الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية　　　　ثانوية مولود قاسم نايت بلقاسم – الخروب

إمتحان تجريبي في مادة العلوم الفيزيائية

الشعب : العلوم التجريبية و الرياضية

الأقسام : 3 ع ت ، ر ، ت ر　　　المدة : 3 ساعات　　　الأستاذ : فرقاني فارس

المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .　　　**Sujet : 3AS 05 - 04**

تاريخ آخر تحديث : 2011/03/08　　　السنة الدراسية : 2011/2010

التمرين الأول : (بكالوريا 2008 – علوم تجريبية) (**)

هذا النص مأخوذ من مذكرات العالم هويجنز سنة 1690 " .. في البداية كنت أضن أن قوة الاحتكاك في مائع (غاز أو سائل) تتناسب طردا مع السرعة ، و لكن التجارب التي حققتها في باريس ، بينت لي أن قوة الاحتكاك ، يمكن أيضا أن تتناسب طردا مع مربع السرعة . و هذا يعني أنه إذا تحرك متحرك بسرعة ضعف ما كان عليه ، يصطدم بكمية مادة من المائع تساوي مرتين و لها سرعة ضعف ما كانت لها .... "

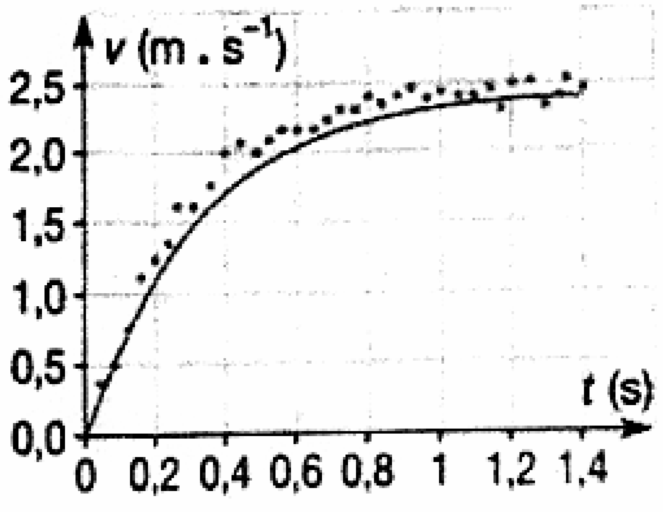
1- يشير النص إلى فرضيتي هويغنز حول قوة الاحتكاك في الموائع ، يعبر عنهما رياضيا بالعلاقتين :

$$f = k\,v \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ (1)$$
$$f = k'\,v^2 \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ (2)$$

حيث : f قوة الاحتكاك ، v سرعة مركز عطالة المتحرك ، k ، k' ثابتان موجبان .

أرفق بكل علاقة التعبير المناسب من النص عن كل فرضية .

2- للتأكد من صحة الفرضيتين ، تم تسجيل حركة بالونة تسقط في الهواء ، سمح التسجيل بالحصول على سحابة من النقاط تمثل تطور سرعة مركز عطالة البالونة ، في لحظات زمنية معينة (الشكل-1) .



الشكل-1

أ) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، و اعتماد الفرضية المعبر عنها بالعلاقة ($f = k\,x$) ، أكتب المعادلة التفاضلية لحركة سقوط البالونة بدلالة :

- (ρ_0) الكتلة الحجمية للهواء .
- (ρ) الكتلة الحجمية للبالونة .

- (m) كتلة البالونة .
- (g) تسارع الجاذبية الأرضية .
- (k) ثابت التناسب .

ب) بين أن المعادلة التفاضلية يمكن كتابتها على الشكل : $\frac{dv}{dt} + B\,v = A$ حيث A و B ثابتان .

جـ) اعتمادا على البيان (الشكل-1) . ناقش تطور السرعة (v) و استنتج قيمتها الحدية (v_m) . ماذا يمكن القول عن حركة مركز عطالة البالونة خلال هذا التطور ؟

د) أحسب قيمتي A و B .

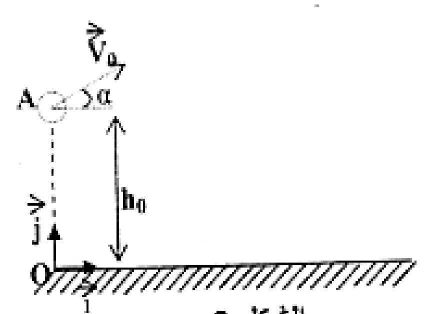
3) أرسم على نفس المخطط السابق المنحنى $v = f(t)$ وفق قيمتي A و B (المنحنى الممثل بالخط المستمر في الشكل-1) . ناقش صحة الفرضية الأولى .

يعطى : $g = 9.81\ m.s^{-2}$ ، $\rho_0 = 1.3\ kg.m^{-3}$ ، $\rho = 4.1\ kg.m^{-3}$.

التمرين الثاني : (بكالوريا 2008 – علوم تجريبية) (**)

في مقابلة لكرة القدم ، خرجت الكرة إلى التماس ، و لإعادتها إلى الميدان ، يقوم أحد اللاعبين برميها من خط التماس بكلتا يديه لتمريرها فوق رأسه .

لدراسة حركة الكرة ، نهمل تأثير الهواء و ننمذج الكرة بنقطة مادية .



