quad ، \quad 10^{-5} = \frac{1}{10^5} = 0.00005$$

$$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$$

خواص:

a و b عددان حقيقيان غير معدومين و m و n عددان صحيحان نسبيان.

1) $a^m \times a^n = a^{m+n}$
2) $\left(a^m\right)^n = a^{m \times n}$
3) $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
4) $(a \times b)^m = a^m \times b^m$
5) $\left(\dfrac{a}{b}\right)^m = \dfrac{a^m}{b^m}$

أمثلـــة:

1) $5^2 \times 5^4 = 5^{2+4} = 5^6 = 15625$
2) $\left(2^2\right)^2 = 2^{2 \times 2} = 2^4 = 16$
3) $\dfrac{3^5}{3^2} = 3^{5-2} = 3^3 = 27$
4) $(2 \times 3)^5 = 2^5 \times 3^5$
5) $\left(\dfrac{5}{9}\right)^7 = \dfrac{5^7}{9^7}$

حلات خاصة:

✓ من أجل كل عدد حقيقي a غير معدوم وكل عدد طبيعي n غير معدوم لدينا:

$$a^n \times a^{-n} = a^0 = 1$$

✓ من أجل كل عدد طبيعي n لدينا:

➢ إذا كان n زوجيا فإن: $(-1)^n = 1$

➢ إذا كان n فرديا فإن: $(-1)^n = -1$

البرهان: ....

أمثلة: $(-9)^6 = 9^6 \quad ، \quad (-2)^5 = -2^5$

تمارين منزلية: 26 – 27 – 28 – 29 – 32 صفحة 19.

الكفاءة المستهدفة

استعمال وتوظيف خواص القوى

تدعيم المكتسبات القبلية في ميدان القوى الصحيحة

ثانوية أفلح عبـــد الوهـــاب

المســتوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
الحصـــة : جبـــــر
الموضوع : الجذور التربيعية
الكفاءات المستهدفة : التحكم في الحساب على الجذور التربيعية

الوسائل المستعملة: الكتاب المدرسي
رقــــم المذكــرة: 04
المــــــــــــدة:
اليـــــــــــوم: .../.../..........

الكفاءة المستهدفة	سير الدرس
التحكم في الحساب على الجذور التربيعية	(lesson content below)

سير الدرس

تعريف

a عدد حقيقي موجب.
نسمّي الجذر التربيعي للعدد الحقيقي a العدد الحقيقي الموجب الذي مربعه يساوي a
ونرمزه إليه بالرمز $\sqrt{a}$.

مثـــــــال:

$\sqrt{5}$ هو الجذر التربيعي للعدد 5 حيث $\left(\sqrt{5}\right)^2=5$.

خواص:

a و b عددان حقيقيان موجبان غير معدومين:

1) $\sqrt{a}\geq 0$.
2) $\left(\sqrt{a}\right)^2=a$.
3) $\sqrt{a\times b}=\sqrt{a}\times\sqrt{b}$.
4) $\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

وإذا كان a عدد حقيقي سالب فإن: $\sqrt{a^2}=-a$.

أمثلــة:

$\sqrt{7}\succ 0$ ، $\left(\sqrt{11}\right)^2\succ 0$ ، $\sqrt{25\times 16}=\sqrt{25}\times\sqrt{16}$ ، $\sqrt{\frac{49}{64}}=\frac{\sqrt{49}}{\sqrt{64}}$

$$\sqrt{(-13)^2}=-(-13)=13$$

تمارين منزلية: 33 – 34 – 38 – 39 صفحة20 .

تمريـــــــن: بسط الجذر التالي دون استعمال الألة الحاسبة:

$$\sqrt{15-\sqrt{31+\sqrt{28-\sqrt{5+\sqrt{16}}}}}.$$

ثانوية أفلح عبـــد الوهـــــاب

المسـتوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
الحصـــة : جبـــــر
الموضوع : القيم المقربة– القيم المضبوطة
الكفاءات المستهدفة : التمييز بين عدد وإحدى قيمه المقربة

الوسائل المستعملة: الكتاب المدرسي
رقـــــم المذكــرة: 05
المــــــــــــــدة:
اليـــــــــــــوم: .../.../.........

سير الدرس | **الكفاءة المستهدفة**

الكفاءة المستهدفة: التعامل مع مدور عدد و الكتابة العلمية ورتبة مقداره

نشـــــــــــاط:

أقسم العدد 19 على العدد7، ماذا تلاحظ؟

- مُدوّر عدد حقيقي

تعريف

A عدد حقيقي مكتوب في شكله العشري، وليكن d رقمه العشري ذو الرتبة$p+1$.
نسمّي مُدوّر A إلى 10^{-p} العدد الذي نحصل عليه كما يلي:
– إذا كان $d \geq 5$، نأخذ العدد بأرقامه العشرية إلى الرقم العشري الذي رتبته p، ونضيف1 إلى هذا الرقم.
– إذا كان $d \prec 5$، نأخذ العدد بأرقامه العشرية إلى الرقم العشري الذي رتبته p .

مثـــــــال:

مدور العدد 1.354892175254إلى 10^{-7}هو 1.3548922.
مدور العدد1.354892175254 إلى 10^{-8} هو1.35489218 .
مدور العدد1.354892175254 إلى 10^{-2} هو1.35 .
مدور العدد1.354892175254 إلى الوحدة هو1 .

- الكتابة العلمية

تعريف

كتابة عدد عشري على الشكل العلمي، تعني التعبير عنه على الشكل $a\times10^{n}$
(أو $-a\times10^{n}$) حيث a عدد عشري يحقق $1\leq a \prec 10$ و n عدد صحيح نسبي.

أمثلـــة:

- الكتابة العلمية للعدد 365.142 هي 3.65142×10^{2}
- الكتابة العلمية للعدد 0.000214 هي 2.14×10^{-4}
- الكتابة العلمية للعدد 32145600 هي 3.21456×10^{7}

ملاحظة:

الكتابة التالية للعدد $0.000321=32.1\times10^{-5}$ ليست بكتابة علمية لأن $32.1 \succ 10$

- رتبة مقدار عدد

تعريف

رتبة مقدار عدد عشري مكتوب على الشكل العلمي هو العدد $k\times10^{n}$ (أو $-k\times10^{n}$)
حيث k هو مدور العدد a إلى الوحدة.

سير الدرس	الكفاءة المستهدفة

1) طريقة إيجاد رتبة مقدار عدد:

لإيجاد رتبة مقدار عدد نتبع الخطوات التالية:

- نكتب العدد على الشكل العلمي.
- ندور العدد العشري في كتابته العلمية الى العدد الصحيح الأقرب منه ونحتفض بالقوة 10

مثـــــال:

- $A = 23690000$

(الكتابة العلمية) $23690000 = 2.369 \times 10^{8}$

رتبة مقدار العدد 23690000 هي 2×10^{8}.

- $B=0.046$

(الكتابة العلمية) $0.046 = 4.6 \times 10^{-2}$

رتبة مقدار العدد 0.046 هي 5×10^{-2}.

2) طريقة إيجاد رتبة مقدار جداء أو حاصل قسمة:

لحساب رتبة مقدار جداء أو حاصل قسمة عددين نحسب جداء أو حاصل قسمة رتبتي مقدار العددين ونأخذ رتبة مقدار الناتج.

مثـــــال:

أ) لنجد رتبة مقدار العدد $\left(2.5 \times 10^{2}\right)\left(5.23 \times 10^{-4}\right)$

رتبة مقدار العدد 2.5×10^{2} هي 3×10^{2}

رتبة مقدار العدد 5.23×10^{-4} هي 5×10^{-4}

ومنه الجداء هو $\left(3 \times 10^{2}\right)\left(5 \times 10^{-4}\right) = 15 \times 10^{-2}$

لدينا الكتابة العلمية للجداء هي $15 \times 10^{-2} = 1.5 \times 10^{-1}$

إذن رتبة مقدار الجداء هي: 2×10^{-1}.

ب) لنجد رتبة مقدار العدد $\dfrac{9.12 \times 10^{5}}{3.65 \times 10^{3}}$

رتبة مقدار العدد 9.12×10^{5} هي 9×10^{5}

رتبة مقدار العدد 3.65×10^{3} هي 4×10^{3}

ومنه $\dfrac{9 \times 10^{5}}{4 \times 10^{3}} = 2.25 \times 10^{2}$.

إذن رتبة مقدار العدد $\dfrac{9.12 \times 10^{5}}{3.65 \times 10^{3}}$ هي 2×10^{2}

تمارين منزلية: 47 – 48 – 49 – 54 الصفحة 21.

تزويد التلميذ بأدوات تسمح له بتقدير نتيجة حساب و التأكد من معقوليتها

ثانوية أفلح عبــد الوهـــاب

المستــوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
الوسائل المستعملة: الكتاب المدرسي
الحصــة : جبـــــر
رقـــم المذكــرة: 06
الموضوع : : الأعداد و الحاسبة
المـــــــــدة:
الكفاءات المستهدفة : التعود على الحاسبة وتوضيح مزايا وحدود الحاسبة
اليــــــوم: ..../.../...

سير الدرس	الكفاءة المستهدفة
(انظر أدناه)	التعود على الحاسبة وتوضيح مزايا وحدود الحاسبة

تمثيـــــــــل الأعداد في الحاسبة:

عند أستعمال الحاسبة نتعامل مع العدد بثلاثة أشكال هي:

1. القيمة المضبوطة. 2. القيمة الظاهرة. 3. القيمة المخزنة.

مثـــــال: عند أستعمال الحاسبة العلمية التي لها سعة إظهار النتائج بعشرة أرقام ، بالنسبة إلى $\sqrt{2}$ نجد:

$\sqrt{2}$ هي القيمة المضبوطة.

$1{,}414213562$ هي القيمة الظاهرة.

$\sqrt{2}-1{,}414213562=3{,}731E^{-}10$ هي القيمة المخزنة.

يقرأ العدد $3{,}731E^{-}10$ كما يقرأ العدد $3{,}731\times10^{-10}$

تمرين: رقم 03 صفحـــة 15.

تنظيم حساب باليد أو بالحاسبة

عند إجراء حساب ما، نتبع عادة الخطوات التالية احتراما لأولويات العمليات حيث ننجز على التوالي:

- الحسابات داخل الأقواس.
- الحسابات المتعلقة بالقوى و الجذور التربيعية.
- عمليات الضرب و القسمة حسب ترتيب كتابتها.
- عمليات الجمع و الطرح حسب ترتيب كتابتها.

أمثلـــة:

1) تنظيم حساب باليد:

لنقم بتبسيط العدد A حيث: $A=\left(2\times3+\left(2-3\sqrt{13}\right)\right)^2+21$

1. الحساب داخل الأقواس: $A=\left(2\times3+2-3\sqrt{13}\right)^2+21=\left(8-3\sqrt{13}\right)^2+21$
2. حساب القوة : $=64+9\times13-48\sqrt{13}+21$
3. عملية الضرب: $=64+117-48\sqrt{13}+21$
4. عملة الجمع و الضرب: $=202-48\sqrt{13}$

2) كتابة برنامج حساب بالحاسبة:

$\dfrac{2\times10^{-2}}{3-0{,}5}$ ← [2] [×] [1] [0] [∧] [(-)] [2] [÷] [(] [3] [-] [0] [·] [5] [)]

تمرين: رقم 01 صفحـــة 15.

ثانوية أفلح عبــد الوهـــــاب

المستــوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
الحصـــة : جبـــــر
الموضوع : الأعداد الأولية
الكفاءات المستهدفة : تحليل عدد طبيعي إلى جداء عوامل أولية واستعماله

الوسائل المستعملة: الكتاب المدرسي
رقـــــم المذكـرة: 07
المــــــــــــدة:
اليـــــــــوم: ..../.../...

الكفاءة المستهدفة	سير الدرس
التعامل مع مدور عدد والكتابة العلمية ورتبة مقداره	(انظر أدناه)

النشـــــاط :رقم 06 صفحة 03.

تعريف

نسمّي عددا أوليا كلّ عدد طبيعي يقبل، بالضبط، قاسمين مختلفين هما: 1 والعدد نفسه.

أمثلـــة:

- الأعداد 2 ، 3 ، 5 ، 7 ، 11 ، 13 هي أعداد أولية.
- العدد 15 ليس أوليا لأنه يقبل أكثر من قاسمين.
- العدد 1 ليس أوليا لأنه يقبل قاسما واحدا فقط.
- العدد 0 ليس أوليا لأنه لايقسم نفسه، وكل الأعداد قواسم له.

اختبار أولية عدد طبيعي:

للتعرف على أولية عدد يمكن أن نطبق الطريقة التالية:
نختبر قابلية قسمة العدد على كلّ من الأعداد الأولية حسب ترتيبها التصاعدي.
نتوقف عن عمليات القسمة عند أوّل باق معدوم أو عندما نصادف أوّل حاصل قسمة أصغر من المقسوم عليه.
نستخلص: إذا صادفنا الباقي المعدوم يكون العدد غير أولي وإلاّ فهو أولي.

مثـــال: هل العدد 97 أولي؟

هل العدد97 يقبل القسمة على	2	3	5	7	11
حـــاصل القسمة	48	32	19	13	8
البــــــــاقي	1	1	2	6	9
الإجابــــــــة	لا	لا	لا	لا	لا

بما أن لدينا حاصل القسمة 8 أقل من القسم 11، ننهي عملية القسمة، ونقول أن العدد 97 أولي

تمرين: رقــم57 صفحــــــــة21.

مبرهنة

كلّ عدد طبيعي غير أولي وأكبر من 2 يُكتب على شكل جداء أعداد أولية.

مثـــال: $18=2\times3^2$ ، $280=2^3\times5\times7$

طريقة تحليل عددطبيعي الى جداء عوامل أولية:

1. نقسم العدد على أصغر عدد أوليّ يكون قاسما له.
2. نقسم حاصل القسمة على أصغر عدد أوليّ يكون قاسما له.
3. نكرّر عمليات القسمة هذه حتى نصل إلى حاصل قسمة يساوي 1 .

كتابة جداء قوى كلّ هذه القواسم هو تحليل العدد إلى جداء عوامل أولية.

مثال: لنحلل العدد 156 إلى جداء عوامل أولية.

156	2
78	2
39	3
13	13
1	

إذن: $156=2^2\times3\times13$

الكفاءة المستهدفة	سير الدرس
تحليل عدد طبيعي إلى جداء عوامل أولية واستعمالها	(see below)

إستعمال التحليل إلى جداء عوامل أولية:

1) يستعمل لتعيين الشكل غير القبل للإختزاللكسر.
تحليل كلّ من بسطه ومقامه إلى جداء عوامل أولية ثمّ نطبق قواعد الحساب على القوى، لاختزال الكسر.

2) إيجاد عدد قواسم عدد طبيعي ما.

3) إيجاد القاسم المشترك الأكبر لعددين PGCD ، وذلك بحساب جداء كل العوامل المشتركة مأخوذة مرة واحدة و بأصغر أس.

4) إيجاد المضاعف المشترك الأصغرلعددين PPCM ، وذلك بحساب جداء كل العوامل المشتركة وغير مشتركة مأخوذة مرة واحدة و بأكبر أس.

أمثلـــة:

1) إختزل الكسر التالي: $\frac{154}{48}$

$$\begin{array}{r|l} 154 & 2 \\ 77 & 7 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r|l} 48 & 2 \\ 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$154=2\times7\times11$ $\qquad\qquad$ $48=2^4\times3$

$$\frac{154}{48}=\frac{2\times7\times11}{2^4\times3}=\frac{7\times11}{2^3\times3}=\frac{77}{24}$$

2) عدد قواسم العدد 154 هو: $(1+1)(1+1)(1+1)=8$ =(عدد قواسم العدد 154)

عدد قواسم العدد 48 هو: $(4+1)(1+1)=10$ =(عدد قواسم العدد 48)

3) القاسم المشترك الأكبر لعددين48 و 154 هو: PGCD(154 ;48)= 2

4) المضاعف المشترك الأصغرلعددين لعددين48 و 154 هو:

PPCM (154 ; 48)= $2^4\times3\times7\times11=3696$

تمارين منزلية: رقم 56 ,58 , 66 , 72 صفحـــة 21 , 22

ثانوية أفلح عبـد الوهـــاب

المسـتوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
الحصـــة : جبـــــر
الموضوع : : البرهان على صحة مساواة
الكفاءات المستهدفة : كيفية البرهان على صحة مساواة

الوسائل المستعملة: الكتاب المدرسي
رقـــــم المذكـرة: 08
المـــــــــــدة:
اليــــــــوم: .../.../........

الكفاءة المستهدفة	سير الدرس
كيفية البرهان على صحة مساواة	**البرهان على صحة مساواة:** للبرهان على صحة مساواة A=B حيث A و B عددان أو عبارتان، يمكن إتباع إحدى الطرق التالية: **الطريقة01:** ننطلق من أحد الطرفين A أو B ونحوّل كتابته بتطبيق قواعد الحساب ضمن عدد معيّن من المراحل المتتابعة إلى أن نفضى إلى الطرف الآخر. مثال01: برهن أن $\dfrac{1000-(0.00003)^2-10^3}{6\times10^{-9}}=-0.15$ مثال02: برهن أن $x^4-1=(x-1)\left(x^3+x^2+x+1\right)$ **الطريقة02:** • نحوّل كتابتي الطرفين B وB إلى أن نفضي إلى نفس العبارة C. مثال: برهن أن $(y-5)(y-1)=(y-3)^2-4$ **الطريقة03:** نبرهن المساواة المكافئة $A-B=0$ بتحويل كتابة الفرق $A-B$ حتى نحصل على0 مثال: برهن أن $\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}=\dfrac{3+\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}}$ واجب منزلي: برهن، باستعمال الطرق الثلاث السابقة، أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x غير معدوم، $x+2-\dfrac{3}{x}=\dfrac{(x-1)(x+3)}{x}$

2

الوحدة الثانية

التّرتيب ــ المجالات ــ القيمة المطلقة

مواضيع الدروس:

❶ الترتيب والمقارنة في مجموعة الأعداد الحقيقية

❷ الترتيب والعمليات

❸ الترتيب والمجالات

❹ القيمة المطلقة – المسافة – الحصر

ثانوية أفلح عبـد الوهـــاب

المستـوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
الحصـــة : جبــــر
الموضوع : : الترتيب والمقارنة في مجموعة الأعداد الحقيقية
الكفاءات المستهدفة : اختيار معيار لمقارنة عددين

الوسائل المستعملة: الكتاب المدرسي
رقـــم المذكـرة: 09
المـــــــــدة:
اليـــــــــوم: .../.../.........

سير الدرس	الكفاءة المستهدفة
	اختيار معيار لمقارنة عددين

حل النشاط: 01 صفحة 26

1. الترتيب في مجموعة الأعداد الحقيقية

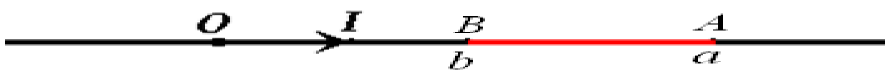
تعريف

a و b عددان حقيقيان.

- القول إنّ a أكبر من b أو يساويه معناه $a-b$ عدد موجب.
  ونكتب: $a \geq b$ معناه $a-b \in \mathbb{R}^{+}$.
- القول أنّ a أصغر من b أو يساويه معناه أنّ $a-b$ عدد سالب.
  ونكتب: $a \leq b$ معناه $a-b \in \mathbb{R}^{-}$

ملاحظة:

1) $a \succ b$ معناه $a-b \in \mathbb{R}^{+}$ و $a \neq b$: نقول إنّ a أكبرتماما من b.
على محور معلمه $(O;I)$ تكون النّقطة A ذات الفاصلة a على يمين النّقطة B التّي فاصلتها b.



$a \prec b$ معناه $a-b \in \mathbb{R}^{-}$ و $a \neq b$: نقول إنّ a أصغرتماما من b.

2) ترتيب الأعداد تصاعديا يعني، ترتيب الأعداد من اليمين إلى اليسار ومن الأصغر إلى الأكبر. أما ترتيب الأعداد تنازليا يعني ترتيب الأعداد من اليمين إلى اليسار ومن الأكبر الى الأصغر.

3) نقول أن العددين b و b مرتبان نفس ترتيب c و d إذا كان $a-b$ و $c-d$ لهما نفس الإشارة.

حل النشاط: 02 صفحة 26

تعريف

مقارنة عددين a و b معناه التصريح بصحة إحدى الحالات الثلاث الآتية:
1) $a \prec b$ 2) $a \succ b$ 3) $a = b$

2. طرائق المقارنة

➢ **طريقة مقارنة عددين عشريين:** لمقارنة عددين عشرين نتبع الخطوات التالية

- ننظر إلى الاشارة.
- نقارن جزئيهما الصحيحان.
- نقارن جزئيهما العشريان.

مثـــال: $13 \succ -548$ (لأن 13 عدد موجب و -257 عدد سالب).
$36.911 \prec 54.24$ (لأن $36 \prec 54$).
$54.142 \prec 54.15$ (لأن الجزئين العشريين $142 \prec 150$).

سير الدرس	الكفاءة المستهدفة
	اختيار معيار لمقارنة عددين

➢ طريقة مقارنة عددين ناطقان بكتابة كسرية:

a و b و c أعداد موجبة تماما.

- العددان $\frac{a}{c}$ و $\frac{b}{c}$ لهما نفس الترتيب مع ترتيب العددان a و b.
- العددان $\frac{c}{a}$ و $\frac{c}{b}$ ترتيبهما متعاكسان مع ترتيب العددان a و b.

مثـــــال: * $\frac{5}{11} \succ \frac{4}{11}$ لأن $4 \prec 5$.

* $\frac{11}{4} \succ \frac{11}{5}$ لأن $4 \prec 5$.

➢ مقارنة بإستعمال عدد ثالث:

مبرهنـــة

من أجل كل أعداد حقيقية a و b و c : إذا كان $a \leq b$ و $b \leq c$ فإن $a \leq c$

مثـــــال: لنقارن بين $\frac{26}{27}$ و $\frac{19}{16}$.

لدينا $\frac{26}{27} \prec 1$ و $\frac{19}{16} \succ 1$ ومنه $\frac{19}{16} \succ \frac{26}{27}$ (العدد الثالث الذي أدخلناه هو1)

➢ مقارنة بدراسة إشارة الفرق:لمقارنة عددين c و c يكفي دراسة الفرق $a-b$ فإذا كان $a-b \prec 0$ فان $a \prec b$ وإذا كان $a-b \succ 0$ فان $a \succ b$.

مثـــــال: لنقارن العددين $\frac{19}{13}$ و $\frac{17}{21}$.

لنعين إشارة الفرق $\frac{19}{13} - \frac{17}{21}$.

$$\frac{17}{21} - \frac{19}{13} = \frac{17 \times 13 - 19 \times 21}{21 \times 13} = \frac{-178}{21 \times 13} \prec 0$$

ومنه $\frac{19}{13} \prec \frac{17}{21}$.

ولمقارنة عددين حقيقيين يمكن كذلك استعمال الحاسبة للحصول على قيم مقربة.

تمارين تطبيقية: رقم 11 – 12 – 16 – 20 صفحة 43.

واجب منزلي: رقم 14 – 17 صفحة 43.

ثانوية أفلح عبـــد الوهـــــاب

المســـتوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
الحصـــة : جبـــــر
الموضوع : : الترتيب والعمليات
الكفاءات المستهدفة : معرفة قواعد المقارنة وتوظيفها

الوسائل المستعملة: الكتاب المدرسي
رقـــم المذكـرة: 10
المــــــــــــدة:
اليـــــــــــوم: ..../.../..........

سير الدرس	الكفاءة المستهدفة
	معرفة قواعد المقارنة وتوظيفها

الترتيب و العمليات:

1) الترتيب و الجمع:

مبرهنة:

a ، b ، c أعداد حقيقية.
1) اذا كان $a \le b$ فإن $a+c \le b+c$.
2) اذا كان $a \le b$; $b \le c$ فإن $a+c \le b+d$.

مثـــــال:

$a+8 \prec b+3$ باضافة (3-) إلى طرفي المتباينة ينتج لدينا: $a+5 \prec b$.

$\begin{cases} a \prec 10 \\ b \prec -6 \end{cases}$ بالجمع طرفا لطرف ينتج لدينا: $a+b \prec 4$.

2) الترتيب و الضرب:

مبرهنة:

a ، b ، c أعداد حقيقية.
1) من أجل $c \succ 0$ لدينا $a \le b$ يكافئ $a \times c \le b \times c$
2) من أجل $c \prec 0$ لدينا $a \le b$ يكافئ $a \times c \ge b \times c$

مثـــــال:.................

مبرهنة:

$a;b;c;d$ أعداد حقيقية موجبة.
إدا كان $a \le b$ و $c \le d$ فإن $a+c \le b+d$.

مثـــــال:.................

قواعد المقارنة:

مبرهنة:

a و b عددان حقيقيان موجبان.
1) العددان a^2 و b^2 مرتبان بنفس ترتيب a و b.
2) العددان $\sqrt{a}$ و $\sqrt{b}$ مرتبان بنفس ترتيب a و b.
3) العددان $\frac{1}{a}$ و $\frac{1}{b}$ مرتبان عكس ترتيب a و b. (في هذه الحالة a و b غير معدومان)
a و b عددان حقيقيان سالبان.
4) العددان a^2 و b^2 مرتبان عكس ترتيب a و b.
5) العددان $\frac{1}{a}$ و $\frac{1}{b}$ مرتبان عكس ترتيب a و b. (في هذه الحالة و غير معدومان)

الكفاءة المستهدفة	سير الدرس
معرفة قواعد المقارنة وتوظيفها	(انظر أدناه)

مثـــــال: * حالة a و b عددان حقيقيان موجبان.

لدينا $2 \prec 3$ إذن $2^2 \prec 3^2$

لدينا $16 \prec 25$ إذن $\sqrt{16} \prec \sqrt{25}$

لدينا $16 \prec 25$ إذن $\frac{1}{25} \prec \frac{1}{16}$

* حالة a و b عددان حقيقيان سالبان.

لدينا $-3 \prec -5$ إذن $(-3)^2 \prec (-5)^2$

لدينا $-14 \prec -22$ إذن $\frac{-1}{14} \prec \frac{-1}{22}$

مبرهنـــة

a عدد حقيقي موجب لدينا:

- إذا كان $0 \le a \le 1$ فإنّ $a^3 \le a^2 \le a$
- إذا كان $a \ge 1$ فإنّ $a^3 \ge a^2 \ge a$

ملاحظة: يمكن تعميم ترتيب قوى عدد حقيقي موجب a كما يلي:

إذا كان a محصورا بين 0 و 1، فإنّ قوى a ترتب ترتيبا تنازليا.

إذا كان a أكبر من 1، فإنّ قوى a ترتب ترتيبا تصاعديا.

مثـــــال: $a = 4$ فإن $4 \prec 4^2 \prec 4^3 \prec \cdots\cdots$

$a = \frac{1}{4}$ فإن $\frac{1}{4} \succ \frac{1}{4^2} \succ \frac{1}{4^3} \succ \cdots\cdots$

تمارين تطبيقية: رقم 17 – 18 – 24 صفحة 43.

واجب منزلي: رقم 25 – 29 – 89 صفحة 43.

ثانوية أفلح عبــد الوهـــــاب

المســتوى: الأولى جذع مشترك علوم وتكنولوجيا
الحصــــة : جبــــــر
الموضوع : : الترتيب والمجالات
الكفاءات المستهدفة : التعبير عن جزءمتصل من ℝ بمجال

الوسائل المستعملة: الكتاب المدرسي
رقـــــم المذكـرة: 11
المـــــــــــدة:
اليــــــــــــوم: ..../.../...

الكفاءة المستهدفة	سير الدرس
التعبير عن جزء متصل من ℝ بمجال	انظر أدناه

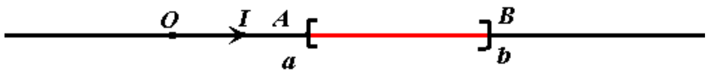
1) المجالات:

تعريف:

a و b عددان حقيقيان حيث $a \le b$.
نسمي مجالا مغلقا حدّاه a و b، مجموعة الأعداد الحقيقية x حيث $a \le x \le b$ ،
ونرمز إليه بالرّمز $[a\,;b]$ ونكتب $[a;b]=\{x\in R / a\le x\le b\}$

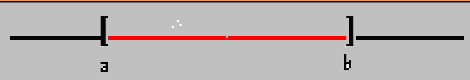
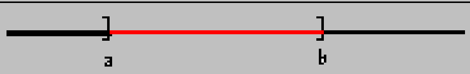
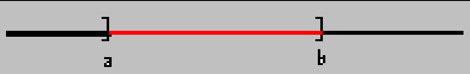
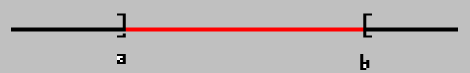
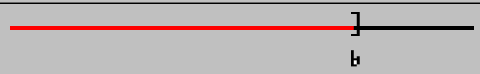
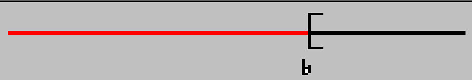
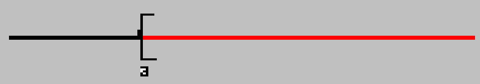
التمثيل الهندسي لمجال:

يمثّل المجال $[a\,;b]$ هندسيا بالشّكل الآتي حيث A و B نقطتان فاصلتاهما a و b على التّرتيب.



مثـــــــال: $[2;8]=\{x\in R/2\le x\le 8\}$, $[-44;10]=\{x\in R/-44\le x\le 10\}$

2) أنواع المجلات:

المجال الذي يُرمز إليه ...	هو مجموعة الأعداد الحقيقية x حيث ...	يُمثّل على المستقيم العددي بالشكل ...
$[a\,;b]$	$[a\,;\,b]$	
$[a\,;b[$	$a \le x < b$	
$]a\,;b]$	$a < x \le b$	
$]a\,;b[$	$a < x < b$	
$]-\infty\,;b]$	$x \le b$	
$]-\infty\,;b[$	$b < x$	
$[a\,;+\infty[$	$x \ge a$	
$]a\,;+\infty[$	$x > a$	
$]-\infty;+\infty[$	$x \in \mathbb{R}$	

في المجال المغلق $[a\,;b]$، العارضتان موجّهتان نحو الدّاخل.
$]a\,;b[$ هو مجال مفتوح، العارضتان موجّهتان نحو الخارج.

ملاحظات:

* الحدّان a و b ينتميان إلى المجال $[a\,;b]$ و لا ينتميان إلى المجال $]a\,;b[$.
* الرمزان $-\infty$ و $+\infty$ (يقرآن: ناقص لانهاية ، زائد لانهاية) لا يمثلان عددين حقيقيين وبالتالي تكون العارضتان مفتوحتين عندهما.

سير الدرس	الكفاءة المستهدفة

تمرين تطبيقي: رقم 33 – 35 صفحة 44 .

3) العناصر المميزة لمجال:

يتميّز المجال $[a;b]$ بالعناصر الآتية:

- مركزه ، وهو العدد الحقيقي $c=\dfrac{a+b}{2}$
- طوله ، وهو العدد الحقيقي الموجب $b-a$
- نصف قطره ، وهو العدد الحقيقي الموجب $r=\dfrac{b-a}{2}$

ملاحظة: المجال النصف مفتوح والنصف مغلق ليس له مركز.

تمرين تطبيقي: رقم 42 – 43 صفحة 45 .

تذكير باتحاد وتقاطع مجموعتين

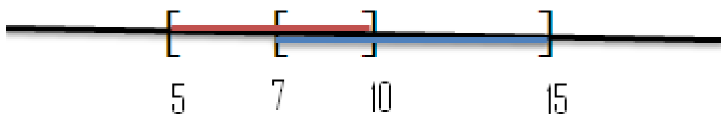
4) إتحاد وتقاطع مجالين:

تعريف:

- تقاطع مجالين I و J هو مجموعة الأعداد الحقيقية التي تنتمي إلى I و J، ونرمز إليه بالرّمز $I\cap J$.
- إتحاد مجالين I و J هو مجموعة الأعداد الحقيقية التي تنتمي إلى I أو J، ونرمز إليه بالرّمز $I\cup J$.

أمثلـــة: $[5;10]\cap[7;15]$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية x حيث $5\le x\le 10$ و $7\le x\le 15$

$$[5;10]\cap[7;15]=[7;10]$$



$$[5;10]\cap[7;15]=[7;10]$$

$[5;10]\cup[7;15]$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية x حيث $5\le x\le 10$ أو $7\le x\le 15$

$$[5;10]\cup[7;15]=[5;15]$$

تمرين تطبيقي: رقم 37 – 46 صفحة 45 .

واجب منزلي: 44 - 47 صفحة 45.

البحث عن تقاطع واتحاد مجالين

ثانوية أفلح عبـد الوهـــاب

المستـوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
الحصـــة : جبـــــر
الموضوع : : القيمة المطلقة- المسافة- الحصر
الكفاءات المستهدفة : كتابة عبارة تشمل رمز القيمة المطلقة على شكل عبارة مكافئة لها بدون رمز القيمة المطلقة

الوسائل المستعملة: الكتاب المدرسي
رقـــم المذكـرة: 12
المـــــــــــدة:
اليـــــــــوم: .../.../.........

سير الدرس	الكفاءة المستهدفة
	التعبير عن القيمة المطلقة لعدد هندسيا

حل النشاط: رقم 04 صفحة 26

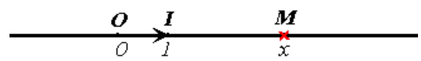
1) القيمة المطلقة لعدد حقيقي:

تعريف

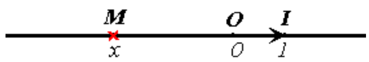
x عدد حقيقي، M نقطة من مستقيم مزوّد بمعلم (O,I) فاصلتها x.
القيمة المطلقة للعدد x هي المسافة OM ، ونرمز إليها بالرّمز $|x|$. ونكتب $|x| = OM$.

من التعريف نستنتج أنه:

إذا كان $x \geq 0$ فإن $|x| = OM = x$



إذا كان $x \leq 0$ فإن $|x| = OM = -x$



ونكتب $$\forall x \in \mathbb{R}:\ |x| = \begin{cases} x & x \in [0\,;+\infty[\\ -x & x \in]-\infty;\,0] \end{cases}$$

مثـــــال:

$$|20| = 20 \quad ; \quad |-20| = -(-20) = 20$$
$$|1-\sqrt{7}| = -(1-\sqrt{7}) = \sqrt{7}-1$$
$$|0| = 0$$

خـــواص:

بفرض x و y عددين حقيقيين، لدينا:

① $|-x| = |x|$ ② $\sqrt{x^2} = |x|$

③ $|xy| = |x| \times |y|$ ④ $\left|\dfrac{x}{y}\right| = \dfrac{|x|}{|y|}$ مع $y \neq 0$

⑤ $|x+y| \leq |x| + |y|$ (المتباينة المثلثية)

ملاحظة:

المتباينة المثلثية تصبح $|x+y| = |x| + |y|$ عندما يكون العددان x و y من نفس الإشارة.

تمارين تطبيقية: 61 – 62 – 63 – 64 صفحة 46.

2) المسافة:

المسافة بين نقطتين:

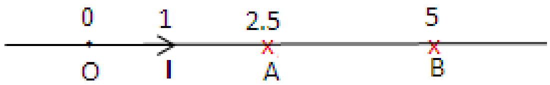
مبرهنة

إذا كانت A ، B نقطتان من مستقيم مزوّد بمعلم (O,I) فاصلتاهما a ، b على التّرتيب فإنّ $AB = |a-b| = |b-a|$

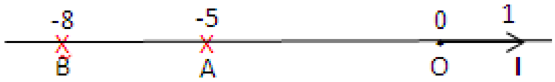
الكفاءة المستهدفة	سير الدرس

الكفاءة المستهدفة: حل معادلات أو متراجحات تتضمن قيما مطلقة

أمثلـــــة:



$AB = |2.5-5| = |5-2.5| = 2.5$



$AB = |-8-(-5)| = |-5-(-8)| = 3$

المسافة بين عددين حقيقين:

تعريف

> المسافة بين عددين حقيقيين a و b هي العدد $|a-b|$ (أو $|b-a|$).

نكتب $d(a;b) = |a-b| = |b-a|$

أمثلـــــة: $d(5;8) = |5-8| = |8-5| = 3$

$d(-3;-7) = |-3-(-7)| = |-7-(-3)| = 4$

تمرين تطبيقي: رقم 53 صفحة 46 .

حل معادلات أو متراجحات تتضمن قيما مطلقة:

طريقة

> لحلّ معادلة أو متراجحة تتضمن قيما مطلقة، نعبّر عن القيم المطلقة بعبارات المسافة على المستقيم العددي ونترجم المساويات أو المتباينات بعبارات المسافة بين نقطتين.

تمرين: حل في مجموعة الأعداد الحقيقية المعادلات والمتراجحات ذات المجهول الحقيقي x .

❶ $|x-5| = 6$ ❷ $|x+3|+|x-5| = 8$ ❸ $|x+3| = |x-5|$ ❹ $|x+4| \le 2$

❺ $|x+3| \le |x-5|$

واجب منزلي: رقم 54 – 55 صفحة 46.

3) الحصـــر:

حل النشاط : رقم 03 صفحة 26 .

تعريف

> حصر عدد حقيقي x يعني إيجاد عددين a و b حيث $a \le x \le b$.

مثـــال:

لدينا العدد $\pi \cong 3.141593$ وهي القيمة المدوّرة للعدد π إلى 10^{-6}.

$3 \le \pi \le 4$ هو حصر للعدد π بالتقريب إلى الوحدة.

$3.141 \le \pi \le 3.142$ هو حصر للعدد π بالتقريب إلى 10^{-3}.

مبرهنة:

> c عدد حقيقي ، r عدد حقيقي موجب.
> من أجل كل عدد حقيقي x، $|x-c| \le r$ معناه $x \in [c-r; c+r]$

أمثلـــــة: ❶ $|x-10| \le 5$ معناه $-5 \le x-10 \le 5$

أي $5 \le x \le 15$ وعليه $x \in [5;15]$.

❷ $|x-8| \prec 2$ معناه $-2 \prec x-8 \prec 2$

أي $6 \prec x \prec 10$ وعليه $x \in]6;10[$.

سير الدرس	الكفاءة المستهدفة

طريقة إيجاد حصر لعدد حقيقي:

تمرين: a و b عددان حقيقيان بحيث: $4 \prec a \prec 10$ و $2 \prec b \prec 6$

المطلوب هو ايجاد حصرا للأعداد التالية: $a+b$ و $a \times b$ و $a-b$ و $\frac{a}{b}$.

الحل:

- باستعمال قاعدة الجمع طرفا بطرف للمتباينات، نجد: $6 \prec a+b \prec 16$
- كون الأعداد الستة موجبة وبالضرب طرفا بطرف نجد: $8 \prec a \times b \prec 60$
- نكتب $a-b$ على الشكل $a+(-b)$.

بضرب المتباينة المضاعفة $2 \prec b \prec 6$ في العدد السالب (-1)

نحصر $-b$: $-6 \prec -b \prec -2$

وبالجمع طرفا بطرف نجد: $-2 \prec a-b \prec 8$

- نكتب $\frac{a}{b}$ على الشكل $a \times \left(\frac{1}{b}\right)$.

الأعداد 2 و b و 6 من نفس الإشارة و $2 \prec b \prec 6$ فيكون $\frac{1}{6} \prec \frac{1}{b} \prec \frac{1}{2}$

وكون الأعداد 4 و a و 10 و $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{b}$ و $\frac{1}{6}$ موجبة وبالضرب طرفا بطرف، نجد:

$\frac{4}{6} \prec \frac{a}{b} \prec \frac{10}{2}$.

طريقة

لحصر فرق أو حاصل القسمة نتذكر أنّ الطرح يعني إضافة المعاكس والقسمة تعني الضرب في المقلوب

تمرين تطبيقي:

مستطيل طوله L وعرضه l حيث $L \in]134;135[$ و $l \in]25;26[$.

أعط حصرا للمحيط P وللمساحة S وللقطر D للمستطيل.

واجب منزلي: رقم 66 – 70 – 88 صفحة 47 – 48 .