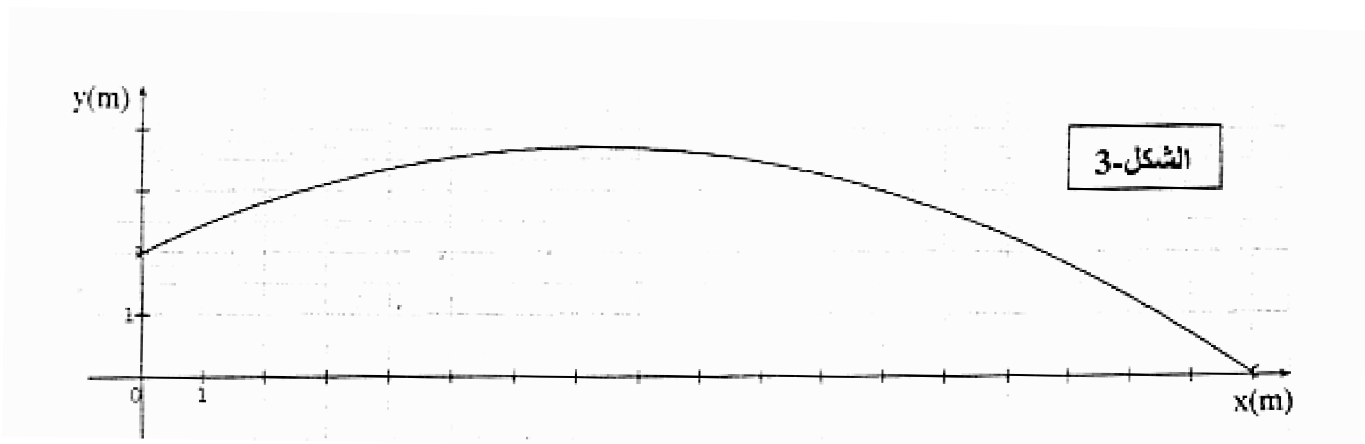
الشكل-2

في اللحظة $(t = 0)$ تغادر الكرة يدي اللاعب في النقطة A تقطع على ارتفاع $h_0 = 2\ m$ من سطح الرض بسرعة $(\vec{v}_0)$ يصنع حاملها مع الأفق و إلى الأعلى زاوية $\alpha = 25°$ (الشكل-2) . تمر الكرة فوق رأس الخصم ، الذي طول قامته $h = 1.80\ m$ و الواقف على بعد 12 m من اللاعب الذي يرمي الكرة .

1- بين أن معادلة مسار الكرة في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ هي :

$$y = \left(-\frac{g}{2\,v_0^2\cos\alpha}\right)x^2 + x\tan\alpha + y_0$$

2- يمثل البيان (الشكل-3) مسار الكرة في المعلم المذكور $(O,\vec{i},\vec{j})$.



باستغلال المنحنى البياني أجب عما يلي :

أ) على أي ارتفاع (h_2) من رأس الخصم تمر الكرة ؟

ب) ما قيمة السرعة الابتدائية $(\vec{v}_0)$ التي أعطيت للكرة لحظة مغادرتها يدي اللاعب ؟

جـ) حدد الموضع M للكرة في اللحظة ($t = 1.17$ s) . وما قيمة سرعتها عندئذ ؟

د) أحسب الزمن الذي تستغرقه الكرة من لحظة انطلاقها إلى غاية ارتطامها (اصطدامها) بالأرض .

المعطيات : $g = 10\ m/s^2$ ، $\sin\alpha = 0.4226$ ، $\cos\alpha = 0.9063$ ، $\tan\alpha = 0.4663$.

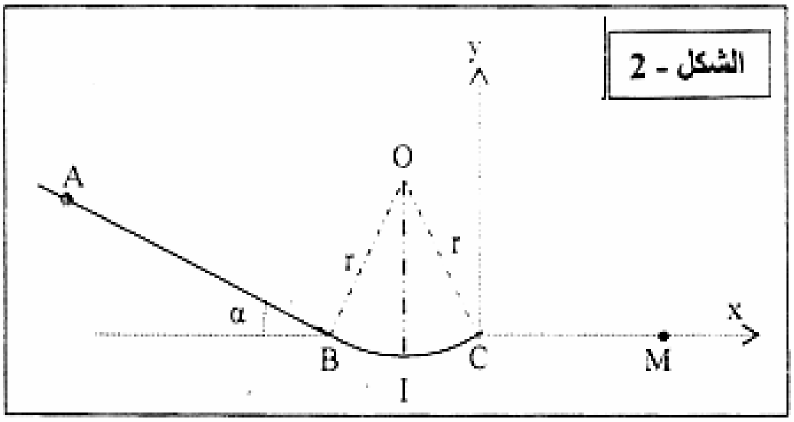
التمرين الثالث : (بكالوريا 2008 – رياضيات) (**)

ملاحظة : نهمل تأثير الهواء و كل الاحتكاكات .

يترك جسم نقطي (S) ، دون سرعة ابتدائية من النقطة A لينزلق وفق خط الميل الأعظم AB لمستو مائل يصنع مع الأفق زاوية $\alpha = 30°$. المسافة ($AB = L$) .

يتصل AB مماسيا في النقطة B بمسلك دائري (BC) مركزه (O) و نصف قطره (r) بحيث تكون النقاط A ، B ، C ، O ضمن نفس المستوي الشاقولي و النقطتان B ، C على نفس المستوي الأفقي (الشكل-2) .

يعطى : كتلة الجسم (S) $m = 0.2$ kg ، $g = 0\ m/s^2$ ، $L = 5$ m ، $r = 2$ m .



1- أوجد عبارة سرعة الجسم (S) عند مروره بالنقطة B بدلالة L ، g ، α ثم أحسب قيمتها .

2- حدد خصائص شعاع السرعة للجسم (S) في النقطة C .

3- أ) أوجد بدلالة m ، g ، α عبارة شدة القوة التي تطبقها الطريق على الجسم (S) خلال انزلاقه على المستوي المائل . أحسب قيمتها .

ب) لتكن I أخفض نقطة من المسار الدائري (BC) . يمر الجسم (S) بالنقطة I بالسرعة $v_1 = 7.37$ m/s . أحسب شدة القوة التي تطبقها الطريق على الجسم (S) عند النقطة I .