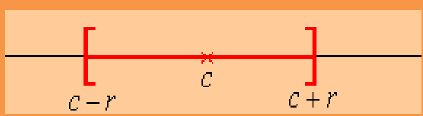
توضيف قواعد المقارنة لإيجاد حصر عدد حقيقي

نتيجــة

c عدد حقيقي كيفي و r عدد حقيقي موجب.

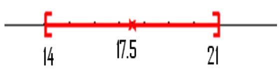
من أجل كلّ عدد حقيقي x، النصوص الآتية متكافئة:

- $x \in [c-r; c+r]$ (في صيغة مجال)
- $c-r \le x \le c+r$ (في صيغة حصر)
- $d(c;x) \le r$ (في صيغة مسافة)
- $|x-c| \le r$ (في صيغة قيمة مطلقة)



التعبير عن جزء متصل من R بمجال او مسافة او قيمة مطلقة

مثـــــال:

القيمة المطلقة	المسافة	الحصر	المجال	التمثيل
$\left\lvert x-\frac{34}{2}\right\rvert \le \frac{7}{2}$	$d\left(x;\frac{34}{2}\right) \le \frac{7}{2}$	$14 \le x \le 21$	$x \in [14;21]$	

الكفاءة المستهدفة	سير الدرس
التعرف على القيم المقربة لعدد حقيقي	4) القيم المقربة لعدد حقيقي: تعريف بفرض عدد حقيقي a وعدد عشري d وعدد طبيعي n. القول أنّ d قيمة مقربة عشرية إلى 10^{-n} للعدد a معناه المسافة من a إلى d أصغر من 10^{-n} بعبارة أخرى $\lvert a-d \rvert < 10^{-n}$. وتبعا لكون $d \le a$ أو $d \ge a$، نتحدث عن قيمة مقربة بالنقصان أو بالزيادة. مثـــــال: الحاسبة تظهر من أجل $\sqrt{3}$ العدد 1.732050808 يمكن أن نستنتج مثلا $1.732 \prec \sqrt{3} \prec 1.733$ 1.732 و 1.733 هما قيمتان مقربتان للعدد $\sqrt{3}$ إلى 10^{-3} بالنقصان وبالزيادة على الترتيب. كلّ عدد عشري من المجال $]1.732;1.733[$ هو قيمة مقربة للعدد $\sqrt{3}$ إلى 10^{-3}، لأنّه موجود على مسافة أصغر من 10^{-3} بالنّسبة إلى $\sqrt{3}$ تماريـــن: رقم 73 – 74 – 81 – 82 صفحة 47 – 48.

3

الوحدة الثالثة

عموميات على الدوال

مواضيع الدروس:

❶ مفهوم الدالـــــــــة

❷ التمثيل البيانـــي لدالــــــة

❸ تغيرات دالة معرفة على مجال

❹ القيــــــم الحديــــــــة لدالــــــــة

❺ شفعيـــــــــــــــة دالـــــــــــــــة

❻ حل معادلات ومتراجحــــــــات بيانــيا

ثانوية أفلح عبــد الوهـــــاب

المستــوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
الحصـــة : تحليل
الموضوع : مفهوم الدالة
الكفاءات المستهدفة : تحديد دالة (متغيرها ، مجموعة تعريفها ، مجموعة قيمها)

الوسائل المستعملة: الكتاب المدرسي
رقـــــم المذكـــرة: 13
المـــــــــــــــدة:
اليـــــــــــوم: ..../.../...

الكفاءة المستهدفة	سير الدرس
طرق تعريف دالة	(see below)

حل النشاط: رقم 01 صفحة 50

تعريف

> D جزء من $\mathbb{R}$. نعرّف دالة f على D عندما نرفق بكلّ عدد حقيقي x من D عددا حقيقيا وحيدا، نرمز إليه بالرمز $f(x)$

و نكتب $f : D \to \mathbb{R}$

$x \mapsto y = f(x)$

وتقرأ $f(x)$: f لِـ x.

في هذه الكتابة x يمثل المتغير و y مرتبط بالمتغير x.

مصطلحات:

- العدد $f(x)$ يسمى صورة العدد x بالدالة f.
- العدد x يسمى سابقة العدد $f(x)$ بالدالة f.
- المجموعة D تسمى مجموعة تعريف الدالة f.

عموما نرمز للدوال بإحدى الرموز التالية: $f ; g ; h ;......$

تعريف دالة :

يمكن تعريف دالة f على D باحدى الطرق التالية:

☝ بدستور ✌ بتمثيل بياني 👌 بجدول قيم

☝ تعريف دالة بدستور:

D جزء من $\mathbb{R}$. لتعريف دالة f على D بدستور نعبرعن $f(x)$ بدلالة x من D.

مثـــال:

f دالة معرفة على $[-4;2]$ بالشكل $f(x) = 2x+1$ (تعريف بواسطة دستور).

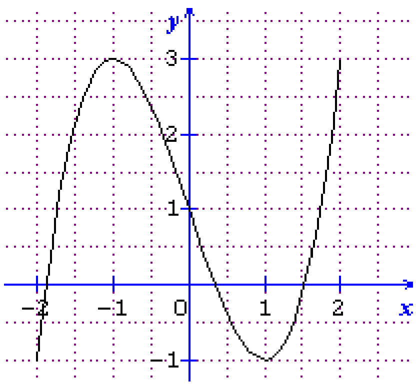
- مجموعة تعريف هي $[-4;2]$.
- لدينا $2(1)+1 = 3$ أي $f(1) = 3$ ومنه صورة 1 بالدالة f هي 3 ، وسابقة 3 هي 1.

✌ تعريف دالة بتمثيل بياني:

المنحنى البياني المقابل يمثل دالة g معرفة على مجال $[-2;2]$

نقرأ على التمثيل البياني

$g(0) = 1$ ، $g(2) = 3$ ، $g(-2) = -1$



الكفاءة المستهدفة	سير الدرس

تحديد دالة (متغيرها، مجموعة تعريفها، مجموعة قيمها)

✍ تعريف دالة بجدول قيم:

الطرود البريدية	
الوزن بالكيلوغرام	التعريفة (دج)
إلى غاية 5	25,00
]5 ; 10]	40,00
]10 ; 15]	62,00
]15 ; 20]	83,00
]20 ; 30]	110,00

الجدول المقابل مأخوذ من تعريفات بريد الجزائر للسنة 2005.
نتعرف على دالة P معرفة على المجال $[0\,;\,30]$.
و هكذا نجد صورة 12 بالدالة P هي 62 .
العدد 10 ليس له سوابق بالدالة P.
سوابق العدد 83 هي كلّ الأعداد الحقيقية من المجال $]15\,;\,20]$

حساب صورة عدد بدالة:

f دالة معرفة على D (D جزء من $\mathbb{R}$)، a عدد حقيقي من D.

لتعيين صورة a يكفي تعويض x بـ a في عبارة $f(x)$ أي حساب $f(a)$.

تمرين تطبيقي:

f دالة معرفة على المجال $[-4\,;\,2]$ كما يلي $f(x)=2x^2+4$.

✓ أحسب صورة 0 ، 1 ، 2 ، -2 ، -3/2 ، -4 بالدالة $f(a)$.

تمرين: رقم 23 صفحة 74.

حساب سابقة عدد بدالة:

لتعيين السوابق الممكنة لعنصر b، نحلّ المعادلة $f(x)=b$ و لا نحتفظ إلا بالحلول التي تنتمي إلى مجموعة تعريف الدالة.

تمرين: رقم 25 صفحة 74.

مجموعة تعريف دالة:

لتعيين مجموعة تعريف دالة معرفة بدستور نستثني من مجموعة الأعداد الحقيقية تلك التي لا يمكن حساب صورها بالدالة f.

- إذا كان دستور الدالة f يتضمن مقاما فيه المتغير x، يجب رفض القيم التي تعدم المقام.
- إذا كان دستور الدالة f يتضمن جذرا تربيعيا للمتغير x، x، يجب رفض القيم التي تجعل العبارة تحت الجذر سالبة تماما.

نرمز عموما إلى مجموعة تعريف الدالة f بالرمز D_f.

تمريـــن: عين مجموعة تعريف كل دالة من الدوال التالية:

❶ $f : x \mapsto 2x+1$ ❷ $g : x \mapsto \sqrt{x-2}$

❸ $h : x \mapsto 3(2-x)^2$ ❹ $k : x \mapsto \dfrac{x-1}{2x+3}$

❺ $l : x \mapsto \dfrac{2-x}{x}+\sqrt{1-x}$

واجب منزلي: رقم 19 – 20 - 21 صفحة 74.

ثانوية أفلح عبـــد الوهــــاب

المستــوى: الأولى جذع مشترك علوم وتكنولوجيا
الحصـــة : تحليل
الموضوع : التمثيل البياني لدالة
الكفاءات المستهدفة : * تعين مجموعة تعريف – صورة عدد – سابقة عدد بواسطة منحنى
*توظيف الحاسبة البيانية لإعطاء التمثيل البياني لدالة معطاة على مجال بواسطة دستور

الوسائل المستعملة: الكتاب المدرسي
رقـــــم المذكـرة: 14
المــــــــــدة:
اليـــــــوم: ..../.../........

الكفاءة المستهدفة	سير الدرس

توظيف الحاسبة البيانية لإعطاء التمثيل البياني لدالة معطاة على مجال بواسطة دستور

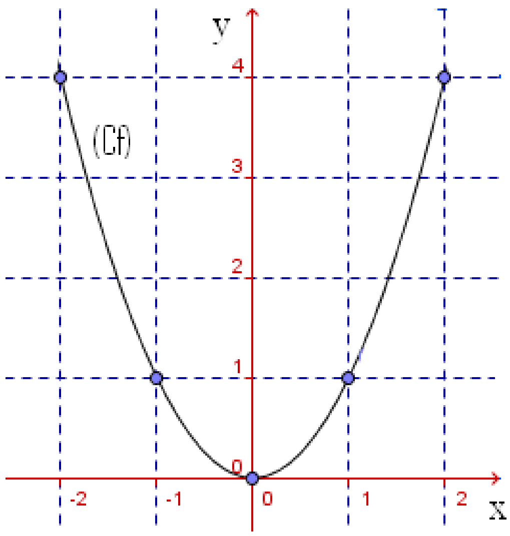
تعريف

المستوي منسوب إلى معلم $(O;I,J)$. f دالة معرفة على جزء D من $\mathbb{R}$.
التمثيل البياني (أو المنحنى الممثل) للدالة في المعلم $(O;I,J)$ هو مجموعة النقط $M(x;y)$ حيث: $x \in D$ و $y = f(x)$
إذا رمزنا إلى منحنى الدالة f بالرمز $(\mathscr{C}_f)$، نقول أنّ $y = f(x)$ هي معادلة $(\mathscr{C}_f)$ في المعلم $(O;I,J)$.

ملاحظة:
لرسم المنحنى البياني للدالة f في المعلم يمكن:
- إستعمال جدول لبعض قيم الدالة.
- إستعمال حاسبة بيانية.
- إستعمال المجدول.

مثـــال: لنرسم المنحنى الممثل للدالة $f(x) = x^2$ على المجال $[-2;2]$ بالإستعانة بالجدول المقابل.

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	4	1	0	1	4



تنبيه: إن إعطاء مجموعة قيم لا تكفي للحصول على التمثيل البياني للدالة، لأنه هناك العديد من الكيفيات للمرور من نقطة إلى أخرى. فمن الضروري إذن أن تعطى معلومات أخرى حول سلوك الدالة.

تعين مجموعة تعريف دالة، صورة عنصر، سابقة عنصر بواسطة منحناها البياني

إستعمال التمثيل البياني لدالة:

1) قراءة صورة عنصر وفق دالة:

لقراءة صورة عنصر a وفق دالة $f(x)$ باستعمال التمثيل البياني لهذه الدالة، نضع العدد a على محور الفواصل، نرسم من النقطة $A(a\,;0)$ مستقيم (d) موازي لمحور التراتيب.
هذا المستقيم يقطع المنحنى عند نقطة M ترتيبها $f(a)$ وهي صورة a وفق الدالة $f(x)$.

تمرين تطبيقي: رقم 28 صفحة 75 (الفرع الأول).

2) قراءة سابقة عنصر وفق دالة:

لقراءة السوابق الممكنة لعنصر b وفق دالة $f(x)$ باستعمال التمثيل البياني لهذه الدالة، نضع العدد b على محور التراتيب، نرسم من النقطة $B(b;0)$ مستقيم (d) موازي لمحور الفواصل.
فواصل نقاط التقاطع (في حالة وجودها) لهذا المستقيم والمنحنى هي سوابق b.

تمرين تطبيقي: رقم 28 صفحة 75 (الفرع الثاني)

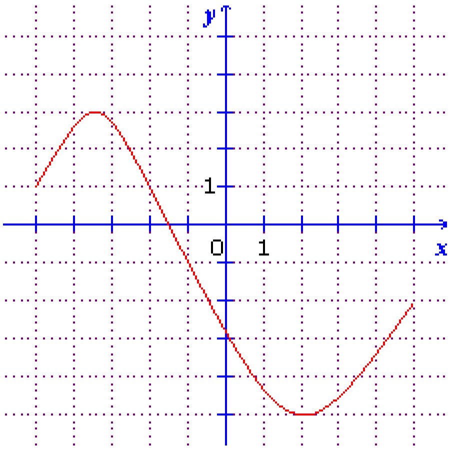
سير الدرس	الكفاءة المستهدفة

3) قراءة مجموعةتعريف دالة:

مجموعة تعريف الدالة $f(x)$ هي مجمموعة فواصل النقط التي تنتمي إلى $(\mathscr{C}_f)$.

تمرين تطبيقي:

لتكن $f(x)$ الدالة المعرفة بالتمثيل البياني التالي:



❶ عين مجموعة تعريف الدالة $f(x)$.

❷ عين سوابق الأعداد التالية:

-3 ، -1 ، 0 ، 2 ، 4

❸ عين صور الأعداد التالية:

-5 ، -3 ، 0 ، 1 ، 3

واجب منزلي: 29 – 30 – 31 صفحة 74 .

ثانوية أفلح عبــد الوهـــــاب

المستـوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
الحصـــة : تحليل
الموضوع : تغيرات دالة معرفة على مجال
الكفاءات المستهدفة: * وصف سلوك دالة باستعمال التعبير الرياضي المناسب.
* استنتاج جدول تغيرات دالة انطلاقا من تمثيلها البياني.
* إرفاق جدول تغيرات معطى بتمثيل بياني ممكن.

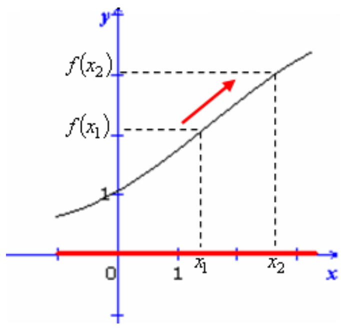
الوسائل المستعملة: الكتاب المدرسي
رقــــم المذكـرة: 15
المـــــــــــدة:
اليـــــــــوم: .../.../.........

الكفاءة المستهدفة	سير الدرس
وصف سلوك دالة باستعمال التعبير الرياضي المناسب	(انظر أدناه)

تعريف

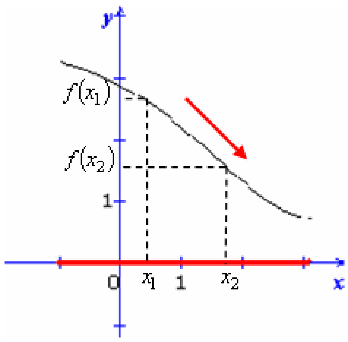
f دالة معرفة على مجال I من $\mathbb{R}$.

- f متزايدة تماما على I يعني:
  من أجل كلّ x_1 و x_2 من I، إذا كان $x_1 < x_2$ فإنّ $f(x_1) < f(x_2)$
- f متناقصة تماما على I يعني:
  من أجل كلّ x_1 و x_2 من I، إذا كان $x_1 < x_2$ فإنّ $f(x_1) > f(x_2)$
- f ثابتة على I يعني:
  من أجل كلّ x_1 و x_2 من I، $f(x_1) = f(x_2)$



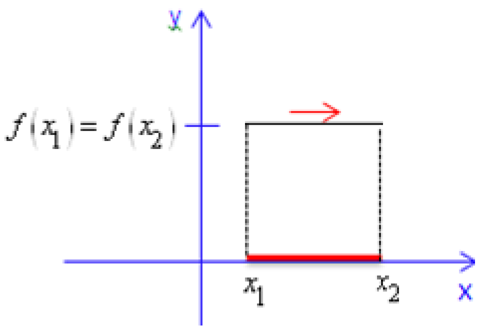
دالة متزايدة تماما

$f(x_1)$ و $f(x_1)$ في نفس ترتيب x_1 و x_2. الدالة تحفظ الترتيب.



دالة متناقصة تماما

$f(x_1)$ و $f(x_1)$ ليسا في نفس ترتيب x_1 و x_2 الدالة تعكس الترتيب.



دالـــة ثابتة

ملاحظة:

نعرّف كذلك اتجاه تغيّر دالة كالآتي:

- f متزايدة على I يعني: من أجل كلّ x_1 و x_2 من I، إذا كان $x_1 < x_2$ فإنّ $f(x_1) \leq f(x_1)$
- f متناقصة على I يعني: من أجل كلّ x_1 و x_2 من I، إذا كان $x_1 < x_2$ فإنّ $f(x_1) \geq f(x_1)$

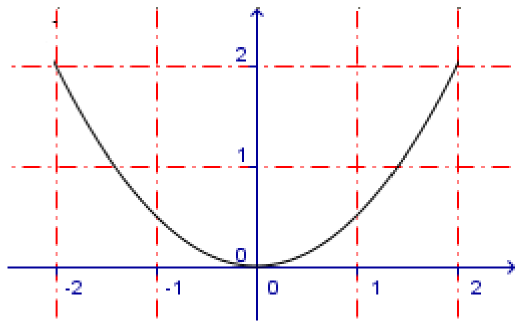
سير الدرس	الكفاءة المستهدفة

مثـــال:

الدالة المعرفة بالبيان المقابل:

متناقصة تماما على المجال $[-2;0]$

ومتزايدة تماما على المجال $[0;2]$



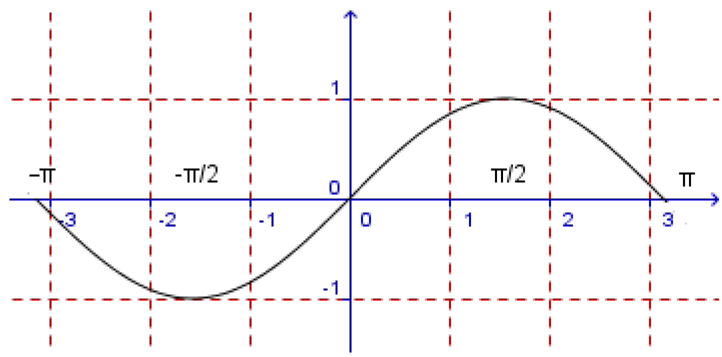
دراسة اتجاه تغير دالة:

نعني بدراسة اتجاه تغيّر دالة، تعيين المجالات التي تكون فيها هذه الدالة متزايدة تماما أو متناقصة تماما أو ثابتة.

تلخّص نتائج هذه الدراسة في جدول يسمّى جدول التغيرات.

مثـــال:

الدالة الممثلة بالمنحني المقابل معرفة على المجال $[-\pi;\pi]$، هي متزايدة تماما على المجال $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$ ومتناقصة تماما على المجالين $\left[-\pi;-\frac{\pi}{2}\right]$ و $\left[\frac{\pi}{2};\pi\right]$.



جدول التغيرات

x	$-\pi$		$-\frac{\pi}{2}$		$\frac{\pi}{2}$		π
f(x)	0	↘	-1	↗	1	↘	0

تعين اتجاه تغير دالة:

لتعيين اتجاه تغيّر دالة على مجال J، يمكن أن نفرض أنّ $a<b$ و نقارن بين $f(a)$ و $f(b)$ عبر سلسلة من الاستنتاجات المتوالية معتمدين في ذلك على الفرض الذي انطلقنا منه.

تمرين تطبيقي:

لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty;+\infty[$ بالدستور التالي: $f(x)=2x^2+1$

1. بيّن أنّ f متزايدة تماما على المجال $[0;+\infty[$.
2. ما هو اتجاه تغيّرها على المجال $]-\infty;0]$؟
3. شكّل جدول تغيرات f .

تمارين منزلية: 35 – 37 – 38 – 41 – 45 صفحة 76 –77.

الكفاءة المستهدفة:

استنتاج جدول تغيرات دالة انطلاقا من تمثيلها البياني

إرفاق جدول تغيرات معطى بتمثيل بياني ممكن

ثانوية أفلح عبـد الوهــــاب

المستـوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
الحصـــة : تحليل
الموضوع : القيم الحدية لدالة
الكفاءات المستهدفة: إيجاد القيم الحدية على مجال معين لدالة مرفقة بمنحناها البياني أو جدول تغيراتها

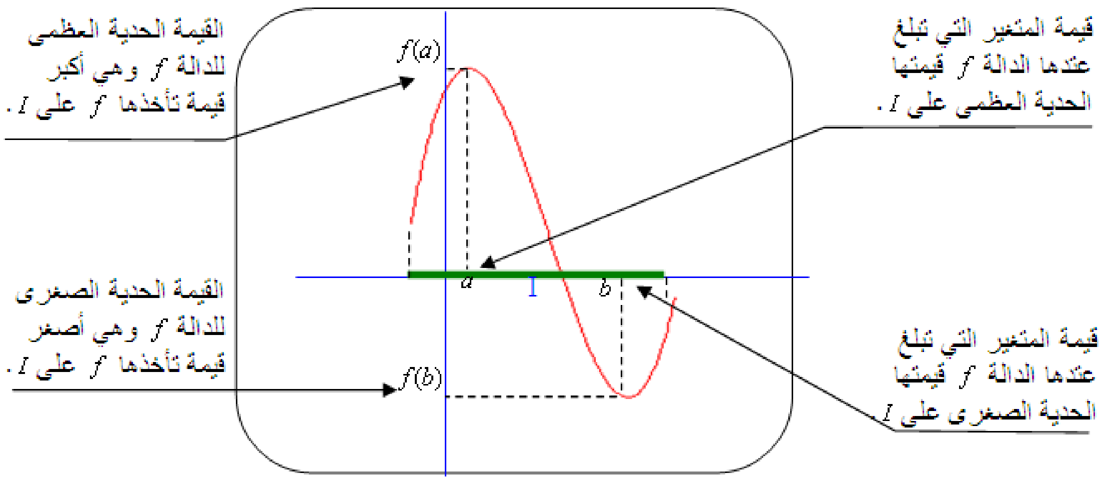
الوسائل المستعملة: الكتاب المدرسي
رقـــــم المذكــرة: 16
المـــــــــــدة:
اليـــــــــــوم: 2012/10/01

الكفاءة المستهدفة	سير الدرس
إيجاد القيم الحدية لدالة مرفقة بجدول تغيراتها أو منحناها البياني	

تعريف

$f(x)$ دالة معرفة على مجال من $\mathbb{R}$ من $\mathbb{R}$.

- القيمة الحدية العظمى للدالة $f(x)$ على $\mathbb{R}$ ، هي أكبر صورة $f(x)$ تبلغها $f(x)$
من أجل عدد a من $\mathbb{R}$. من أجل كلّ x من $\mathbb{R}$ ، $f(x) \le f(a)$
- القيمة الحدية الصغرى للدالة $f(x)$ على $\mathbb{R}$ هي أصغر صورة $f(x)$ تبلغها $f(x)$
من أجل عدد b من $\mathbb{R}$. من أجل كلّ x من $\mathbb{R}$ ، $f(x) \ge f(b)$



تعين القيم الحدية بإستعمال التمثيل البياني:

تمرين: بإستعمال التمثيلات البيانية المعطاة في التمرين35 صفحة 76عين القيمةالحدية الصغرى و الكبر لكل دالة على مجموعة تعريفها.

طريقة: يمكن قراءة القيمى الصغرى(الدنيا) لدالة عل مجال من $\mathbb{R}$ من التمثيل البياني، إذ هي ممثلة صورة أدنى نقطة من المنحى، أما القيمة العظمى(القصوى) فهي صورة أعلى نقطة من المنحى.

تعين القيم الحدية بإستعمال جدول التغيرات:

تمرين: بإستعمال جدول التغيرات التالي عين القيمةالحدية الصغرى و الكبر للدالة f على مجموعة تعريفها.

x	-3		-2		1		4
$f(x)$	5	$\searrow$	0	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1

تمرين: رقم 47 صفحة 77 .

ثانوية أفلح عبــد الوهـــــاب

المستـوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
الحصـــة : تحليل
الموضوع : شفعيــة دالــة.
الكفاءات المستهدفة: التعرّف على شفعية دالة انطلاقا من تمثيلها البياني أو بالاعتماد على التعبير الجبري للخاصية.

الوسائل المستعملة: الكتاب المدرسي
رقـــــم المذكـرة: 17
المـــــــــــــدة:
اليـــــــــــوم: .../.../.........

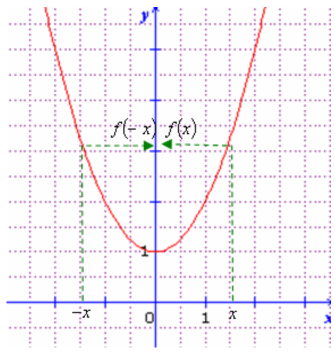
سير الدرس	الكفاءة المستهدفة
	التعرّف على شفعية دالة انطلاقا من تمثيلها البياني أو بالاعتماد على التعبير الجبري للخاصية.

حل النشاط: رقم04 صفحة51.

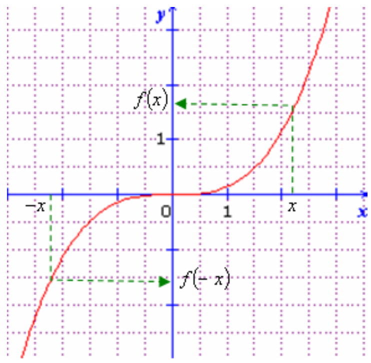
تعريف

f جزء من $\mathbb{R}$، f دالة معرّفة على f.

- نقول إنّ f دالة زوجية إذا كان f متناظرا بالنسبة إلى 0 وكان لكلّ x من f، $f(-x)=f(x)$
- نقول إنّ f دالة فردية إذا كان f متناظرا بالنسبة إلى 0 وكان لكلّ x من f، $f(-x)=-f(x)$



بيان الدالة الزوجية في المستوي المنسوب إلى م م يكون متناظرا بالنسبة إلى محور التراتيب.



بيان الدالة فردية في المستوي المنسوب إلى م م يكون متناظر بالنسبة إلى مبدأ المعلم.

أمثلـــة:

1. الدالة f المعرفة على المجال $I=[-5;5]$ بالعبارة $f(x)=5x^2+3$ دالة زوجية، لأنّ : مجموعة تعريفها I متناظرة بالنسبة إلى 0 (بمعنى، لكلّ x من I، $-x\in I$)
ولكلّ x من I، $f(-x)=5(-x)^2+3=5x^2+3=f(x)$
2. الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة $g(x)=x$ فردية، لأنّ:
مجموعة تعريفها $\mathbb{R}$ متناظرة بالنسبة إلى 0 (بمعنى، لكلّ x من $\mathbb{R}$، $-x\in\mathbb{R}$)
ولكلّ x من $\mathbb{R}$، $g(-x)=-x=-g(x)$.

مبرهنة:

f دالة معرّفة على المجال $I=[-a;a]$.
الدالتان g و h المعرفتان على المجال I بالدستورين التاليين:

$$g(x)=\frac{f(x)+f(-x)}{2} \quad \text{و} \quad h(x)=\frac{f(x)-f(-x)}{2}$$

هما دالتان زوجية ، فردية (على الترتيب)

تمارين تطبيقية: 49 – 50 – 51 صفحة 78.

ثانوية أفلح عبــد الوهـــــاب

المستــوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
الحصـــة : تحليل
الموضوع : حل معادلات ومتراجحات بيانيا
الكفاءات المستهدفة: معرفة إشارة دالة، حل معادلات ومتراجحات بيانيا.

الوسائل المستعملة: الكتاب المدرسي
رقــــم المذكــرة: 18
المــــــــــــــدة:
اليـــــــــــوم: ..../.../..........

الكفاءة المستهدفة	سير الدرس

حل معادلات ومتراجحات بيانيا.

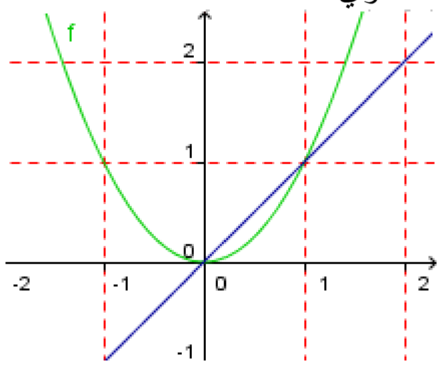
حل معادلات ومتراجحات بيانيا:

f و g دالتان معرفتان على مجموعة r، $(\mathcal{C}_f)$ و $(\mathcal{C}_g)$ منحنياهما في معلم للمستوي.

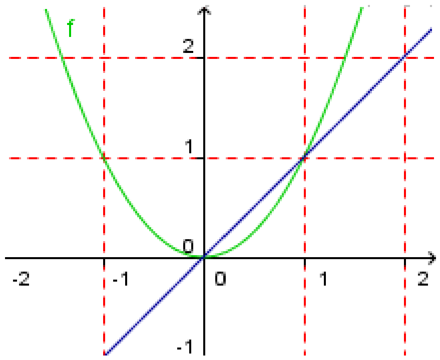
- حلّ المعادلة $f(x)=g(x)$ بيانيا يعني: تعيين فواصل النقط المشتركة للمنحنيين $(\mathcal{C}_f)$ و $(\mathcal{C}_g)$.
- حلّ المتراجحة $f(x)>g(x)$ بيانيا يعني:تعيين فواصل نقط المنحني $(\mathcal{C}_f)$ الواقعة فوق المنحني $(\mathcal{C}_g)$.

مثـــال:

لتكن الدالتين $f(x)=x$ و $g(x)=x^2$ المعرفتين على f ، $(\mathcal{C}_f)$ و $(\mathcal{C}_g)$ منحنياهما في معلم للمستوي.



حل المعادلة $f(x)=g(x)$ بيانيا هو $S=\{0;1\}$



حل المتراجحة $f(x)\le g(x)$ بيانيا هو $S=[0;1]$

معرفة إشارة دالة

التمثيل البياني وإشارة دالة:

خواص:

$\mathbb{R}$ دالة معرفة على مجال $\mathbb{R}$ من $\mathbb{R}$.

- تكون دالة $\mathbb{R}$ موجبة تماما على $\mathbb{R}$ إذا وفقط إذا كان تمثيلها البياني على $\mathbb{R}$ يقع فوق محور الفواصل.
- تكون دالة $\mathbb{R}$ سالبة تماما على $\mathbb{R}$ إذا وفقط إذا كان تمثيلها البياني على $\mathbb{R}$ يقع تحت محور الفواصل.
- تنعدم $\mathbb{R}$ من أجل x_0 من $\mathbb{R}$ إذا وفقط إذا كان تمثيلها البياني يقطع محور الفواصل عند x_0.

تمرين تطبيقي: صفحة 66.

واجب منزلي: رقم 61 صفحة79.

4

الوحدة الرابعة

الـــدوال المرجعيـــة

مواضيع الدروس:

❶ الدالة التآلفيـــــة

❷ الدالة مربّـــــــــع

❸ الدالة مقلـــــــــوب

❹ الدالة الجذر التربيـــعي

❺ الدالة جيب والدالة جيب تمـــام

ثانوية أفلح عبــد الوهـــاب

المستــوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
الحصـــة : تحليل
الموضوع : الدالــة التـآلفيــة
الكفاءات المستهدفة: تحديد إتجاه التغير و التمثيل البياني للدالة $x \overset{f}{\mapsto} ax+b$

الوسائل المستعملة: الكتاب المدرسي
رقــــم المذكــرة: 19
المـــــــــــدة:
اليـــــــــــوم: ..../.../...

سير الدرس	الكفاءة المستهدفة

حل النشاط: رقم05 صفحة 51

تعريف

> نسمّي دالة تآلفية كلّ دالة $\mathbb{R}$ معرفة على $\mathbb{R}$ بالشكل $f(x)=ax+b$ حيث a و b عددان حقيقيان مفروضان.

مثـــال: الدلة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بالدستور التالي: $f(x)=3x+5$

ملاحظة: لتكن الدالة التآلفية التالية: $f(x)=ax+b$ حيث a و b عددان حقيقيان

يسمى العدد a بمعامل التوجيه أو معامل التناسب أو الميلأما العدد b بالترتيب إلى المبدأ أو بالجزء التآلفي (لأنه يميزالدالة التآلفية عن الدالة الخطية).

إيجاد الدالة التآلفية المعرفة بعددين مختلفين وصورتيهما:

تمرين: أوجد الدالة التآلفية f حيث $f(0)=1$ ، $f(-2)=0$.

طريقة: لإيجاد الدالة التآلفية المعرّفة بعددين مختلفين وصورتيهما نحسب معامل التوجيه والترتيب إلى المبدأ أو نحلّ جملة معادلتين.

الخاصية المميزة للدوال التآلفية

مبرهنة

> تكون الدالة$\mathbb{R}$ تآلفية، إذا وفقط إذا كان، من أجل كلّ عددين حقيقيين مختلفين x و x':
> النسبة $\dfrac{f(x)-f(x')}{x-x'}$ ثابتة (بمعنى أنّ تزايد الصورة متناسب مع تزايد المتغير).

التمثيل البيانيلدالة تآلفية:

التمثيل البياني لدالة تآلفية في معلم هو المستقيم $(\mathcal{D})$ الذي معامل توجيهه a ويقطع محور التراتيب في النقطة $B(0;b)$.

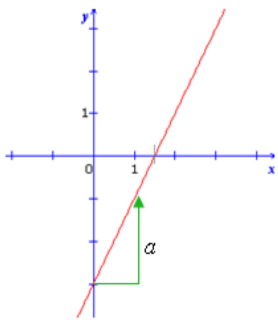
$y=ax+b$ هي المعادلة المبسطة للمستقيم$(\mathcal{D})$.

تمرين: رقم 53 صفحة 78.

طريقـــة: لتمثيل دالة تآلفية، نستعمل نقطتين أو نقطة ومعامل التوجبه.

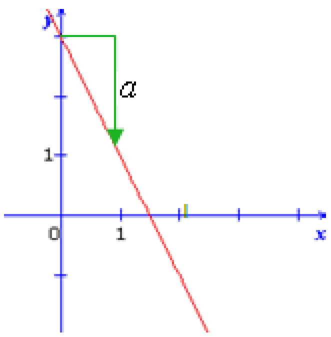
القراءة البيانية لمعامل توجيه دالة تآلفية:

حالة $a > 0$



$a=\frac{f(1)-f(0)}{1-0}=\frac{-1+3}{1}=2$

حالة $a < 0$



$a=\frac{f(1)-f(0)}{1-0}=\frac{1-3}{1}=-2$

التمثيل البياني للدالة $x \mapsto ax+b$

سير الدرس	الكفاءة المستهدفة
	تحديد اتجاه تغير الدالة التآلفية

تمرين: رقم 54 صفحة 78.

اتجاه تغيّر دالة تآلفية:

مبرهنة

$\mathbb{R}$ دالة تآلفية معرفة على $\mathbb{R}$ بالشكل $f(x)=ax+b$.

- إذا كان $a\prec 0$، فإنّ $\mathbb{R}$ متناقصة تماما.
- إذا كان $a\succ 0$، فإنّ $\mathbb{R}$ متزايدة تماما.

جدول تغيّرات دالة تآلفية:

$a\prec 0$

x	$-\infty$		$+\infty$
$f(x)$		$\searrow$	

$a\succ 0$

x	$-\infty$		$+\infty$
$f(x)$		$\nearrow$	

أمثلة

- الدالة $f(x)=10x+7$ متزايدة لأن $a=10$ عدد موجب.
- الدالة $f(x)=-5x+4$ متزايدة لأن $a=-5$ عدد سالب.

إشارة الدالة التآلفية $f(x)=ax+b$ حيث $a\neq 0$

$f(x)=0$ يكافئ $ax+b=0$ أي $x=\frac{-b}{a}$

x	$-\infty$	$-b/a$	$+\infty$
إشارة $f(x)$	عكـــس إشـــارة a		مثـــل إشـــارة a

إشارةجداء أو حاصل قسمة دالتين تآلفيتين:

خـــاصية:

جداء و حاصل قسمة عددين غير معدومين ومن نفس الإشارة هو عدد موجب تمام.
جداء و حاصل قسمة عددين غير معدومين ومن إشارتين متعاكستين هو عدد سالب تمام.

مثـــال: ❶ أدرس إشارة الدالة $f(x)=(x-1)(x+3)$ على $\mathbb{R}$.

❷ أدرس إشارة الدالة $g(x)=\frac{x-1}{x+3}$ على مجموعة تعريفها.

ثانوية أفلح عبــد الوهـــــاب

المستـوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
الحصـــة : تحليل
الموضوع : الدالـــة مربّـع

الوسائل المستعملة: الكتاب المدرسي
رقـــــم المذكــرة: 20
المـــــــــدة:
اليــــــــــــوم: ..../.../...

الكفاءات المستهدفة: * تحديد إتجاه التغير والتمثيل البياني للدالة $x \overset{f}{\mapsto} x^2$
* توظيفها لدراسة بعض الدوال الأخرى

الكفاءة المستهدفة	سير الدرس
تحديد إتجاه تغير الدالة مربع التمثيل البياني للدالة مربع	(انظر أدناه)

سير الدرس

حل النشاط: رقم01 صفحة 84

تعريف

الدّالة "مربّع" هي الدّالة الّتي ترفق بكل عدد حقيقي x مربّعه x^2 .

إذا رمزنا إلى الدّالة مربع بالرّمز f ، نكتب $f(x)=x^2$ أو $x \overset{f}{\mapsto} x^2$ أو $f: R \to R$
$x \mapsto f(x)=x^2$

اتجاه التغيّر

مبرهنة

لتكن f الدّالة مربع $\left(f(x)=x^2\right)$

❶ الدّالة مربع متزايدة تماما على $[0,+\infty[$.

❷ الدّالة مربع متناقصة تماماعلى $]-\infty,0]$.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
x^2		↘	0	↗	

البرهــــــان: ....

تمرين: رقم 10صفحة106.

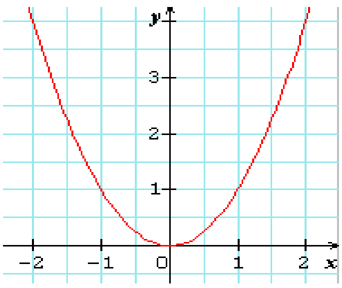
دراسة شفعية الدالة مربع:

لدينا الدالة $f(x)=x^2$ معرفة على $\mathbb{R}$ ($\mathbb{R}$ متناظر بالنسبة إلى 0) و

$f(-x)=(-x)^2=x^2=f(x)$ وعليه الدالة f دالة زوجية وبالتالي تمثيلها البياني متناظر بالنسبة إلى محور التراتيب

التمثيل البياني للدالة $f(x)=x^2$

المنحنى البياني للدلة مربع هو قطع مكافئ حضيضه 0 كما هو في الشكل المقابل.



حل معادلات ومتراجحات بإستعمال التمثيل البياني للدالة مربع:

تمريــن: لتكن الدالة مربع $f(x)=x^2$

❶ أنشئ التمثيل البياني للدالة f في معلم متعامد ومتجانس

❷ بإستعمال التمثيل البياني عين حلول كل من المعادلات و المتراجحات التالية:

$x^2=0 \quad ; \quad x^2=2 \quad ; \quad x^2 \le -2 \quad ; \quad x^2 \succ 1$

الكفاءة المستهدفة	سير الدرس

طريقــة:

I لحلّ المعادلة $x^2 = m$ بيانيا:

ننشئ التّمثيل البياني (C) للدّالة f حيث $f(x) = x^2$ ، والمستقيم (D) الذي معادلته $y = m$

حلول المعادلة في حالة وجودها،هي فواصل نقط تقاطع (C) و (D).