4- عند وصول الجسم (S) إلى النقطة C يغادر المسار (BC) ليقفز في الهواء .

أ) أوجد في المعلم $(\overrightarrow{Cx}, \overrightarrow{Cy})$ المعادلة الديكارتية $y = f(x)$ لمسار الجسم (S) .

نأخذ مبدأ الأزمنة ($t = 0$) لحظة مغادرة الجسم النقطة C .

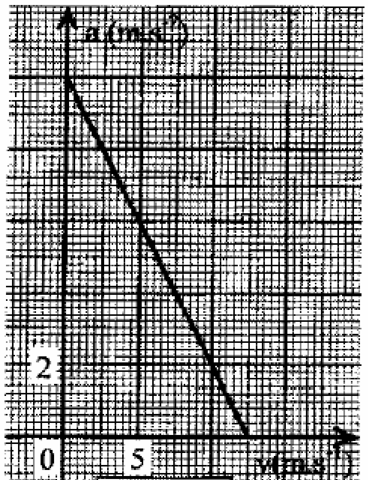
ب) يسقط الجسم (S) على المستوي الأفقي المار بالنقطتين B ، C في النقطة M . أحسب المسافة CM .

التمرين الرابع : (بكالوريا 2009 – علوم تجريبية) (**)

يسقط مظلي كتلته مع تجهيزه $m = 100$ kg سقوطا شاقوليا بدءا من نقطة O بالنسبة لمعلم أرضي دون سرعة ابتدائية .

يخضع أثناء سقوطه إلى قوة مقاومة الهواء عبارتها من الشكل $f = k\,v$ (تهمل دافعة أرخميدس) .

يمثل البيان الشكل-2- تغيرات (a) تسارع مركز عطالة المظلي بدلالة السرعة (v)



الشكل 2

1- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، بين أن المعادلة التفاضلية لحركة المظلي من الشكل : $\frac{dv}{dt} = A\,v + B$. حيث أن A ، B ثابتان يطلب تعيين عبارتيهما .

2- عين بيانيا قيمتي :

- شدة مجال الجاذبية الأرضية (g) ، السرعة الحدية للمظلي (v_t) .

3- تتميز الحركة السابقة بقيمة المقدار ($\frac{k}{m}$) ، حدد وحدة هذا المقدار . و أحسب قيمته من البيان .

4- أحسب قيمة k .

5- مثل كيفيا تغيرات سرعة المظلي بدلالة الزمن في المجال الزمني $0 \le t \le 7\ s$

التمرين الخامس : (بكالوريا 2009 – علوم تجريبية) (**)

يدور قمر اصطناعي كتلته (m_S) حول الأرض في مسار دائري على ارتفاع (h) من سطحها .
نعتبر الأرض كرة نصف قطرها (R) ، و ننمذج القمر الإصطناعي بنقطة مادية .
تدرس حركة القمر الاصطناعي في المعلم المركزي الأرضي الذي نعتبره غاليليا .

1- ما المقصود بالمعلم المركزي الأرضي ؟

2- أكتب عبارة القانون الثالث لكيبلر بالنسبة لهذا القمر .

3- أوجد العبارة الحرفية بين مربع سرعة القمر (v^2) و (G) ثابت الجذب العام ، M_T كتلة الأرض ، h و R .

4- عرف القمر الجيومستقر و أحسب ارتفاعه (h) و سرعته (v) .

5- أحسب قوة جذب الأرض لهذا القمر . اشرح لماذا لا يسقط على الأرض رغم ذلك .

المعطيات : دور حركة الأرض حول محورها : $T \approx 24\ h$.
$M_T = 5.97 \cdot 10^{24}\ kg$ ، $G = 6.67 \cdot 10^{-11}\ Nm^2.kg^{-2}$
$R = 6400\ km$ ، $m_s = 2.0 \cdot 10^{3}\ kg$.

** الأستاذ : فرقاني فارس **
ثانوية مولود قاسم نايت بلقاسم
الخروب - قسنطينة
Fares_Fergani@yahoo.Fr
Tel : 0771998109

أجوبة مفصلة

Sujet : 3AS 05 - 04 المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانكية .

التمرين الأول :

1- التعبير المناسب لكل عبارة :

- العلاقة $f = k\,v$ توافق النص : " قوة الاحتكاك تتناسب طرديا مع السرعة " .
- العلاقة $f = k\,v^2$ توافق النص : " قوة الاحتكاك تتناسب طرديا مع مربع السرعة "

2- أ- المعادلة التفاضلية :

- الجملة المدروسة : بالونة .
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوى الخارجية المؤثرة : ثقل البالونة $\vec{P}$ ، قوة الاحتكاك $\vec{f}$ ، دافعة أرخميدس $\vec{\Pi}$.
- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a}_G$$

$$\vec{P} + \vec{f} + \vec{\Pi} = m\,\vec{a}_G$$

بتحليل العلاقة الشعاعية وفق محور (oz) شاقولي و متجه نحو الأسفل نجد :

$$P - f - \Pi = m\,a_G$$

$$m\,g - k\,v + \rho_0 V g = m\frac{dv}{dt}$$

$$m\frac{dv}{dt} + k\,v = m\,g - \rho_0 V\,g$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}v = \frac{\rho V\,g - \rho_0 V\,g}{\rho V}$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}v = g(1 - \frac{\rho_0 V}{\rho V})$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}v = g\,(1 - \frac{\rho_0}{\rho})$$

ب- المعادلة التفاضلية السابقة هي من الشكل : $\frac{dv}{dt} + B\,v = A$ حيث :

$$B = \frac{k}{m}$$

$$A = g\,(1 - \frac{\rho_0}{\rho})$$

جـ- مناقشة تطور السرعة :

- في اللحظة $t = 0$ تكون السرعة معدومة و بعدها تتطور السرعة تدريجيا إلى أن تبلغ قيمة حدية $v_m = 2.5\ m/s$.

- بالنسبة لحركة مركز عطالة البالونة يمكن تمييز ثلاث مراحل :

المرحلة الأولى $(t = 0 \rightarrow t = 0.2\ s)$:

في هذه المرحلة البيان $v = f(t)$ يكون تقريبا عبارة عن مستقيم معادلته من الشكل :

$$v = \alpha t \rightarrow a = \frac{dv}{dt} = \alpha = (\text{ثابت})$$

هذا يعني أن حركة البالونة في هذه المرحلة مستقيمة متغيرة متسارعة بانتظام .

المرحلة الثانية $(t = 0.2\ s \rightarrow t = 0.9\ s)$:

في هذه المرحلة يكون البيان $v = f(t)$ عبارة عن خط منحني و يمكن القول أن حركة البالونة في هذه المرحلة متسارعة من دون انتظام .

المرحلة الثالثة $(t > 0.9\ s)$:

في هذه المرحلة تبلغ البالونة سرعة حدية ثابتة و نقول أن حركة البالونة في هذه المرحلة مستقيمة منتظمة .

د- قيمتي A و B :

$$A = g\left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right) = 9.81\left(1 - \frac{1.3}{4.1}\right) \approx 6.70$$

لدينا :

$$\frac{dv}{dt} + B\,v = A$$

في النظام الدائم يكون : $\frac{dv}{dt} = 0$ ، $v = v_m$ و منه يصبح لدينا :

$$0 + B\,v_m = A \rightarrow B = \frac{A}{v_m} = \frac{6.70}{2.5} = 2.68$$

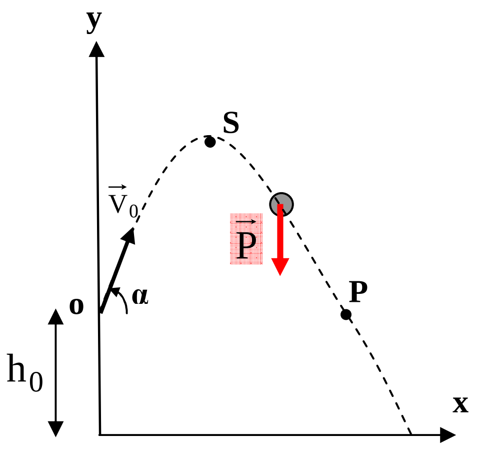
3- مناقشة صحة الفرضية :

نلاحظ أن البيان المرسوم من أجل الفرضية الأولى (سحابة النقط) يكون منطبق مع البيان الحقيقي إلا من أجل القيم الصغيرة للسرعة $(0 < v < 1\ m/s)$ ، مما يدل على أن الفرضية الأولى صحيحة في هذا المجال من السرعة ، و بعدها تختل الفرضية إذ أن البيانين لا ينطبقان في هذا المجال الذي يكون فيه $v > 1\ m/s$.

التمرين الثاني :

1- أ- معادلة المسار :

- الجملة المدروسة : كرة (S) .
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوى الخارجية المؤثرة : الثقل $\vec{P}$.
- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :



$$\sum \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a}$$
$$\vec{P} = m\,\vec{a}$$

بتحليل العلاقة الشعاعية وفق المحورين (ox) ، (oy) :

$$\begin{cases} 0 = m\,a_x \\ -P = m\,a_y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 = m\,a_x \\ -m\,g = m\,a_y \end{cases}$$

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$$

نكامل الطرفين بالنسبة للزمن فنجد :

$$\vec{v}\begin{cases} v_x = C_1 \\ v_y = -g\,t + C_2 \end{cases}$$

من الشروط الابتدائية :

$$t = 0 \rightarrow \vec{v}\begin{cases} v_x = v_0 \cos\alpha \\ v_y = v_0 \sin\alpha \end{cases}$$

بالتعويض :

$$\begin{cases} v_0 \cos\alpha = C_1 \rightarrow C_1 = v_0 \cos\alpha \\ v_0 \sin\alpha = -g\,(0) + C_2 \rightarrow C_2 = v_0 \sin\alpha \end{cases}$$

ومنه يصبح :

$$\vec{v}\begin{cases} v_x = v_0 \cos\alpha \\ v_y = -g\,t + v_0 \sin\alpha \end{cases}$$

نكامل طرفين عبارة السرعة بالنسبة للزمن فنجد **Erreur ! Liaison incorrecte.**:

$$\vec{r}\begin{cases} x = v_0 \cos\alpha\, t + C_1' \\ y = -\frac{1}{2} g\, t^2 + v_0 \sin\alpha\, t + C_2' \end{cases}$$

من الشروط الابتدائية :

$$t = 0 \rightarrow \vec{r}\begin{cases} x = 0 \\ y = h_0 \end{cases}$$

بالتعويض :

$$\begin{cases} 0 = v_0 \cos\alpha\,(0) + C_1' \rightarrow C_1 = 0 \\ h_0 = -\frac{1}{2} g\,(0)^2 + v_0 \sin\alpha(0) + C_2' \rightarrow C_2 = h_0 \end{cases}$$

يصبح :

$$\vec{r}\begin{cases} x = v_0 \cos\alpha\, t \\ y = -\frac{1}{2} g\, t^2 + v_0 \sin\alpha\, t + h_0 \end{cases}$$

من المعادلة $x = f(t)$: $t = \dfrac{x}{v_0 \cos\alpha}$ بالتعويض في $y(t)$:

$$y = -\frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_0 \cos\alpha}\right)^2 + v_0 \sin\alpha \left(\frac{x}{v_0 \cos\alpha}\right) + h_0$$

$$y = -\frac{g}{2v_0^2 \cos\alpha^2} x^2 + \tan\alpha\, x + h_0$$

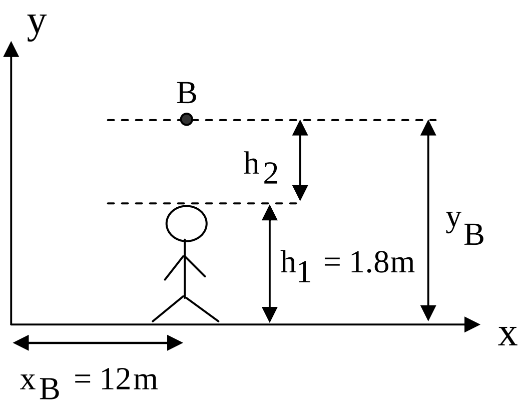
و هي معادلة قطع مكافئ . إذن مسار الكرة عبارة عن قطع مكافئ .