II لحلّ المتراجحة $x^2 \succ m$ بيانيا:

ننشئ التّمثيل البياني (C) للدّالة f حيث $f(x) = x^2$ ، والمستقيم (D) الذي معادلته $y = m$

حلول المتراجحة في حالة وجودها، هي فواصل نقط المنحنى (C) الواقعة فوق المستقيم (D).

توظيف الدّالة مربّع لدراسة اتجاه تغيّر الدّالة $f : x \mapsto (x+a)^2 + b$ وتمثيلها بيانيا:

I **لدراسة اتجاه تغيّر الدّالة** $f : x \mapsto (x+a)^2 + b$

- نحدّد اتجاه تغيّر الدالة التآلفية $x \to x+a$ و إشارتها على المجالين $]-\infty,-a]$ و $[-a,+\infty[$.
- نحدّد اتجاه تغيّر الدالة $x \to (x+a)^2$ على المجالين $]-\infty,-a]$ و $[-a,+\infty[$ ثم نستنتج جدول تغيّرات الدالة f .

II لتمثيل الدالة $f : x \mapsto (x+a)^2 + b$ بيانيا:

ليكن (C) هو التمثيل البياني للدالة f و (P) هو القطع المكافئ الذي يمثل الدّالة مربع.

- نبين أن نقطة $M(x,y)$ تنتمي إلى (C) إذا و فقط إذا كانت النقطة $N(x+a, y-b)$ تنتمي إلى (P).
- نعين شعاع الانسحاب الذي يسمح بالمرور من (P) إلى (C) و هكذا نستنتج إنشاء (C).

تمريــن:

أدرس إتجاه تغير الدالة $x \overset{f}{\mapsto} (x+1)^2 + 3$ ثم مثله بيانيا.

واجب منزلي: رقم 19 صفحة 107.

توظيف الدّالة مربّع لدراسة دوال أخرى

ثانوية أفلح عبــد الوهـــاب

المستـوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
الحصـــة : تحليل
الموضوع : الدالـــة مقلـوب

الوسائل المستعملة: الكتاب المدرسي
رقــــم المذكــرة: 21
المــــــــــدة:

اليــــــــــوم: ...../.../..........

الكفاءات المستهدفة: * تحديد إتجاه التغير والتمثيل البياني للدالة $x \overset{f}{\mapsto} 1/x$.
* توظيفها لدراسة بعض الدوال الأخرى

الكفاءة المستهدفة	سير الدرس

الكفاءة المستهدفة: تحديد إتجاه التغير والتمثيل البياني للدالة مقلوب

سير الدرس

تعريف

الدّالة "مقلوب" هي الدّالة المعرفة على المجموعة $]0,+\infty[\cup]-\infty,0[$ ، والتّي ترفق بكلّ عدد حقيقي x غير معدوم مقلوبه $\frac{1}{x}$

إذا رمزنا إلى الدّالة مربع بالرّمز f ، نكتب $f(x)=\frac{1}{x}$ أو $x \overset{f}{\mapsto} \frac{1}{x}$ أو $\begin{array}{l} f: R \to R \\ x \mapsto f(x) = 1/x \end{array}$

إتجاه تغير الدالة مقلوب:

مبرهنة

الدّالة "مقلوب" متناقصة تماماعلى كلّ من المجالين $]0,+\infty[$ و $]-\infty,0[$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$\frac{1}{x}$	↘	‖	↘

البرهـــــان: ....

تمريـــن: رقم 23-24 صفحة 108

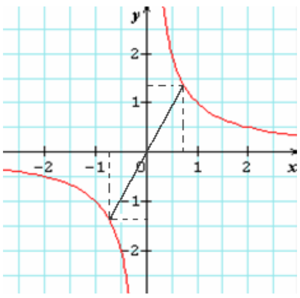
دراسة شفعية الدالة مقلوب:

* لدينا الدالة $f(x)=\frac{1}{x}$ معرفة على $\mathbb{R}^*$ (المجموعة $\mathbb{R}^*$ متناظرة بالنسبة لــ 0).

* من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f(-x)=\frac{1}{-x}=-\frac{1}{x}=-f(x)$

وعليه الدالة f دالة فردية وبالتالي منحناها البياني يكون متناظر بالنسبة إلى مبدأ المعلم.

التمثيل البياني للدالة مقلوب:



المنحنى البياني للدالة مقلوب هو قطع زائد (كما في الشكل المقابل).

الصفرليس له صورة بالدّالة مقلوب، إذن منحنيها لا يقطع محور التّراتيب .

حصـــر $\frac{1}{x}$:

طريقة: لمقارنة مقلوبات أعداد حقيقية لها نفس الإشارة، يمكن استعمال تناقص الدّالة مقلوب على $]-\infty,0[$ أو على $]0,+\infty[$.

تمريـــن: أوجد حصر لــ $\frac{1}{x}$ إذا كان ① $-5 \prec x \prec 0$ ② $\frac{4}{7} \prec x \prec 120$

تمريـــن: رقم 22 صفحة 108

سير الدرس	الكفاءة المستهدفة
توظيف الدّالة مقلوب لدراسة اتجاه تغيّر الدّالة $f: x \mapsto a+\frac{b}{x+c}$ وتمثيلها بيانيا(حيث $a;b;c$ أعداد حقيقية): تمريـــن: أدرس إتجاه تغير الدالة $f(x)=4+\frac{2}{x+2}$ ثم مثلها بيانيا. طريقة: لدراسة تغيرات الدالة $f: x \mapsto a+\frac{b}{x+c}$: ▪ نعين مجموعة تعريف الدالة f : نجد $]-\infty,-c[\cup]-c,+\infty[$. ▪ نحدّد إتجاه تغير الدالة على المجالين $]-\infty;-c[$ ، $]-c;+\infty[$ ثم نستنتج جدول تغيرات الدالة f . ▪ التمثيل البياني لهذه الدالة متناظر بالنسبة إلى النقطة $(-c;a)$. واجب منزلي: رقم 28 – 29 – 31 – 32 صفحة 108.	توظيف الدّالة مقلوب لدراسة اتجاه تغيّر الدّالة $f: x \mapsto a+\frac{b}{x+c}$

ثانوية أفلح عبـد الوهـــاب

المستـوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
الحصـــة : تحليل
الموضوع : دالة الجذر التربيعي
الكفاءات المستهدفة: * تحديد إتجاه التغير والتمثيل البياني للدالة $f:x\mapsto\sqrt{x}$.

الوسائل المستعملة: الكتاب المدرسي
رقـــم المذكـرة: 22
المـــــــــدة:
اليـــــــوم: ..../.../...

الكفاءة المستهدفة	سير الدرس
تحديد إتجاه التغير و التمثيل البياني لدالة الجذر التربيعي	

تعريف

الدّالة "الجذر التّربيعي" هي الدّالة المعرفة على المجال $[0,+\infty[$ والتّي ترفق بكلّ عدد حقيقي x جذره التربيعي $\sqrt{x}$.

إذا رمزنا إلى الدّالة مربع بالرّمز f ،نكتب $f(x)=\sqrt{x}$ أو $x\overset{f}{\mapsto}\sqrt{x}$ أو

$$f:R\to R$$
$$x\mapsto f(x)=\sqrt{x}$$

إتجاه تغير دالة الجذر التربيعي:

مبرهنة

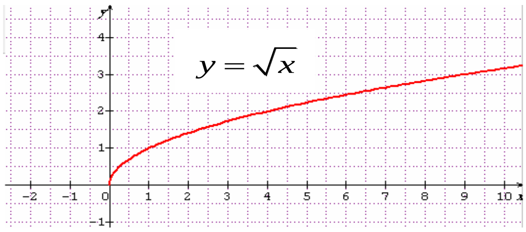
الدّالة "الجذر التّربيعي" متزايدة على المجال $[0,+\infty[$.

x	0 $\qquad\qquad$ $+\infty$
$\sqrt{x}$	0 $\nearrow$ $+\infty$

البرهـــــان: ....

التمثيل البياني:

بما أنّ الدّالة "الجذر التّربيعي" معرّفة فقط على المجال $[0;+\infty[$ فإنّ منحنيها يقع في الربع الأول من المعلم كما هو موضّح في الشّكل المقابل



تمريـــن: 39 – 40 – 41 صفحة 109 .

تمريـــن: قارن بين الأعداد x ; x^2 ; $\frac{1}{x}$; $\sqrt{x}$ من أجل $x\succ 0$.

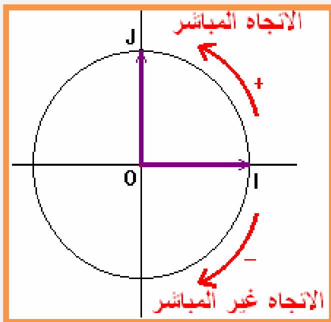
ثانوية أفلح عبــد الوهـــاب

المســتوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
الحصـــة : تحليل
الموضوع : الدالـــة "جب" و الدالة "جب تمام"
الكفاءات المستهدفة: تحديد اتجاه تغير الدالتين جيب تمام و الدالة جيب على مجال معطى و تمثيلهما البياني

الوسائل المستعملة: الكتاب المدرسي
رقـــم المذكـرة: 23
المــــــــــدة:
اليـــــــــوم: .../.../..........

الكفاءة المستهدفة	سير الدرس

الدائرة المثلثية:



- نقول عن دائرة (C) إنها موجّهة إذا اخترنا عليها اتجاها للحركة.
نصطلح على أنّ **الاتجاه المباشر** (أو الموجب) هو الاتجاه المخالف لاتجاه دوران عقارب الساعة و **الاتجاه غير المباشر** (أو السالب) هو الاتجاه الموافق لاتجاه دوران عقارب الساعة.
- $(O;I,J)$ معلم متعامد ومتجانس للمستوي.
الدائرة الموجّهة التي مركزها O و نصف قطرها 1 تسمى **دائرة مثلثية**

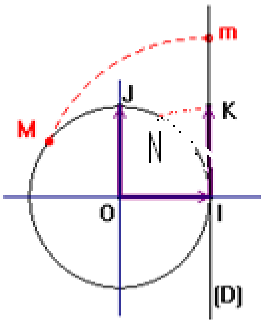
المستقيم العددي و الدّائرة المثلّثية:

لتكن الدّائرة المثلثية (C) في المعلم المتعامد و المتجانس (O).

(D) هو المماس للدائرة (C) في I . K هي النقطة من (D) حيث $\overrightarrow{IK}=\overrightarrow{OJ}$.

* نرفق بكل عدد حقيقي x النقطة m من (D) التي فاصلتها x في المعلم الخطي $(I;K)$ و بلفّ (D) على (C)، تنطبق النّقطة m على نقطة M من (C).

* نعلم أن فاصلة K في المعلم الخطي $(I;K)$ هي 1، فعندما نلف (D) على (C) تنطبق K على N من (C).



* نعرف 1 راديان بأنه قيس للزاوية الموجهة $\left(\overrightarrow{OI},\overrightarrow{ON}\right)$

و نكتب: $\left(\overrightarrow{OI},\overrightarrow{ON}\right)=1\,rad$

* كلّ عدد حقيقي x تقابله نقطة وحيدة M على (C)

نقول إن M هي صورة x، ونقول كذلك إن x هو قيس للزّاوية الموجّهة $\left(\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OM}\right)$.

* العدد الحقيقي x يسمى قيسا بالرّاديان للزاوية الموجهة $\left(\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OM}\right)$ و نكتب:

$$\left(\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OM}\right)=x\ \ Rad$$

ملاحظة: كلّ موضع للنّقطة M من الدّائرة المثلّثية (C) يقابله لانهاية من الأعداد الحقيقية x من الشّكل $x=\alpha+\ k(2\pi)$ مع k عدد صحيح نسبي، حيث: $\left(\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OM}\right)=\alpha\ \ rad$.

التحويل من الرديان إلى الدرجة ومن الدرجة إلى الرديان:

للتحويل من وإلى الدرجة و الرّديان تتم باستعمال التناسبية و $\pi rad=180°$.

تمرين: رقم 50 صفحة 110.

معرفة الدائرة المثلثية وإرفاق كل نقطة من الدائرة المثلثية بعدد حقيقي

معرفة تحويل الدرجة الى الراديان و العكس

الكفاءة المستهدفة	سير الدرس

وضع نقط على الدائرة المثلثية:

تمرين: رقم 51 صفحة 110.

طريقــة:

نعين الصورة M لعدد حقيقي x على الدائرة المثلثية كالآتي:

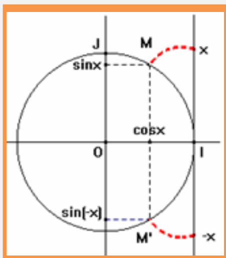
• إذا كان $x \geq 0$: M تقطع قوسا طولها x في الاتجاه المباشر و في الحالة $x \geq 2\pi$ ،نكتب x على الشكل $x = k \times 2\pi + \alpha$ باستعمال القسمة (k هو عدد دورات M و α عدد حقيقي ينتمي إلى $[0,\pi]$).

• إذا كان $x \leq 0$: M تقطع قوسا طولها $|x|$ في الاتجاه غير المباشر و في الحالة $|x| \geq 2\pi$ ،نكتب $|x|$ على الشكل $|x| = k \times 2\pi + \alpha$ باستعمال القسمة (k هو عدد دورات M و α عدد حقيقي ينتمي إلى $[0,\pi]$).

الدالة " جيب " و الدالة " جيب تمام "

* حل النشاط: رقم 02 صفحة 84 حل النشاط: رقم 03 صفحة 84

تعريــف:



x عدد حقيقي. M النقطة المرفقة بالعدد x من الدائرة المثلثية . في المعلم $(O;I,J)$:

• نسمّي جيب تمام العدد الحقيقي x، فاصلة النقطة M ونرمز إليه بالرمز $\cos x$. الدالة $\cos$ هي الدالة التي ترفق بكل عدد حقيقي x العدد $\cos x$.

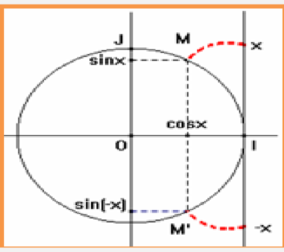
• نسمّي جيب العدد الحقيقي x، ترتيب النقطة M ونرمز إليه بالرّمز $\sin x$. الدالة $\sin x$ هي الدالة التي ترفق بكل عدد حقيقي x العدد $\sin x$.

أمثلــة: * صورة العدد $\frac{\pi}{2}$ هي النقطة $J(0,1)$ إذن $\cos\frac{\pi}{2} = 0$ و $\sin\frac{\pi}{2} = 1$.

* صورة العدد π هي النقطة $I'(-1,0)$ إذن $\cos\pi = -1$ و $\sin\pi = 0$.

* للعددين $-\frac{\pi}{2}$ و $\frac{3\pi}{2}$ نفس الصورة $J'(0,-1)$ إذن $\cos\frac{3\pi}{2} = \cos\left(\frac{-\pi}{2}\right) = 0$ و $\sin\frac{3\pi}{2} = \sin\left(\frac{-\pi}{2}\right) = -1$

مبرهنــة:



من أجل كل عدد حقيقي x لدينا :

• $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$

• $-1 \leq \sin x \leq 1$ و $-1 \leq \cos x \leq 1$

البرهــان:.............

اتجاه تغيّر الدّالتين "جيب تمام" و "جيب" على المجال $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$

خاصية1

• الدالة $\cos$ متناقصة تماماعلى المجال $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ •الدالة $\sin$ متزايدة تماماعلى المجال $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$.

تعيين جيب تمام و جيب زاوية في مثلث قائم و في ربع دائرة

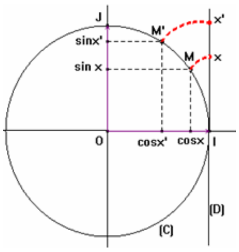
معرفة العددين sin و cos x

إتجاه تغيرالدالتين sin x و cos x

الكفاءة المستهدفة	سير الدرس

الإثبـــات:

ليكن x و x' عددان ينتميان إلى المجال $\left[0\,;\frac{\pi}{2}\right]$ و صورتاهما



M و M' تتغيران على ربع الدّائرة من J إلى I' (كما في الشكل المقابل)

إذا كان $x < x'$ فإن $\sin x < \sin x'$ و $\cos x > \cos x'$.

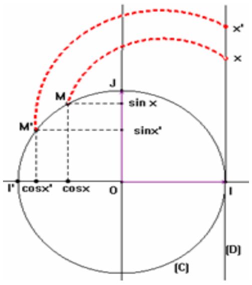
اتجاه تغيّر الدّالتين "جيب تمام" و "جيب" على المجال $\left[\frac{\pi}{2}\,;\pi\right]$

خاصية2

• الدالة cos متناقصة تمام على المجال $\left[\frac{\pi}{2},\pi\right]$ • الدالة sin متناقصة تماماعلى المجال $\left[\frac{\pi}{2},\pi\right]$.

الإثبـــات:

ليكن x و x' عددان ينتميان إلى المجال $\left[\frac{\pi}{2}\,;\pi\right]$ و صورتاهما



M و M' تتغيران على ربع الدّائرة من J إلى I' (كما في الشكل المقابل)

إذا كان $x < x'$ فإن $\sin x > \sin x'$ و $\cos x > \cos x'$.

جدول تغيّرات الدّالتين "جيب تمام" و "جيب" على المجال $[0\,;\pi]$:

من الخاصيتين 1 و 2 نستنتج:

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π
cos	1 ↘	0 ↘	-1

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π
sin	0 ↗	1 ↘	0

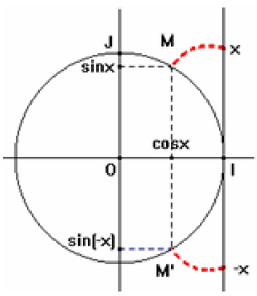
شفعية الدالتين "جيب" و "جيب تمام":

خاصية3

1/ الدالة cos دالة زوجية على $\mathbb{R}$ 2/ الدالة sin دالة زوجيةعلى $\mathbb{R}$

الإثبـــات:

x عدد حقيقي كيفي. $\sin x$ و $\sin x$ هما إحداثيا نقطة M من الدائرة المثلّثية (مركزها O ونصف قطرها 1).

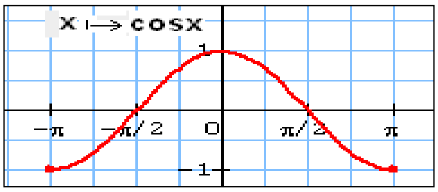


الصوّرتان M و M' للعددين x و $-x$، على الترتيب متناظرتان بالنسبة لمحور الفواصل، إذن للنقطتين M و M' نفس الفاصلة وترتيبان معاكسان.

التمثيل البياني الدّالّتين "جيب تمام" و "جيب" على المجال $[-\pi\,;\pi]$:

❶ ننشئ التمثيل البياني للدالة cos على المجال $[0,\pi]$ انطلاقا من جدول تغيراتها.

نتمم هذا الرسم على $[-\pi,0]$ بالتناظر بالنسبة للمبدأ لأن الدالة sin زوجية .

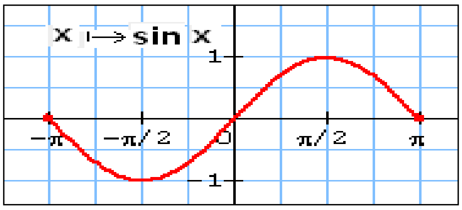


الكفاءة المستهدفة:

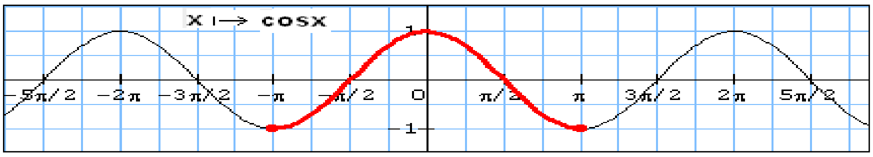
إتجاه تغيرالدالتين sin x و cos x

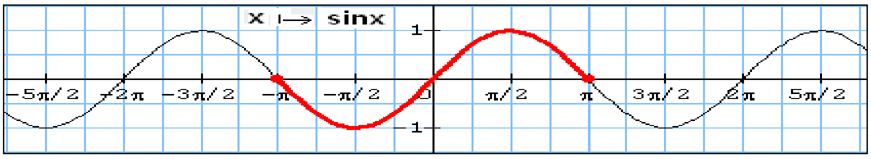
شفعية الدالتين sin x و cos x

الكفاءة المستهدفة	سير الدرس
التمثيل البياني للدالتين $\sin x$ و $\cos x$	❷ ننشئ التمثيل البياني للدالة sin على المجال $[0,\pi]$ انطلاقا من جدول تغيراتها. نتمم هذا الرسم على $[-\pi,0]$ بالتناظر بالنسبة للمبدأ لأن الدالة sin فردية .



التمثيل البياني الدّالتين "جيب تمام" و "جيب" على المجال$\mathbb{R}$:





ملاحظة: يمكن استنتاج أي جزء من بيان الدالة "جيب تمام" (أو الدالة "جيب") من الجزء الملون بالأحمر وذلك بانجاز " دوريا" مثيلات له لأن من أجل كل عدد حقيقي x لدينا $\cos(x+2\pi)=\cos x$ و $\left(\sin(x+2\pi)=\sin x\right)$ نقول إنّ الدالة "جيب تمام" (الدالة "جيب") دورية ودورها 2π.

1/ جيب تمام و جيب الزوايا المرفقة.
2/ جدول جيب وجيب تمام القيم الشهيرة وتمثيلها على الدائرة المثلثية.
3/ بعض الدساتير المثلثية.

تجدون كل هذا ضمن المطبوعة.

تمريـــــن: رقم 52 – 53 – 55 – 56 – 57 صفحة 110 – 111 .

5

الوحـــدة الخامســة

المعادلات و المتراجحات

مواضيع الدروس:

❶ العبـــارات الجبـــريـــة

❷ قواعـــد الحســاب الجبــري

❸ الــدوال و العبــارات الجبريـــة

❹ المســاويــات و المــعــادلات

❺ المتـــراجحـــــات

❻ العبارة ax^2+bx+c حيث $a \neq 0$

ثانوية أفلح عبــد الوهـــــاب

المستـوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
الحصــــة : جبـــر
الموضوع : العبارات الجبرية
الكفاءات المستهدفة: التعرف على مختلف الصيغ لنفس العبارة الجبرية (صيغة مختصرة، صيغة محللة، .....).

الوسائل المستعملة: الكتاب المدرسي
رقـــــم المذكــرة: 24
المــــــــــــدة:
اليــــــــــــوم: ...../.../............

سير الدرس	الكفاءة المستهدفة
	التعرف على مختلف الصيغ لنفس العبارة الجبرية

حــل النشـــاط: رقــم 01 صفحة 114 (أنظر المطبوعة).

المعاني المختلفة للحرف في عبارة جبرية:

دور الحرف x	أمثلة
x متغير	أجرة عامــل بدلالــة ساعــات العمــل $x \mapsto f(x)$
x مجهول	حــل في المعـــادلة $4x-1=1$ أو المتراجحـــة $4x+2 \geq 0$
x مقدار غير معيّن	$p(x)$ عبارة حيث $p(x)=x^2+5x+2$

الأشكال المختلفة لعبارة جبرية: A، B، C عبارات جبرية.

التسمية	الشكل	مثال	ملاحظات
مجموع	$A+B$	$4x+2$ مجموع حدوده هي: $4x$ و 2	العبارة تتضمن عمليات جمع أو عمليات طرح. يتشكل المجموع من عدّة حدود.
جداء	$A \times B$	$3x(1-x)$ جداء عاملاه هما: $3x$ و $(1-x)$	العبارة لا تتضمن عمليات جمع أو عمليات طرح. يتشكل الجداء من عدّة عوامل.
حاصل قسمة	$\frac{A}{B}$	$\frac{1-2x}{3x}$ حاصل قسمة بسطه $(1-2x)$ ومقامه $3x$.	يتشكل حاصل قسمة من بسط ومقام.

تمريــــــن تطبيــقي: رقم 14 – 15 صفحة 134 .

القيمة العددية لعبارة جبرية

تعريــف

القيمة العددية لعبارة جبرية هي العدد الذي نتحصّل عليه، في حالة وجوده، عندما نعوّض الحروف بأعداد.

مثــــال:

❶ القيمة العددية للعبارة $p(x)=2x^2-(x+3)$ من أجل $x=1$ هي $p(1)=2(1)^2-(1+3)$ أي -2

❷ القيمة العددية للعبارة $q(x)=\frac{x-3}{2x+1}$ من أجل $x=-1$ هي $q(-1)=\frac{(-1)-3}{2(-1)+1}$ أي 4 لكــن لا توجد قيمة عددية من أجل $x=\frac{-1}{2}$.

تمريــــــن تطبيــقي: رقم 18 صفحة 134 .

ثانوية أفلح عبد الوهــــاب

المستوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
الحصـــة : جبـــر
الموضوع : قــواعــد الحســاب الجبــري
الكفاءات المستهدفة: تحويل كتابة عبارة (نشرها، تحليلها، اختصارها) واختيار الصيغة المناسبة تبعا للهدف المنشود.

الوسائل المستعملة: الكتاب المدرسي
رقــم المذكــرة: 25
المـــــــدة:
اليـــــــوم: 2012/10/01

سير الدرس	الكفاءة المستهدفة

معاني الأقواس: الأقواس ليس لها نفس الدور.

طبيعة الأقواس			دور الأقواس
أقواس غير مرتبطة بالحساب	①	أقواس دالة	$f(x)$ يعني أنّ f يتعلق بالمتغير x ، لا يمكن حذف مثل هذه الأقواس.
	②	أقواس متعلقة بجداء	$2x(x-3)$ يعني جداء $(x-3)$ في $2x$. للتخلص من القوسين، نوزّع $2x$ على حدي المجموع.
			$-2x(3\times 2x)$ يعني جداء $(-2x)$ في 3 في $2x$.
	③	أقواس متعلقة بمجموع	تعني تجميع حدود مجموع. يكون الاستغناء حسب القاعدة الآتية: A ،B ، C، D عبارات جبرية، $A+(B+C-D)=A+B+C-D$ $A-(B+C-D)=A-B-C+D$

مثـــــال: $g(x)=6x(3-x)-(x-7)$
① ② ③

المتطابقات الشهيرة:

حـــل النشـــاط: رقم 02 صفحة 114

مبرهنـــــة

A ، B عبارتان جبريتان.

❶ $(A+B)^2=A^2+2AB+B^2$ ❷ $(A-B)^2=A^2-2AB+B^2$

❸ $(A+B)(A-B)=A^2-B^2$

أمثلـــــة:

$$\begin{aligned}((x+1)-2x)^2&=(x+1)^2-2\times(x+1)\times(2x)+(-2x)^2\\&=x^2+2x+1-4x(x+1)+4x^2\\&=x^2-2x+1-4x^2+4x^2\\&=x^2-2x+1\end{aligned}$$

$$(3x+1)=(3x)^2+2(3x)(1)+1^2=9x^2+6x+1$$

$$\left(x+\sqrt{2}\right)\left(x-\sqrt{2}\right)=x^2-2$$

سير الدرس	الكفاءة المستهدفة
(see below)	تحويل كتابة عبارة (نشرها، تحليلها، اختصارها) و اختيار الصيغة المناسبة تبعا للهدف المنشود

تحويل عبارة جبرية:

يمكن تحويل عبارة جبرية مكتوبة بصيغة معينة إلى صيغة أخرى باعتماد النشر والتبسيط أو التحليل.

النشر	تبسيط عبارة	التحليل
نشر جداء يعني كتابته على شكل مجموع.	تبسيط عبارة يعني كتابتها بأقلّ عدد ممكن من الحدود.	تحليل عبارة يعني كتابتها على شكل جداء.
مثال: $A=(x-1)(-2x+1)-(2x-1)^2$ النشر: $A=-2x^2+x+2x-1-(4x^2-4x+1)$ $=-2x^2+x+2x-1-4x^2+4x-1$ نسمي الصيغة الأخيرة للعبارة منشور العبارة A.	مثال: $A=(x-1)(-2x+1)-(2x-1)^2$ النشر: $A=-2x^2+x+2x-1-4x^2+4x-1$ التبسيط: $A=-2x^2-4x^2+x+2x+4x-1-1$ $A=(-2-4)x^2+(1+2+4)x-1-1$ $A=-6x^2+7x-2$ نسمي الصيغة الأخيرة للعبارة الشكل المبسّط و المرتّب للعبارة A	مثال:- $A=(x-1)(-2x+1)-(2x-1)^2$ نكتب: $A=-(x-1)(2x-1)-(2x-1)^2$ $A=(2x-1)[-(x-1)-(2x-1)]$ $A=(2x-1)(-x+1-2x+1)$ $A=(2x-1)(-3x+2)$ نسمي الصيغة الأخيرة للعبارة الصيغة المحللة للعبارة A .

ملاحظة

في المتطابقات الشّهيرة، يظهر كلّ من النّشر و التّحليل كما في المخطّط

النشر $\rightarrow$

$$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$$
$$(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$$
$$(a-b)(a+b) = a^2-b^2$$

$\leftarrow$ التحليل

نشر وتبسيط وترتيب عبارة جبرية:

تمرين: أنشر وبسّط ثمّ رتّب العبارة $(x-1)^2+3x(x+2)-2$

طريقـــة: لنشر وتبسيط وترتيب عبارة، ننشر الجداءات، إن وُجدت، نجمع الحدود المتشابهة ونرتب النتيجة حسب قوى x تنازليا.

تحليل عبارة جبرية:

تمرين: حلّ العبارات الآتية ❶ $(x-1)^2+3x(x-1)$ ❷ $9x^2+24x+16$ ❸ $3x^2-5x-4$

طريقـــة: لتحليل عبارة جبرية، يمكن إتباع إحدى الطرائق التالية:

❶ نستعمل المساوتين $ab+ac=a(b+c)$ ، $ab-ac=a(b-c)$ (نتعرّف على عامل مشترك)

❷ نستعمل مباشرة المتطابقات الشهيرة $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$ ، $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$ ، $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$

❸ نستعمل طريقة إتمام المربع.

تمريـــــن: رقم 25 – 31 صفحة 135 .

ثانوية أفلح عبـد الوهـــاب

المستـوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
الحصـــة : جبـــر
الموضوع : الدوال و العبارات الجبرية
الكفاءات المستهدفة: ترابط الدوال المرجعيةالمؤدية من x إلى $f(x)$

الوسائل المستعملة: الكتاب المدرسي
رقـــم المذكـرة: 26
المـــــــــدة:
اليـــــــــوم: .../.../..........

سير الدرس	الكفاءة المستهدفة

ترابط الدّوال المؤدّية من x إلى $f(x)$:

مثـــال: الدالـــــة $f : x \mapsto \left(3x-\frac{1}{2}\right)^2$

f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بالشكل $f(x)=\left(3x-\frac{1}{2}\right)^2$.

للحصول على $f(x)$ ، نضرب x في 3 ونطرح $\frac{1}{2}$ ثمّ نربع النتيجة.

$$\begin{array}{ccccc} & & f & & \\ x & \xrightarrow{u} & 2x-1 & \longmapsto & (2x-1)^2 \\ & & X & \xrightarrow{v} & X^2 \end{array}$$

لدينا: $u(x)=3x-\frac{1}{2}$ و $v(x)=x^2$ ومنه: $f(x)=v(u(x))=\left(3x-\frac{1}{2}\right)^2$

ننتقل من x إلى $f(x)$ بتطبيق دالتين مرجعيتين على التّوالي: الدالة التآلفية u ثمّ الدالة مربع v

ونكتب $f(x)=(v\circ u)(x)=v(u(x))$ ونقرأ f هي v تركيب u .

طرائق:

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بالشكل $f(x)=\frac{4x+3}{2x}$

من بين الإقتراحات الآتية، عين ترابط الدوال المرجعية الموافقة للمرور من x إلى $f(x)$.

❶ نطبق دالة المقلوب المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بالشكل $v(x)=\frac{1}{x}$ ثم الدالة التآلفية المعرفة على $\mathbb{R}$ بالشكل $u(x)=2+\frac{3}{2}x$.

❷ نطبق الدالة التآلفية المعرفة على $\mathbb{R}$ بالشكل $u(x)=2+\frac{3}{2}x$ ثم دالة المقلوب المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بالشكل $v(x)=\frac{1}{x}$.

طريـقـة:

لإيجاد ترابط الدوال المرجعية للمرور من x إلى $f(x)$ ، نأخذ بالاعتبار الترتيب الذي نجري فيه العمليات لحساب الصورة.

تمريـــــن: رقم 36 – 37 صفحة 136 .

تعيين الدّوال المرجعية التي ترابطها يؤدي من x إلى $f(x)$

ثانوية أفلح عبـد الوهـــاب

المسـتوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
الحصــة : جبـر
الموضوع : المساويات و المعادلات
الكفاءات المستهدفة: المساواة متى وأين تستعمل . مفهوم المجموعة المرجعية و المعادلة المكافئة.

الوسائل المستعملة: الكتاب المدرسي
رقــم المذكـرة: 27
المــدة:
اليـــوم: ..../.../...

الكفاءة المستهدفة	سير الدرس
المساواة متى وأين تستعمل. مفهوم المجموعة المرجعية والمعادلة المكافئة	(انظر أدناه)

سير الدرس

المساويات:

خواص	أمثلة
تكون المساواة صحيحة دائما من أجل كلّ القيم المعطاة للحروف.	المتطابقات الشهيرة هي مساويات: $(2+3)^2=2^2+2\times2\times3+3^2=25$ $(2-3)^2=2^2-2\times2\times3+3^2=1$ $(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)=(\sqrt{2})^2-1^2=2-1=1$
نكتب مساواة عند: – إجراء حساب جبري. – تعريف دالة أو عبارة.	▪ a ، b عددان حقيقيان، $(a+b)^2-3ab=a^2-ab+b^2$ ▪ من أجل الدالة f التي ترفق بكلّ عدد حقيقي x مربعه، نكتب: $x \longmapsto f(x)=x^2$ E عبارة جبرية حيث: $E=\dfrac{x}{x^2-1}$
تسمح المساواة باستعمال مبدأ التعويض في برهان.	إذا كان $A=B$، فيمكن استبدال العبارة A بالعبارة B.

المعادلات:

خواص	أمثلة
▪ أمام معادلة يُطرح تساؤل: هل يوجد عدد (أو أعداد) x من D تحقق المساواة ... ؟ تسمّى D المجموعة المرجعية للمعادلة. ▪ عندما نعوّض x في معادلة بقيمة معينة من D ونجد المساواة الناتجة محققة، نقول إنّ هذه المعادلة محققة من أجل تلك القيمة. نسمّي مثل هذه القيمة حلا للمعادلة.	هل يوجد عدد حقيقي x حيث $2(x+1)=3x-5$ ؟ x هو المجهول.
▪ حلّ معادلة ذات المتغيّر x يعني تعيين كلّ قيم x من D التي تحققها.	7 حلّ للمعادلة $2(x+1)=3x-5$ لأنّه، عند تعويض x بالعدد 7 ، تتحقق المساواة: $2(7+1)=3\times7-5$
▪ نقول عن معادلتين إنهما متكافئتان عندما يكون لهما نفس مجموعة الحلول. ▪ إذا أضفنا نفس العدد إلى طرفي معادلة نحصل على معادلة مكافئة لها. ▪ إذا ضربنا في نفس العدد غير المعدوم طرفي معادلة نحصل على معادلة مكافئة لها.	المعادلة $2x-3=8$ تكافئ $2x-3+3=8+3$ أي $2x=11$ وتكافئ $2x\times\frac{1}{2}=11\times\frac{1}{2}$ أي $x=\frac{11}{2}$. حلّ المعادلة $2x-3=8$ هو العدد $x=\frac{11}{2}$.

سير الدرس	الكفاءة المستهدفة
	معادلات جداء و معادلات حاصل قسمة و طرق حلها

تمريـــــن: رقم 39 صفحة 136.

معادلات يؤول حلّها إلى حلّ معادلات من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد:

❶ **معادلة جداء:**

مبرهنة

يكون جداء عدّة عوامل معدوما إذا وفقط إذا كان أحد العوامل على الأقل معدوما.

$A(x) \times B(x) = 0$ تكافئ $A(x)=0$ أو $B(x)=0$

مثـــــال: حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية:

① $(x-3)(x-1)=0$ ② $(x-3)(x-1)-(x-1)^2=0$

نتيجـــــة:

n عدد طبيعي غير معدوم.

$[A(x)]^n=0$ تكافئ $A(x)=0$

مثـــــال: المعادلة $(x+2)^{2013}=0$ تكافئ $x+2=0$ أي $x=-2$.

معادلة حاصل قسمة:

مبرهنة

المعادلة $\dfrac{A(x)}{B(x)}=0$ تكافئ $A(x)=0$ و $B(x)\neq 0$

مثـــــال: حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية:

① $\dfrac{x-3}{x-1}=0$ ② $\dfrac{(x-3)(x-1)}{(x-1)^2}=0$

تمريـــــن: رقم 42 – 43 – 45 صفحة 136– 137 .

ثانوية أفلح عبــد الوهـــــاب

المسـتوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
الحصــــة : جبـــر
الموضوع :المتراجحات
الكفاءات المستهدفة: كيفية حل متراجحات ذات درجة تختلف عن الواحد

الوسائل المستعملة: الكتاب المدرسي
رقـــــم المذكــرة: 28
المـــــــــــدة:
اليـــــــــــوم: ....../.../.......

الكفاءة المستهدفة	سير الدرس
كيفية حل متراجحات ذات درجة تختلف عن الواحد	(انظر أدناه)

سير الدرس

تذكير حول المتراجحات من الدرجة الأولى وبمجهول واحد:

①إشارة العبارة $a\,x+b$ حيث $a \neq 0$

لدراسة إشارة العبارة $a\,x+b$ حيث $a \neq 0$ نقوم بحل المعادلة التالية ثم نقوم بتشكيل جدول الإشارة كما يلي:

x	$-\infty$		$-b/a$		$+\infty$
إشارة $ax+b$		عكس إشارة a	0	مثل إشارة a	

② لحل متراجحة من الشكل التالي $a\,x+b \geq 0$ (أو $a\,x+b \leq 0$) حيث $a \neq 0$ نقوم بالإستعانة بجدول الإشارة

مثـــــال: حل في $\mathbb{R}$ المتراجحتين التاليتين $2\,x+5 \leq 0$ ، $2\,x+5 \geq 0$

نقوم بتشكيل جدول الإشارة العبارة $2\,x+5$ كما يلي:

x	$-\infty$		$-5/2$		$+\infty$
إشارة $2x+5$		$-$	0	$+$	

من جدول الإشارة حل المتراجحة $2\,x+5 \leq 0$ هو المجال $]-\infty\,;-5/2]$ ، أما حل المتراجحة $2\,x+5 \geq 0$ هو المجال $[-5/2\,;+\infty[$.

متراجحة جداء:

مبرهنة:

$A(x)$ ، $B(x)$ عبارتان جبريتان.
المتراجحة $A(x) \times B(x) \geq 0$ تكافئ $A(x)$ و $B(x)$ من نفس الإشارة.

مثـــــال: حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة التالية $(2\,x+5)(1-x) \leq 0$.

لندرس إشارة العبارة $(2\,x+5)(1-x)$

x	$-\infty$		$-5/2$		1		$+\infty$
إشارة $2x+5$		$-$	0		$+$		
إشارة $1-x$				$+$	0	$-$	
إشارة $(2x+5)(1-x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

من جدول الإشارة حل المتراجحة $(2\,x+5)(1-x) \leq 0$ هو المجال $]-\infty\,;-5/2] \cup [1\,;+\infty[$.

متراجحة حاصل قسمة:

مبرهنـــة:

$A(x)$ ، $B(x)$ عبارتان جبريتان.
المتراجحة $\dfrac{A(x)}{B(x)} \geq 0$ تكافئ $A(x) \times B(x) \geq 0$ و $B(x) \neq 0$

الكفاءة المستهدفة	سير الدرس

كيفية حل متراجحات ذات درجة تختلف عن الواحد

مثـــــال: حلّ في $\mathbb{R}$ المتراجحة: $\frac{2x+5}{1-x} \geq 0$.