2- أ- ارتفاع الكرة عن رأس الخصم :

نعتبر B موضع الكرة عندما تكون فوق رأس الخصم .

- إذا كان y_B هي فاصلة B على المحور oy و كان h_1 طول الخصم و h_2 هو ارتفاع الكرة عن رأس الخصم يكون :

$y_B = h_1 + h_2 \rightarrow h_2 = y_B - h_1$



من الشكل-3 : $y_B = 3$ m ومنه :

$h_2 = 3 - 1.8 = 1.2$ m

ب- سرعة الكرة الابتدائية v_0 :

لدينا $x_B = 12$ m ، $y_B = 3$ m بالتعويض في معادلة المسار يكون :

$$y_B = -\frac{g}{2v_0^2 \cos\alpha^2} x_B^2 + \tan\alpha\, x_B + h_0$$

$$2 = \frac{-10}{2v_0^2 (0.9063)^2}(12)^2 + 0.4663\,(12) + 2$$

$$\frac{10\,(12)^2}{2v_0^2\,(0.9063)} = 5 \rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{10\,(12)^2}{2\,.\,5\,.\,(0.9063)^2}} = 13.24 \text{ m/s}$$

يمكن الحصول على نفس النتيجة تقريبا باستعمال نفس الخطوات السابقة و لكن باستعمال احداثيي نقطة سقوط الكرة على المحور ox و هي $(x = 18 \text{ m}, y = 0)$ حيث نحصل على النتيجة : $v_0 = 13.77$ m/s .

جـ- تحديد الموضع M في اللحظة $t = 1.17$ s :

بالتعويض في $x(t)$ ، $y(t)$ نجد :

$$\begin{cases} x = 13.77\,.\,0.9063\,.\,1.17 = 14.6 \text{ m} \\ y = -\frac{1}{2}\,.\,10\,.\,(1.17)^2 + 13.77\,.\,0.4226 + 2 = 2 \text{ m} \end{cases}$$

إذن موضع M في اللحظة $t = 1.17$ معرف بالإحداثيتين : $(x = 14.6 \text{ m}, y = 2 \text{ m})$.

سرعة الكرة عند M :

بتعويض $t = 1.17$ s في عبارة $\vec{v}$ يكون :

$$\vec{v}_M \begin{cases} v_{xM} = 13.77 \,.\, 0.9063 = 12.48\ m/s \\ v_{yM} = -10\,(1.17) + (13.77 \,.\, 0.4226) = -5.88\ m/s \end{cases}$$

$$v_M = \|\vec{v}_M\| = \sqrt{(12.48)^2 + (-5.88)^2} = 13.8\ m/s$$

ب- الزمن الذي تستغرقه الكرة من لحظة انطلاقها إلى غاية ارتطامها بالأرض :

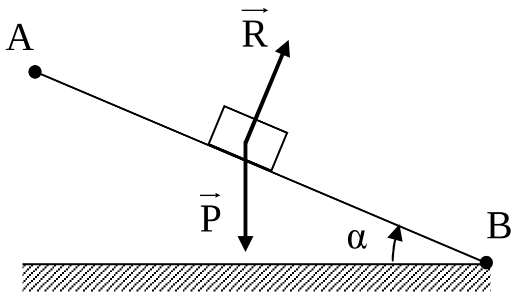
بفرض أن P هو موضع ارتطام الكرة بالأرض ، يكون من الشكل-3 ($x_P = 18$ m) و بالتعويض في x(t) :

$$x_P = v_0 \cos\alpha\ t_P$$

$$18 = 13.77 \,.\, 0.9063 \,.\, t_P \rightarrow t_P = \frac{18}{13.77 \,.\, 0.9063} = 1.44\ s$$

التمرين الثالث :

1- عبارة سرعة (S) عند مروره بالنقطة B بدلالة L ، g ، α :



- الجملة المدروسة : جسم (S) .
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوة الخارجية المؤثرة : الثقل $\vec{P}$ ، قوة رد الفعل $\vec{R}$.
- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين A و B :

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

$$E_{CA} + W_{A\text{-}B}(\vec{P}) + W_{A\text{-}B}(\vec{R}) = E_{CB}$$

- $E_{CA} = 0$
- $W_{A\text{-}B}(\vec{P}) = m\,g\,h = m\,g\,AB\sin\alpha$
- $W_{A\text{-}B}(\vec{R}) = 0 \quad (\vec{R} \perp \overrightarrow{AB})$
- $E_{CB} = \frac{1}{2} m\, v_B^2$