لندرس إشارة العبارة $\frac{2x+5}{1-x} \geq 0$

x	$-\infty$		$-\frac{5}{2}$		1		$+\infty$
إشارة $2x+5$		$-$	0	$+$			
إشارة $1-x$				$+$	0	$-$	
إشارة $\frac{2x+5}{1-x}$		$-$	0	$+$	$\Vert$	$-$	

من جدول الإشارة حل المتراجحة $\frac{2x+5}{1-x} \geq 0$ هو المجال $\left[-\frac{5}{2};1\right[$.

طريقــة:

لحلّ متراجحة، نعيّن عند الضرورة القيم الممنوعة وننقل كلّ الحدود إلى نفس الطرف ليصبح الطرف الآخر معدوما. ندرس إشارة العبارة المحصّل عليها باستعمال جدول الإشارات ونستخلص الحلول المطلوبة.

تمريــن تطبيقــي: رقم 55 – 56 صفحة 137 .

ثانوية أفلح عبـــد الوهـــــاب

المستـوى: الأولى جذع مشترك علوم وتكنولوجيا
الحصـــة : جبـــر
الموضوع :العبارة $a\,x^2+b\,x+c$ حيث $a\neq 0$
الكفاءات المستهدفة: كتابة العبارة $a\,x^2+b\,x+c$ على الشكل النموذجي $(a\neq 0)$، تحليلها، و استعمال المميّز لحلها.

الوسائل المستعملة: الكتاب المدرسي
رقـــم المذكــرة: 29
المـــــــــــــدة:
اليـــــــــوم: ..../.../...

سير الدرس	الكفاءة المستهدفة

الشكل النموذجي للعبارة ax^2+bx+c $(a\neq 0)$:

من أجل كلّ عدد حقيقي x و a عدد حقيقي غير معدوم،

لدينا: $ax^2+bx+c=a\left(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}\right)$ لكن $\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=x^2+\frac{b}{a}x+\frac{b^2}{4a^2}$

ومنه $ax^2+bx+c=a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2}{4a^2}+\frac{c}{a}\right]=a$

نضع $\Delta=b^2-4ac$، عندئذ $ax^2+bx+c=a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{\Delta}{4a^2}\right]$

مبرهنـــة:

العدد b^2-4ac هو مُميّز العبارة ax^2+bx+c $(a\neq 0)$ ونرمز إليه بالرمز Δ (نقرأ " دلتا")
هو الشّكل النموذجي للعبارة ax^2+bx+c $(a\neq 0)$.

أمثلـــــة:

① الشكل النموذجي للعبارة $2x^2+8x-2$ هــو $2\left[(x+2)^2-5\right]$.

② الشكل النموذجي للعبارة x^2+6x-2 هــــو $(x+3)^2-11$.

تمريـــن تطبيقـــي: رقم 58 صفحة 138.

حلّ المعادلة $ax^2+bx+c=0$ $(a\neq 0)$:

نكتب العبارة في الطرف الأوّل للمعادلة $ax^2+bx+c=0$ $(a\neq 0)$ على شكلها النموذجي، عندئذ نميّز ثلاث حالات:

الحالة ☝: $\Delta>0$ نكتب $\frac{\Delta}{4a^2}=\left(\frac{\sqrt{\Delta}}{2a}\right)^2$.

ومنه $a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\left(\frac{\sqrt{\Delta}}{2a}\right)^2\right]=a\left(x+\frac{b}{2a}+\frac{\sqrt{\Delta}}{2a}\right)\left(x+\frac{b}{2a}-\frac{\sqrt{\Delta}}{2a}\right)$

$ax^2+bx+c=a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{\Delta}{4a^2}\right]=$

للمعادلة حلان هما: $x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ ، $x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

الحالة ✌: $\Delta=0$ $ax^2+bx+c=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2$.

ومنه للمعادلة حلّ وحيد هو: $x_0=\frac{-b}{2a}$

الحالة ✋: $\Delta<0$ لدينا $-\frac{\Delta}{4a^2}>0$.

وبالتالي $\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2+\left(-\frac{\Delta}{4a^2}\right)>0$ ومنه المعادلة لا تقبل حلولا.

الكفاءة المستهدفة: كتابة العبارة $a\,x^2+b\,x+c$ على الشكل النموذجي $(a\neq 0)$، تحليلها واستعمال المميّز لحلها

58

سير الدرس	الكفاءة المستهدفة
	كتابة العبارة ax^2+bx+c على الشكل النموذجي $(a \neq 0)$، تحليلها واستعمال المميز لحلها

مبرهنـــة:

لتكن المعادلة $ax^2+bx+c=0$ مع $(a\neq 0)$، Δ مميّزها:

- إذا كان $\Delta > 0$ فإنّ المعادلة تقبل حلين x_1، x_2: $x_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ ، $x_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

  و ينتج $ax^2+bx+c= a(x-x_1)(x-x_2)$

- إذا كان $\Delta = 0$ فإنّ المعادلة تقبل حلاً مضاعفا x_0: $x_0 = \dfrac{-b}{2a}$ (نعني بحلّ مضاعف، حلاّن متطابقان) و ينتج $ax^2+bx+c = a(x-x_0)^2$
- إذا كان $\Delta < 0$ فإنّ المعادلة لا تقبل حلولا و العبارة ax^2+bx+c لا تحلل.

تمريـــن تطبيقـــي: رقم 61 صفحة 137 .

نتائـــج:

لتكن المعادلة $ax^2+bx+c=0$ مع $(a\neq 0)$، x_1 مميّزها:

① إذاكان $a \times c \prec 0$ فإن $\Delta \succ 0$ و هذا معناه أن المعادلة تقبل حلين مختلفين x_1 و x_2.

② إذا قبلت المعادلة حلين مختلفين x_1 و x_2 فإن :
$$\begin{cases} S = x_1 + x_2 = \dfrac{-b}{a} & \text{مجمـــوع الحلين.} \\ P = x_1 \times x_2 = \dfrac{c}{a} & \text{جـــداء الحليـــن.} \end{cases}$$

و تصبح المعادلة من الشكل: $ax^2+bx+c=0 \Leftrightarrow a\left(x^2 - Sx + Px\right) = 0$

③ نسمي كل من $c;b;a$ الموجودة في المعادلة $ax^2+bx+c=0$ بالمعاملات.

- إذا كان مجموع المعاملات يساوي الصفر أي $a+b+c=0$ فإن العدد 1 هو حل لهذه المعادلة لأن $a(1)^2+b(1)+c=a+b+c=0$ و لتحليل العبارة ax^2+bx+c إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى نستعمل الطريقة التالية:

	a	b	c
1		a	$a+b$
	a	$a+b$	$\underbrace{a+b+c}_{=0}$

وعليه $ax+bx+c=(x-1)(ax+b+a)$، تدعى هذه الطريقة بطريقة هورنر.

تمرين تطبيقي: حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية:

① $t^2+5t-6=0$ ② $2y^2-y-1=0$

واجـــب: ليكن $P(x)$ كثير حدود من الدرجة الثالثة حيث: $P(x)=2x^3-21x^2+28x-9$

❶ أحسب $P(1)$ ، ماذا تستنتج؟ ❷ عين الأعداد الحقيقية $c;b;a$ بحيث مهما يكن x من $\mathbb{R}$ فإن: $P(1)=(x-1)(ax^2+bx+c)$. ❸ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x)=0$.

❹ نعتبر في $\mathbb{R}^+$ المعادلة $2x\sqrt{x}-21x+28\sqrt{x}-9=0$ ....(*)

بالإستعانة بالسؤال الأول، عين حلول المعادلة (*).

سير الدرس	الكفاءة المستهدفة
	إشارة العبارة ax^2+bx+c حيث $(a\neq 0)$

إشارة العبارة ax^2+bx+c $(a\neq 0)$:

لدراسة إشارة العبارة ax^2+bx+c نميز ثلاث حالات و ذلك حسب إشارة المميز x_1 حيث: $\Delta=b^2-4ac$.

الحالة الأولى: $\Delta\succ 0$

للمعادلة $ax^2+bx+c=0$ جذران متمايزان هما $x_1=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ و $x_2=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ ، نفرض أن $x_1\prec x_2$.

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
إشارة ax^2+bx+c		مثل إشارة a	0	عكس إشارة a	0	مثل إشارة a	

الحالة الثانية: $\Delta=0$

للمعادلة $ax^2+bx+c=0$ حل مضاعف هو $x_0=\dfrac{-b}{2a}$.

x	$-\infty$		x_1		$+\infty$
إشارة العبارة ax^2+bx+c		مثل إشارة a	0	مثل إشارة a	

الحالة الثانية: $\Delta\prec 0$

المعادلة $ax^2+bx+c=0$ لا تقبل حلول في $\mathbb{R}$

x	$-\infty$		$+\infty$
إشارة العبارة ax^2+bx+c		مثل إشارة a	

تمرين تطبيقي:

- حدد أشارة العبارات التالية: $A(x)=x^2+x+1$ ، $B(x)=-x^2-x+2$
  $C(x)=2x^2-10x+12$
- حل في المتراجحات التالية: $A(x)\geq 0$ ، $B(x)\leq 0$ ، $C(x)\succ 0$

واجب منزلي: رقم 74 صفحة 139.

6

الوحـــدة السـادســـة

الإحـــــــــــاء

مواضيع الدروس:

❶ مفــردات الإحصـــاء

❷ التمثيـــلات البيانيـــة

❸ مؤشرات سلسلة إحصائية

❹ تذبذب العينات و المحاكاة

ثانوية أفلح عبــد الوهـــاب

المستوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
الحصـــة : إحصــــاء
الموضوع : مفردات الإحصاء
الكفاءات المستهدفة: * التعرف على مفردات الإحصاء.
* التمييز بين ميزتين إحصائيتين الكمية و النوعية.

الوسائل المستعملة: الكتاب المدرسي
رقـــــم المذكـرة: 30
المــــــــــدة:
اليـــــــــوم: ....‏/.../...

سير الدرس	الكفاءة المستهدفة
نبذة تاريخية عن تطور علم الإحصاء (المطبوعة). علـم الإحصـــــــاء: يحتاج كثير من الخبراء و الباحثين في شتى ميادين المعرفة إلى إتخاذ قرار معين في ظاهرة معينة، والقرار المناسب يعتمد إلى حد كبير عن المعلومات والبيانات التي تخص الظاهرة المراد إصدار القرار بشأنها، وظهرت الحاجة إلى جمع المعلومات والبيانات عندما تعقدت الحياة الإجتماعية و ظهرت المصانع الكبرى و الإدارات، ونظرا لحاجة هذه المصانع إلى إتخاذ القرارات المناسبة بخصوص الإنتاج وتحقيق أكبر ناتج بأقل تكلفة ممكنة ولكي يتم هذا لابد من تجميع المعلومات والبيانات وتحليل هذه البيانات ومن ثم إتخاذ القرار ومن هنا جاءت الحاجة إلى علم الإحصاء. • الإحصاء هو العلم الذي يقوم بالبحث في أساليب جمع البيانات و وسائل تحليل هذه البيانات للوصول إلى معرفة الظاهرة محل الدراسة، و الإحصاء نوعان. الإحصاء الوصفي: ويهتم بجمع البيانات وتبويبها و تمثيلها، وهو الذي سنتطرق إلى دراسته في هذه الوحدة. الإحصاء التحليلي (الرياضي):ويهتم بتحليل البيانات وإستخلاص النتائج وأخذ القرار. 1- مفــردات الإحصـــاء: ① دراســة إحصائية: هي دراسة ظاهرة ما،على سبيل المثال عدد الأميين في دائرة وادي ليلي. ② المجتمع الإحصائي: هو مجموعة المفردات التي تجمع حولها البيانات، وفي مثالنا السابق المجتمع الإحصائي هو سكان دائرة وادي ليلي. ③ الفرد الإحصائي: هو الوحدة الأساسية لتكوين المجتمع الإحصائي، فكل مواطن من دائرة وادي ليلي هو الفرد الإحصائي. ④ العينة: وهي كل جزء من المجتمع الإحصائي، مثلا المواطنون الذين يتراوح سنهم بين 20 و40 سنة من دائرة وادي ليلي يمثلون عينة. ⑤الطبع الإحصائي أو الميزة الإحصائية: وهي الميزة أو الخاصية المراد دراستها في هذا المجتمع. أ) عندما تأخذ الميزة الإحصائية قيما عددية نسميها ميزة كمية أو متغيرا أحصائيا، والمتغير الإحصائي نوعان: متغيرإحصائي متقطع: وهو المتغير الإحصائي الذي يمكن عد وحصر قيمه، مثلا إحصاء عدد أفراد أسرة كل تلميذ من تلاميذ ثانوية أفلح عبد الوهاب هوميزة إحصائية كمية طبعها متقطع	التعرف على مفردات الإحصاء التمييز بين ميزتين إحصائيتين الكمية و النوعية

الكفاءة المستهدفة	سير الدرس

متغير إحصائي مستمر: وهو الطبع الإحصائي الذي يمكن قياس قيمه، مثلا قياس أوزان تلاميذ ثانوية أفلح عبد الوهاب أو اطوالهم أو أعمارهم.

أحيانا عندما يكون عدد القيم كبيرا نلجأ إلى حصرها ضمن مجالات من الشكل $[a\,;b[$ تدعى فئات، ويسمى العدد $\frac{a+b}{2}$ بمركز هذه الفئة، أما العدد الحقيقي الموجب $b-a$ فيسمى طولها.

ب) عندما لا تأخذ الميزة الإحصائية قيما عددية نسميها ميزة إحصائية نوعية، كلون العينين أو لون الشعر أو الحالة المدنية أو المستوى العلمي (متعلم – جاهل).

2- التوزيعات التكرارية:

حل النشاطين: رقم01 – 02 صفحة 142.

التوزيعات التكرارية:

- تكرار قيمة للطبّع الإحصائي هو عدد الأفراد الموافقة لهذه القيمة.
- تواتر قيمة للطبع الإحصائي هو حاصل قسمة تكرارها على عدد أفراد المجتمع (أي التّكرار الكلي).
- نسمي سلسلة إحصائية مجموعة القيم التّي جُمعت .
- غالبا مانمثل سلسلة إحصائية بجدول يشمل القيم وتكراراتها وتواتراتها، نسمي هذا الجدول بالجدول التكراري.

مثـــال:

السلسلة الإحصائية الآتية تمثل علامات الإختبار الأول في مادة الرياضيات للقسم 1ع ت4

-6.75-5.25-18-08-05-10.75-8.5-10.25-5.5-8.75-16.5-17.5-10-10.5

-06-8.5-5.25-9.75-11-12.25-11.5-10.5-14-8.5-12.5-12.75-10.75

8.75-9.25-9.75-4.75

وهي سلسلة الإحصائية طبعها كمي مستمر تكرارها الكلي هو31، يمكن تلخيص هذه النتائج في الجدول التكراري التالي.

العلامات (قيم الطبع الإحصائي)	4.75	05	5.25	5.5	06	6.75	08	8.5	8.75
التكرارات n_i (أو التكرار المطلق)	01	01	02	01	01	01	01	03	02
تواتر العلامات$^{n_i}\!/_N$ (التكرار النسبي)	$1/31$	$1/31$	$2/31$	$1/31$	$1/31$	$1/31$	$1/31$	$3/31$	$2/31$

9.25	9.75	10	10.25	10. 5	10.75	11	11.5	12.25	12. 5
01	02	01	01	02	02	01	01	01	01
$1/31$	$2/31$	$1/31$	$1/31$	$2/31$	$2/31$	$1/31$	$1/31$	$1/31$	$1/31$

12.75	14	16.5	17.5	18	التكرار الكلي N
01	01	01	01	01	31
$1/31$	$1/31$	$1/31$	$1/31$	$1/31$	1

سير الدرس	الكفاءة المستهدفة

نلاحــظ أن هذا الجدول التكراري لا يلخص النتائج بشكل جيد وذلك بسبب كثرة القيم، ولذلك نلجأ إلى استعمال فترات وليكن طولها $l = 5$

العلامات (قيم الطبع الإحصائي)	$[0;5[$	$[5;10[$	$[10;15[$	$[15;20]$	التكرار الكلي N
التكرارات (أو التكرار المطلق)	01	15	12	03	31
تواترالعلامات (التكرارالنسبي)	$\frac{1}{31}$	$\frac{15}{31}$	$\frac{12}{31}$	$\frac{3}{31}$	1

التوزيعات التكرارية المجمعة:

نفرض أن قيم الميزة مرتبة ترتيبا تصاعديا.

- التّكرار المجمّع الصّاعد لقيمة (أو لفئة) هو مجموع تكرار هذه القيمة (أوالفئة) وتكرارات القيم (أو الفئات) الأصغر منها.
- التّكرار المجمّع النّازل لقيمة (أو لفئة) هو مجموع تكرار هذه القيمة(أوالفئة) وتكرارات القيم (أو الفئات) الأكبر منها.
- التّواتر المجمّع الصّاعد لقيمة (أو لفئة) هو مجموع تواتر هذه القيمة (أوالفئة) و تواترات القيم (أو الفئات) الأصغر منها.
- التّواتر المجمّع النّازل لقيمة (أو لفئة) هو مجموع تواتر هذه القيمة (أوالفئة) وتواترات القيم (أو الفئات) الأكبر منها.

مثـــــال: لنعين كل من ت م ص وَ ت م ن و التوتر م ص و التوتر م ن في المثال السابق.

العلامات	$[0;5[$	$[5;10[$	$[10;15[$	$[15;20]$	$\sum$
التكرارات n_i	01	15	12	03	31
ت م ص $n_i^{\uparrow}$	1	16	28	31	−
ت م ن $n_i^{\downarrow}$	31	30	15	3	−
تواترالعلامات $\frac{n_i}{N}$	$\frac{1}{31}$	$\frac{15}{31}$	$\frac{12}{31}$	$\frac{3}{31}$	1
تو م ص $\frac{n_i}{N}^{\uparrow}$	$\frac{1}{31}$	$\frac{16}{31}$	$\frac{28}{31}$	1	−
تو م ن $\frac{n_i}{N}^{\downarrow}$	1	$\frac{30}{31}$	$\frac{15}{31}$	$\frac{3}{31}$	−

ملاحظــة: لمعرفة عدد التلاميذالناجحين نستعمل ت م ن، و لمعرفة عدد التلاميذ الراسبين نستعمل ت م ص

المستـوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
الحصـــة : إحـــصـــاء
الموضوع : التمثيـلات البيانية
الكفاءات المستهدفة: * إنشاء تمثيلات بيانية لسلسلة ذات ميزة منفصلة أو مستمرة

الوسائل المستعملة: الكتاب المدرسي
رقـــم المذكـرة: 31
المـــــــــــدة:
اليـــــــــوم: ....../.../...

سير الدرس	الكفاءة المستهدفة
	إنشاء تمثيلات بيانية لسلسلة ذات ميزة منفصلة أو مستمرة

تمهيـــــد:

رغم ما توفّره الجداول الإحصائيّة من معلومات عن الظّاهرة محلّ الدّراسة إلاّ أنّها لا تزودنا بسرعة بفكرة واضحة ومختصرة وشاملة عن هذه الظّاهرة، لذلك غالبا ما نلجأ إلى تمثيل هذه الجداول تمثيلا بيانيا.

التّمثيلات البيانية التّي نستعملها عادة هي: المخطّط بالأعمدة، المدرج التّكراري، المخطّط الدائري، مضلّع التّكرارات، مضلّع التّواترات، المستطيلات البيانية.

1) حالة طبع إحصائي نوعي (متغير إحصائي كيفي)

أ) المخطط الدائري: نرسم دائرة ثم نقوم بتقسيمها إلى زوايا كل قطاع تساوي $\alpha = \frac{n_i}{N} \times 360$

مثـــال: يبين الجدول التالي توزيع 50 عاملا حسب حالاتهم المدنية.

أرمل(ة)	مطلق(ة)	أعزب(ة)	متزوج(ة)	الحالة المدنية
05	10	15	20	عـــدد العمال

☜ مثل هذه السلسلة بمخطط دائري.