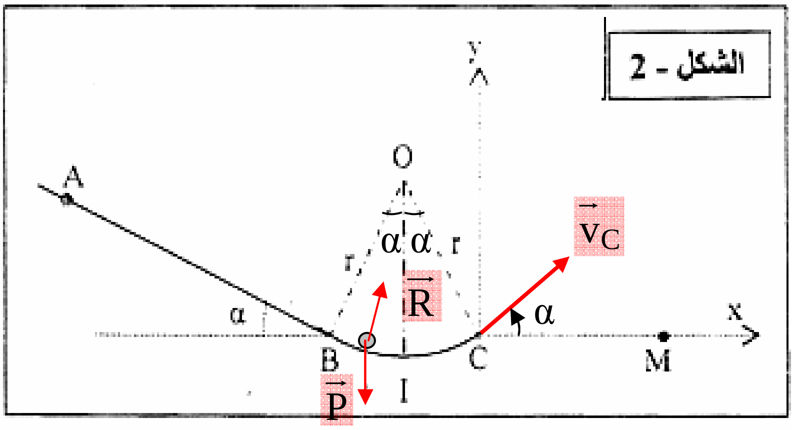
يصبح لدينا :

$$m\,g\,AB\sin\alpha = \frac{1}{2} m\, v_B^2$$

$$g\,AB\sin\alpha = \frac{1}{2} v_B^2 \rightarrow v_B = \sqrt{2\,g\,AB\sin\alpha}$$

$$v_B = \sqrt{2 \,.\, 10 \,.\, 5 \,.\, 0.5} = 7.07\ m/s$$

2- خصائص شعاع السرعة عن C :



- الجهة : نحو الأعلى .
- الحامل : يعمل الزاوية α مع المحور (ox) حيث α هي زاوية المستوي المائل .
- الشدة :

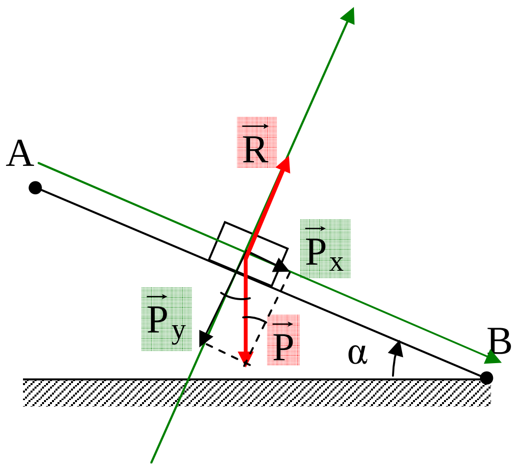
بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين B و C :

$$E_B + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_C$$

$$E_{CB} + W_{B\text{-}C}(\vec{P}) + W_{B\text{-}C}(\vec{R}) = E_{CC}$$

$$\frac{1}{2}mv_B^{\,2} + 0 + 0 = \frac{1}{2}mv_C^{\,2} \rightarrow v_C = v_B = 7.07 \text{ m/s}$$

3- عبارة القوة التي تطبقها القوة على الجسم (S) :



- الجملة المدروسة : جسم (S) .
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوة الخارجية المؤثرة : الثقل $\vec{P}$ ، قوة رد الفعل $\vec{R}$.
- بتطبيق قانون نيوتن الثاني على الجملة (S) .

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a}_G$$
$$\vec{P} + \vec{R} = m\,\vec{a}_G$$

بتحليل العلاقة الشعاعية وفق المحور (oy) :

$$P_y + R_y = m\,a_y$$

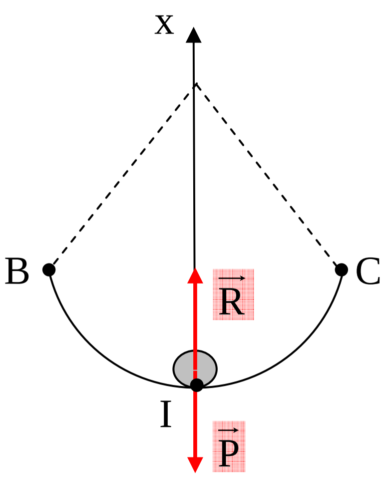
في الحركات المستقيمة يكون شعاع التسارع موازي للمسار و كون أن المحور ox يوازي مسار الحركة يكون شعاع التسارع موازي للمحور ox و بالتالي عمودي على المحور oy . لذا يكون $a_y = 0$ و يصبح :

$$P_y + R_y = 0$$
$$-P\cos\alpha + R = 0$$
$$-m\,g\cos\alpha + R = 0 \rightarrow R = m\,g\cos\alpha$$
$$R = 0.2 \,.\, 10 \,.\, 0.86 = 1.73 \text{ N}$$

ب- شدة القوة التي تطبقها الطريق على الجسم (S) في (I) :

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة (S) في الموضع (I) :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a}_G$$
$$\vec{P} + \vec{R} = m\,\vec{a}_G$$



بتحليل العلاقة الشعاعية وفق المحور (ox) المتجه نحو مركز المسار (الناظمي) يكون :

$$-P + R = m a_n$$

حيث a_n هو التسارع الناظمي المعرف بالعلاقة $a_n = \frac{v^2}{R}$ و منه يصبح :

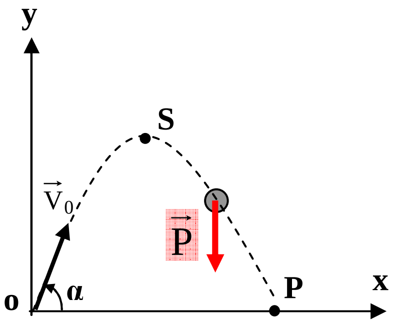
$$-m g + R = m \frac{v^2}{R}$$

$$R = m\frac{v^2}{R} + m g \rightarrow R = m(\frac{v^2}{R} + g)$$

$$R = 0.2\,(\frac{(7.37)^2}{2} + 10) = 7.43\ N$$

<u>4- أ- معادلة المسار :</u>

- الجملة المدروسة : كرة.
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوى الخارجية المؤثرة : الثقل $\vec{P}$.
- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :



$$\sum \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a}$$
$$\vec{P} = m\,\vec{a}$$

بتحليل العلاقة الشعاعية وفق المحورين (ox) ، (oy) :

$$\begin{cases} 0 = m\,a_x \\ -P = m\,a_y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 = m\,a_x \\ -m g = m\,a_y \end{cases}$$