المستطيلات البيانية: نرسم أعمدة بيانية مستطيلة الشكل لها نفس العرض و أطوالها متناسبة مع التكرارات بحيث تكون منفصلة والمسافة بينها ثابتة.

مثـــال: يبين الجدول التالي علامات تلميذ في إمتحان من أربعة مواد(التنقيط على 20)

رياضيـــات	فيزيـــاء	علـــوم	أدب	المـــواد
09	10	12	15	العلامـــات

☜ مثل هذه السلسلة بمستطيلات البيانية.

2) حالة طبع إحصائي كمي

2-1) المتغير الإحصائي المتقطع:

أ / الأعمدة البيانية: نحدد في المستوي النقاط $M_i(x_i\,;y_i)$ حيث x_i قيم الطبع و y_i التكرارات (أو التواترات) المقابلة لتلك القيم، نصل النقاط M_i بمساقطها على محور الفواصل وفق منحنى محور التراتيب فنحصل على أعمدة بيانية.

مثـــال: السلسلة التالية تعبر عن علامات 10 تلاميذ في مادة الرياضيات (التنقيط على 20).

13	11	10	09	العلامـــات
02	04	03	01	عـــدد التلاميذ

☜ مثل هذه السلسلة بالأعمدة البيانية.

ب / المضلع التتكراري (أو التواتري): نحدد في المستوي النقاط $M_i(x_i\,;y_i)$ حيث x_i قيم الطبع و y_i التكرارات (أو التواترات) المقابلة لتلك القيم، نصل النقاط M_i بخطوط مستقيمة فنحصل على المضلع التكراري (التواتري).

الكفاءة المستهدفة	سير الدرس

مثــال: أرسم المضلع التكراري للسلسلة الأحصائية السابقة (علامات 10 تلاميذ في مادة الرياضيات).

2-2) المتغير الإحصائي المستمر:

أ / المدرج التكراري(حالة فئات متساوية الطول): نمثل على محور الفواصل حدود الفئات وعلى محور التراتيب التكرارات (أوالتواترات) لتلك الفئات فنحصل على مستطيلات عرضها يساوي طول الفئات وأطوالها هي تكرارت (أوتواترات) تلك الفئات.
تدعى مساحة مجموعة هذه المستطيلات المدرج التكراري.

مثـــال:أرسم المدرج التكراري للسلسلة الإحصائية التالية المتعلقة بأوزان 20 تلميذا بإحدى الثانويات (الوحدة هي الكيلوغرام).

الفئـــات	$[30;40[$	$[40;50[$	$[50;60[$	$[60;70[$
عـــدد التلاميذ	6	4	7	3

أ / المدرج التكراري(حالة فئات مختلفة الطول):

مثـــال: أجريت دراسة على 100 مصباح لمعرفة مدة صلاحيتها و سجلة النتائج في الجدول التالي.

مدة الصلاحية بالساعات	$[200;300[$	$[300;400[$	$[400;700[$	$[700;900[$
عـــدد المصابيـــح	5	30	45	20

☜ أنشئ المدرج التكراري لهذه السلسلة.

طريقــــة:

الفئات مختلفة الأطوال، تحافظ على تناسب المساحات مع التّكرارات ، بالطريقة الآتية:

✓ نمثل الفئة التّي لها أصغر طول a ، وليكن n تكرارها بمستطيل بعداه a و n .

✓ فيما يخص أي فئة أخرى (طولها a_i و تكرارها n_i) : نعيّن العدد الحقيقي k_i من العلاقة $a_i = k_i\, a$ ، ونمثل كلّ منها بمستطيل بعداه a_i و $\frac{n_i}{k_i}$.

تمريـــــن: رقم 17 – 19 – 20 صفحة 176.

إنشاء تمثيلات بيانية لسلسلة ذات ميزة منفصلة أو مستمرة

ثانوية أفلح عبـد الوهـــاب

المستـوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
الحصــة : إحـصـــاء
الموضوع : مؤشرات سلسلة إحصائية
الكفاءات المستهدفة: * تلخيص سلسلة إحصائيّة بواسطة مؤشّر موقع
* خواص الوسط الحسابي واستعمالها

الوسائل المستعملة: الكتاب المدرسي
رقـــم المذكـرة: 32
المـــــــــــدة:
اليـــــــــوم: .../.../.........

الكفاءة المستهدفة	سير الدرس
تلخيص سلسلة إحصائية بواسطة مؤشر موقع	(انظر أدناه)

سير الدرس

نشـــــاط:

في دراسة إحصائية لنتائج تلاميذ في مادة الفلسفة، تحصلنا على البيانات التالية (التنقيط على20). 7 –10 – 12 – 8 – 10 – 12 – 12 – 13 – 8 – 12 – 11 – 10 – 9
11 –10 – 6 – 7 – 13 – 11 – 10 – 13

① ضع هذه النتائج في جدول تكراري. ② أحسب معدل القسم.

③ ماهي القيمة أو القيم الموافقة لأكبر تكرار.

④ رتب القيم ترتيبا تصاعديا ثم عين القيمة التي تقع في الوسط.

المنـــوال – الفئـــة المنواليـــة:

تعريـــــف:

- نسمي **منوالا** لسلسلة ذات متغير إحصائي متقطع،كل قيمة موافقة لأكبر تكراورنرمزله بالرمز Mod.
- نسمي **فئة منوالية** لسلسلة ذات متغير إحصائي مستمر، كل فئة موافقة لأكبر تكرار.

مثـــال01: السلسلة التالية تعبرعن علامات10 تلاميذ في مادة الرياضيات (التنقيط على 20)

14	13	11	10	09	العلامـــات
4	2	4	3	2	عـــدد التلاميذ

☜ أعط منوال هذه السلسلة.

مثـــال02: السلسلة التالية تعبر عن علامات30 تلميذ في مادة الرياضيات على شكل فئات.

$[16;20[$	$[12;16[$	$[8;12[$	$[4;8[$	$[0;4[$	الفئـــات
2	7	9	7	5	عـــدد التلاميذ

☜ أعط الفئة المنوالية لهذه السلسلة.

ملاحظـــة: قد يوجد منوالان أو أكثر (فئتان منواليتان أو أكثر) في نفس السلسلة.

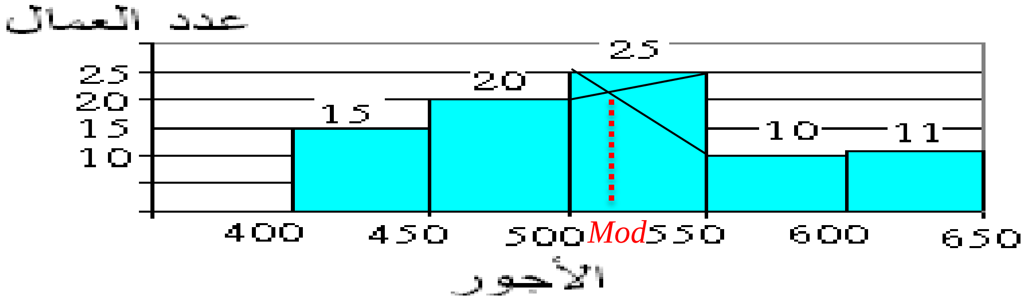
تعيين المنوال في حالة طبع إحصائي مستمر بإستعمال مدرج التكراري:

مثـــــال: الجدول الآتي يتعلق بالأجور التّي يتقاضاها 81 عاملا بالدينار في اليوم.

$[600;650[$	$[550;600[$	$[500;550[$	$[450;550[$	$[400;450[$	**الأجـــور** (DA)
11	10	25	20	15	**عـــــدد العمـــال**

لإيجاد المنوال بيانيا نقوم برسم المدرج التكراري الذي يمثل هذه السلسلة الإحصائية مع تعيين الفئة المنوالية. نصل الركن الأيسر للفئة المنوالية بالركن الأيمن للفئة التي تليها، ثم نصل الركن الأيمن للفئة الوسيطية بالركن الأيسر للفئة التي قبلها.
المنوال هوالفاصلة التي هي المسقط العمودي لنقطة التقاطع .

الكفاءة المستهدفة	سير الدرس



الوسيـــــط:

تعريـــــف:

لتكن سلسلة إحصائية ذات متغير متقطع قيمه مرتبة ترتيبا تصاعديا أو تنازليا، وتكرارها الكلي N.
نسمي الوسيط لهذه السلسلة العدد الذي نرمز له بالرمز Med، والمعرف كالآتي:
- إذا كان N فرديا أي $N=2p+1$: Med يكون القيمة التّي رتبتها $p+1$.
- إذا كان N زوجيا أي $N=2p$: Med يكون نصف مجموع القيمتين اللتين رتبتاهما p و $p+1$

مثـــال: • وسيط هذه السلسلة 13 ، 11 ، 9 ، 7 ، 2 ، 1 ، 0 هــــو 7.

• السلسلتين 9 ، 8 ،7 ، 6 ، 5 و 19 ، 11 ، 9 ، 7 ، 6 ، 5 ، 2 لها نفس الوسيـــط.

ملاحظـــة: الوسيط لا يتأثر بالقيم الشاذة.

خاصيـــة:

الوسيط يجزئ سلسلة إحصائية مرتبة ترتيبا تصاعديا أو ترتيبا تنازليا إلى جزئين لهما نفس التّكرار.

حساب الوسيط في حالة الجداول التكرارية ذات فترات:

$$Med = L + \frac{\frac{N}{2} - c}{F} \times l$$

حيــــث: • $\frac{N}{2}$ هو رتبة الفترة الوسيطية. • L هوالحد الأدنى للفترة الوسيطية.

• C هو التكرار المتجمع الصاعد للفترة ما قبل الفترة الوسيطة.

• F هو تكرار الفترة الوسيطية. • l هو طول الفترة الوسيطية.

تمريـــن: رقم 28 صفحة 177.

حساب الوسيط بيانيا:

لإيجاد وسيط سلسلة بيانيا، نقوم برسم المضلع التكراري للتكرارات المجمعة الصاعدة (أوالنازلة)، ثم نبحث عن فاصلة النقطة من المضلع التي ترتيبتها $\frac{N}{2}$

مثـــال: السلسلة التالية تعبرعن علامات30 تلميذ في مادة الرياضيات على شكل فئات.

الفئـــات	[0;4[	[4;8[	[8;12[	[12;16[	[16;20[
عــدد التلاميذ	5	7	9	7	2

☜ أوجـــد الوسيـــط بيانيــــا.

تلخيص سلسلة إحصائية بواسطة مؤشر موقع

الكفاءة المستهدفة	سير الدرس

خواص الوسط الحسابي واستعمالها

الوســـــط الحســابــي:

تعريــف:

الوسط الحسابي للقيم $x_1, x_2, x_3, \dots, x_k$ الّتي تكراراتها هي،على التّرتيب، $n_1; n_2; n_3; \cdots; n_k$

هو العدد $\bar{x}$ حيث $\bar{x} = \dfrac{n_1x_1 + n_2x_2 + n_3x_3 + \dots\dots\dots + n_kx_k}{n_1 + n_2 + n_3 + \dots\dots\dots + n_k}$

ملاحظـــة:

- يعد المتوسط الحسابي من أهم المؤشرات و أكثرها إستخدام.
- يتأثر السط الحسابي بالقيم المتطرفة في الكبر أو الصغر ونحاز لصالحها، مثلا الوسط الحسابي للسلسلة 10 ، 10 ، 14، 16 هــو 12.5 ، أما الوسط الحسابي للسلسلة 2 ، 10، 10 ، 14 هـــــو 9 .

الرمـــز $\sum$:

- المجموع $a_1 + a_2 + \dots + a_k$ يكتب $\sum_{i=1}^{i=k} a_i$ ونقرأ : " مجموع الأعداد a_i من $i=1$ إلى $i=k$".
- يمكن كتابة الوسط الحسابي $\bar{x}$ على الشكل $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{i=k} n_ix_i}{\sum_{i=1}^{i=k} n_i}$.

خواص الوسط الحسابي:

خاصية 01:

لتكن سلسلة إحصائية تأخذ القيم $x_1, x_2, x_3, \dots, x_k$ بالتّوترات $f_1, f_2, f_3, \dots, f_k$ ، على التّرتيب.
الوسط الحسابي لهذه السلسلة هو العدد $\bar{x}$ حيث $\bar{x} = f_1x_1 + f_2x_2 + f_3x_3 + \dots + f_kx_k$.

البرهـــــان: ....

مثـــــال: أحسب الوسط الحسابي (المعدل) للسلسلة الإحصائية الممثلة بالجدول التالي:

القيـــم	7	9	11	14
التواترات	0.2	0.4	0.1	0.3

خاصية 02:

- عندما نضيف نفس العدد a لكل قيمة من قيم الطّبع الإحصائي: يزداد الوسط الحسابي بالمقدار a أي $\overline{x+a} = \bar{x} + a$.
- عندما نضرب في نفس العدد a كل قيمة من قيم الطّبع الإحصائي : الوسط الحسابي يضرب في العدد a أي $\overline{a \times x} = a \times \bar{x}$.

مثـــــال:

معدل علامات تلاميذ القسم 1 ع ت 4 في مادة الرياضيات هو 9.32 عندما نضيف 3 نقاط لكل تلميذ يصبح معدل القسم هو 12.32 و عندما نضرب كل علامة في 1.5 يصبح معدل القسم 13.98

تمريـــن: رقــم 24 ، 25 ، 47 ، 49 صفحة 177 ، 179 .

سير الدرس	الكفاءة المستهدفة

المـــدى:

تعريـــف:

مدى سلسلة إحصائية هو الفرق بين أكبر قيمة للمتغير الإحصائي وأصغر قيمة له.

مثـــــال:

علامات بقدور عبد القادر(قسم 1ع ت 4) في مادة الرياضيات هي 12 ، 11.5 ، 11

وعلامات قداري براهيم هي 11.5 ، 09 ، 14

مدى علامات بقدور هو $E=12-11=1$ ، أما مدى علامات قداري هو $E=14-9=5$

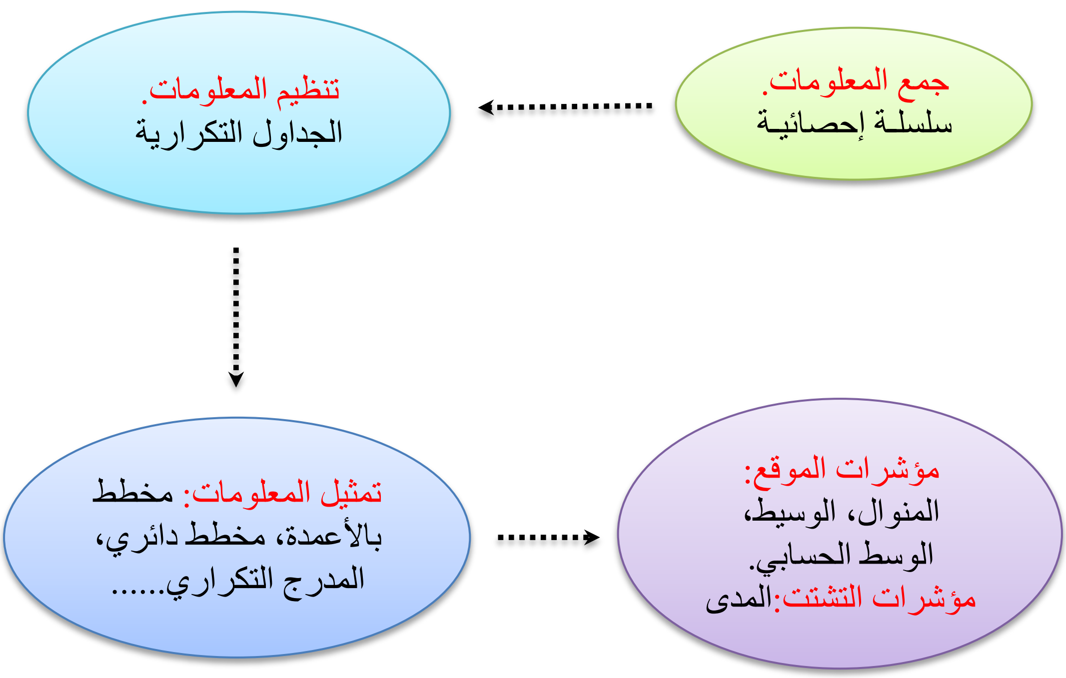
للتلميذين نفس المعدل، للكن علامات قداري أكثر تشتتا من علامات بقدور.

ملاحظـــة:

يُسمّى كلّ من المنوال والوسيط والوسط الحسابي مؤشّرات الموقع (أومقاييس النزعة المركزية)، بينما يُسمّى المدى مؤشّر التّشتت (أومقياس التشتت).

تمريـــن: رقـــم 37 صفحة 178.

مخطط الإحصاء الوصفي



ثانوية أفلح عبــد الوهـــــاب

المستـوى: الأولى جدع مشترك علوم وتكنولوجيا
الحصــة : إحـصــــاء
الموضوع : تذبذب العينات و المحاكاة
الكفاءات المستهدفة: * محاكات تجربة

الوسائل المستعملة: الكتاب المدرسي
رقـــم المذكـرة: 33
المــــــــدة:
اليــــــــوم: ..../.../....

الكفاءة المستهدفة	سير الدرس
محاكات تجربة	(انظر أدناه)

سير الدرس

عينة إحصائية:

لتكن سلسلة إحصائية تتكون من نتائج تجربة أُجريت n مرة. هذه السلسلة تشكل عيّنة إحصائية.

مثـــــال:

التجربة: رمي قطعة نقدية غير مزيفة.
النتائج الممكنة: ظهور الظهر أو الوجه.
الترميز: نرمز بالرقم 1 للوجه وبالرقم 2 للظهر.
العينة: عندما نرمي هذه القطعة 10 مرات نتحصل على عينة مقاسها 10.
نتحصل مثلا (تجرى التجربة في القسم)
نرتب هذه النتائج في جدول توزيع التواترات.

2	1	النتيجـــــة
		التواتــــر

تذبذب العينات:

عندما ننجز تجربة nمرة، نتحصل على عينة مقاسها n ، وعندما نعيد نفس التّجربة n مرة في نفس الظروف نجد عينة أخرى مقاسها n ليست بالضرورة مطابقة للأولى. تسمى هذه الظاهرة تذبذب العينات.

مثـــــال:

التجربة: رمي زهرة نرد غير مزيف.
النتائج الممكنة: الوجه 1 ، الوجه 2 ، الوجه 3 ، الوجه 4 ، الوجه 5 ، الوجه 6 .
الترميز: نرمز لكل وجه بعدد النقاط الذي يحمله.
التجربة تجرى داخل القسم.
نرتب هذه النتائج في جدول توزيع التواترات.

6	5	4	3	2	1	النتيجـــــة
						تواتــــر 👍
						تواتــــر ✌

ملاحظـــة:

تجربة عشوائية:

عندما نرمي زهر نرد غير مزيّف ، ونهتم بالرّقم الظّاهر على الوجه العلوي، من المؤكّد أنّنا لا نستطيع توقّع هذه النتيجة مسبقا؛ إنّ هذه التّجربة تسمى تجربة عشوائية .

محاكات:

محاكاة تجربة عشوائية يعني اختيار نموذج لهذه التّجربة.

مثـــــال:

التّجربة العشوائية: ميلاد بنت أو ولد في 10 عائلات.
نموذج لهذه التّجربة: حظوظ ميلاد بنت تساوي حظوظ ميلاد ولد.

الكفاءة المستهدفة	سير الدرس
محاكاة تجربة	تنفيذ محاكاة توزيع الجنس في 10 عائلات : يمكن محاكاة هذه التّجربة بعدة طرق، نقترح هنا طريقتين مألوفتين هما: طريقة1: برمي قطعة نقديّة غير مزيّفة **10** مرّات حيث نرفق الوجه بالنتيجة "بنت" و الظهر بالنتيجة "ولد" . مثـــــــلا: (التجربة تجرى داخل القسم). طريقة2: برمي زهر نرد غير مزيّف **10** مرّات. نرفق للوجه ذو العدد الزوجي بالنتيجة "بنت" و الوجه ذو العدد الفردي بالنتيجة "ولد" . مثـــــــلا: (التجربة تجرى داخل القسم).