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$$

نكامل الطرفين بالنسبة للزمن فنجد :

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = C_1 \\ v_y = -g\,t + C_2 \end{cases}$$

من الشروط الابتدائية :

$$t = 0 \rightarrow \vec{v} \begin{cases} v_x = v_0 \cos\alpha \\ v_y = v_0 \sin\alpha \end{cases}$$

بالتعويض :

$$\begin{cases} v_0 \cos\alpha = C_1 \rightarrow C_1 = v_0 \cos\alpha \\ v_0 \sin\alpha = -g\,(0) + C_2 \rightarrow C_2 = v_0 \sin\alpha \end{cases}$$

ومنه يصبح :

$$\vec{v}\begin{cases} v_x = v_0 \cos\alpha \\ v_y = -g\,t + v_0 \sin\alpha \end{cases}$$

نكامل طرفين عبارة السرعة بالنسبة للزمن فنجد :.Erreur ! Liaison incorrecte.

$$\vec{r}\begin{cases} x = v_0 \cos\alpha\, t + C_1' \\ y = -\frac{1}{2} g\, t^2 + v_0 \sin\alpha\, t + C_2' \end{cases}$$

من الشروط الابتدائية :

$$t = 0 \rightarrow \vec{r}\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$$

بالتعويض :

$$\begin{cases} 0 = v_0 \cos\alpha\,(0) + C_1' \rightarrow C_1 = 0 \\ 0 = -\frac{1}{2} g\,(0)^2 + v_0 \sin\alpha(0) + C_2' \rightarrow C_2 = 0 \end{cases}$$

يصبح :

$$\vec{r}\begin{cases} x = v_0 \cos\alpha\, t \\ y = -\frac{1}{2} g\, t^2 + v_0 \sin\alpha\, t \end{cases}$$

من المعادلة $x = f(t)$: $t = \frac{x}{v_0 \cos\alpha}$ بالتعويض في $y(t)$:

$$y = -\frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_0 \cos\alpha}\right)^2 + v_0 \sin\alpha \left(\frac{x}{v_0 \cos\alpha}\right)$$

$$y = -\frac{g}{2v_0^2 \cos\alpha^2} x^2 + \tan\alpha\, x$$

ب- المسافة CM :

$$CM = x_M$$

لدينا : $y_M = 0$ بالتعويض في معادلة المسار نجد :

$$0 = -\frac{g}{2v_0^2 \cos\alpha^2} x_M^2 + \tan\alpha\, x_M$$

$$\frac{g}{2v_0^2 \cos\alpha^2} x_M^2 = \tan\alpha\, x_M$$

$$\frac{g}{2v_0^2 \cos\alpha^2} x_M = \tan\alpha$$

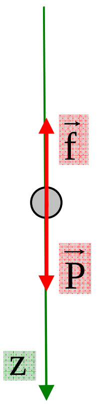
$$x_M = \frac{2\, v_0^2 \cos\alpha^2 .\tan\alpha}{g}$$

$$x_M = \frac{2\,(7.07)^2\,.(086)^2\,.0.57}{10} = 4.21\,m = CM$$

التمرين الرابع :

1- المعادلة التفاضلية :

- الجملة المدروسة : جسم (S) .
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوى الخارجية المؤثرة : الثقل $\vec{P}$ ، قوة الاحتكاك $\vec{f}$.
- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :



$$\sum \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a}_G$$
$$\vec{P} + \vec{f} = m\,\vec{a}_G$$

بتحليل العلاقة الشعاعية وفق المحور (oz) يكون :

$$P - f = m\,a_G$$
$$m\,g - k\,v = m\,\frac{dv}{dt}$$
$$\frac{dv}{dt} = -\frac{k}{m}\,v + g \quad ....\ (1)$$

هي من الشكل : $\frac{dv}{dt} = A\,v + B$ حيث : $A = -\frac{k}{m}$ ، $B = g$.

2- قيمتي (g) ، (v_ℓ) :

- البيان $a = f(t)$ عبارة عن مستقيم معادلته من الشكل :

$$a = \alpha\,v + \gamma \quad ....\ (2)$$

حيث :

$$\alpha = \frac{2-10}{10-0} = -0.8$$
$$\gamma = 10$$

بمطابقة عبارة البيان (2) مع المعادلة التفاضلية (1) نجد :

$$g = \gamma = 10\ m/s^2$$

- عند بلوغ السرعة الحدية يكون : $v = v_\ell$ ، $\frac{dv}{dt} = 0$ بالتعويض في المعادلة (2) نجد :

$$0 = \alpha\,v_\ell + \gamma \quad \rightarrow \quad v_\ell = -\frac{\gamma}{\alpha}$$
$$v_\ell = -\frac{10}{(-0.8)} = 1.25\,m/s$$

3- وحدة المقدار $\frac{k}{m}$:

- عند بلوغ السرعة الحدية يكون : $v = v_\ell$ ، $\frac{dv}{dt} = 0$ بالتعويض في المعادلة التفاضلية نجد :

$$0 = -\frac{k}{m} v_\ell + g$$

$$\frac{k}{m} v_\ell = g \rightarrow \frac{k}{m} = \frac{g}{v_\ell}$$

$$[\frac{k}{m}] = \frac{[g]}{[v_\ell]} = \frac{\frac{m}{s^2}}{\frac{m}{s}} = \frac{m}{s^2} \cdot \frac{s}{m} = s^{-1}$$

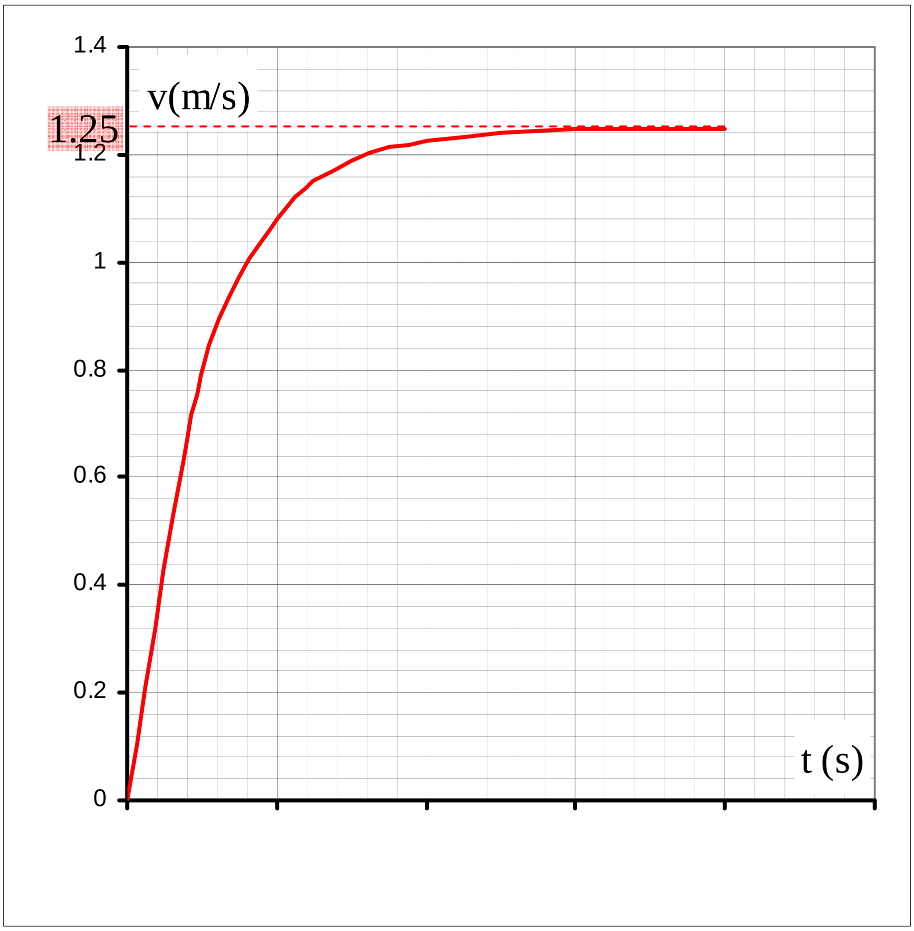
4- قيمة K :

بمطابقة عبارة البيان (2) مع المعادلة التفاضلية نجد أيضا :

$$-\frac{k}{m} = \alpha \rightarrow k = -m\,\alpha$$

$$k = -(100)(-08) = 80 \text{ N.s/m}$$

5- تمثيل v بدلالة t :



التمرين الخامس :

1- المقصود بالمعلم المركزي الأرضي :

المعلم المركزي الأرض هو معلم مبدأ معلمه مركز الأرض و محاوره متجهة نحو ثلاث نجوم بعيدة .

2- عبارة القانون الثالث لكبلر :

ينص قانون كبلر الثالث على أن مربع دور قمر اصطناعي يتناسب طرديا مع مكعب نصف قطر مداره حيث يكون :
و حيث أن : $r = R + h$ يصبح :

$$\frac{T^2}{(R+h)^3} = \frac{4\pi}{G.M_T} \quad \text{............................} \ (1)$$

3- العبارة الحرفية بين v^2 ، M_T ، h ، R :

لدينا :

$$T = \frac{2\pi .r}{v} = \frac{2\pi (R+r)}{v}$$

ومنه :

$$T^2 = \frac{4\pi^2 (R+r)^2}{v^2}$$

و من العلاقة (1) :

$$T^2 = \frac{4\pi^2 (R+r)^3}{G.M_T}$$

ومنه يمكن كتابة ما يلي :

$$\frac{4\pi^2 (R+r)^2}{v^2} = \frac{4\pi^2 (R+r)^3}{G.M_T}$$

$$v^2(R+h) = G.M_T \rightarrow v = \sqrt{\frac{G.M_T}{R+h}} \quad \text{................} \ (2)$$

4- القمر الاصطناعي الجيو مستقر :

هو قمر يدور في جهة دوران الأرض و دوره مساوي لدور حركة الأرض .

- ارتفاع و سرعة القمر الجيو مستقر :

من العلاقة (1) :

$$(R+h)^3 = \frac{T^2 . G . M_T}{4\pi^2} \rightarrow h = \sqrt[3]{\frac{T^2 .G.M_T}{4\pi^2}} - R$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{(24.3600)^2 . 6.67 . 10^{-11} . 5.97 . 10^{24}}{4\pi^2}} - 6400.10^3 = 35.841.10^6 \ m = 35841 \, km$$

- من العلاقة (2) :

$$v = \sqrt{\frac{6.67 . 10^{-11} . 5.97 . 10^{24}}{6400 . 10^3 + 35.841 . 10^6}} = 3070.3 \, m/s$$

5- قوة الجذب :

$$F = G \frac{M_T . m_s}{(R+h)^2}$$

$$F = 6.67 .10^{-11} \frac{5.97 .10^{24} . 2 .10^{3}}{6400 .10^{3} + 35.841 .10^{6}} = 446.33 \text{ N}$$

الشرح :
القمر الاصطناعي خاضع إلى قوة ناتجة عن جذب الأرض له ، و كون أنه لا يسقط فهذا ناتج عن تأثير قوة ثابتة معاكسة للقوة الأولى ، هذه القوة الثانية ناتجة عن الفعل الطبيعي المؤثر على القمر الاصطناعي عند دورانه حول الأرض (قوة طاردة مركزية) .

** الأستاذ : فرقاني فارس **
ثانوية مولود قاسم نايت بلقاسم
الخروب - قسنطينة
Fares_Fergani@yahoo.Fr
Tel : 0771998109