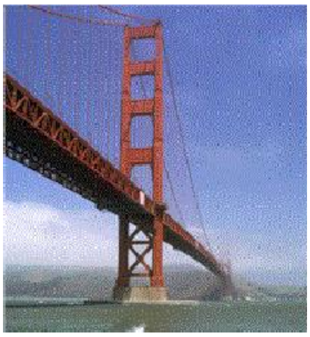
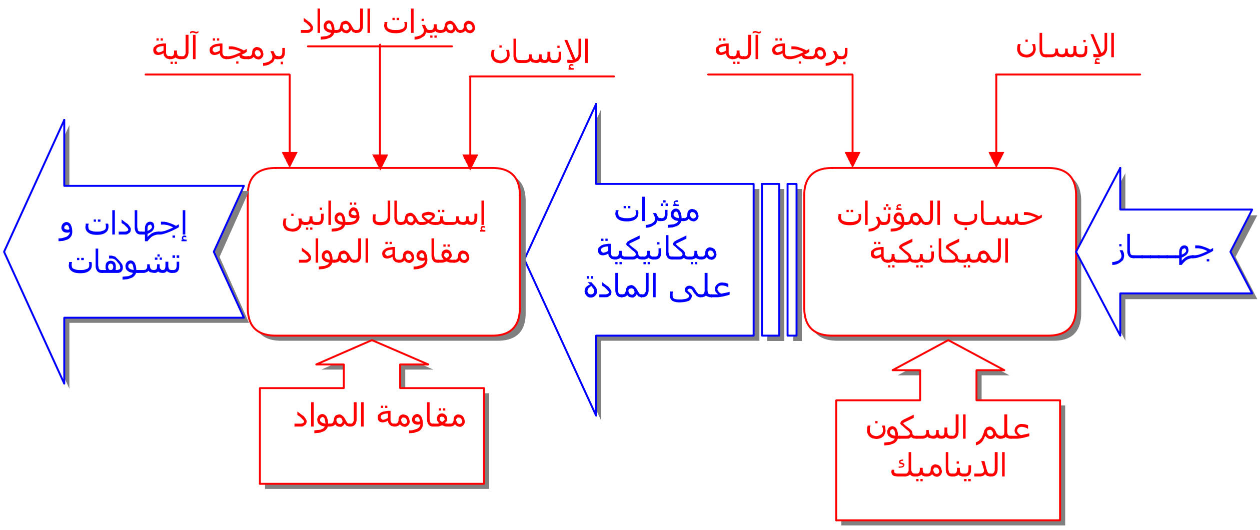
عموميات حول مقاومة المواد

1- الهدف من دراسة مقاومة المواد:
مقاومة المواد علم حديث يعتمد على التجربة خاصة و هدفه هو:
حساب قياسات الأجسام الصلبة حتى تتوفر فيها شروط المقاومة للتشوه أو الإنكسار تحت تأثير المؤثرات الخارجية من قوى و عزوم و كداك السيطرة على تكلفة صناعة القطع الميكانيكية.

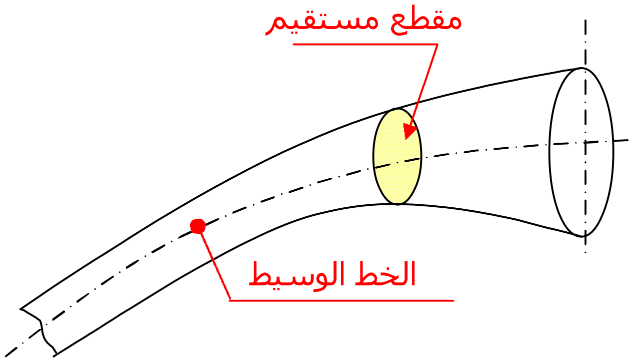


مثال:
دراسة مقومة المواد لهدا الجسر لتحقيق:
مقاومة ثقله الخاص و تقل المركبات التي تمر فوقه
ضمان صموده أمام الأعاصير القوية

لتحقيق حسابات مقاومة المواد يجب معرفة المؤثرات التي تؤثر على الأجسام لدى يجب القيام بدراسة ديناميكية، و يجب كدالك أن نعرف مميزات المواد المكونة للأجسام المراد دراستها، بالتالي يمكن لنا استنتاج التشوهات أو الإنكسارات.



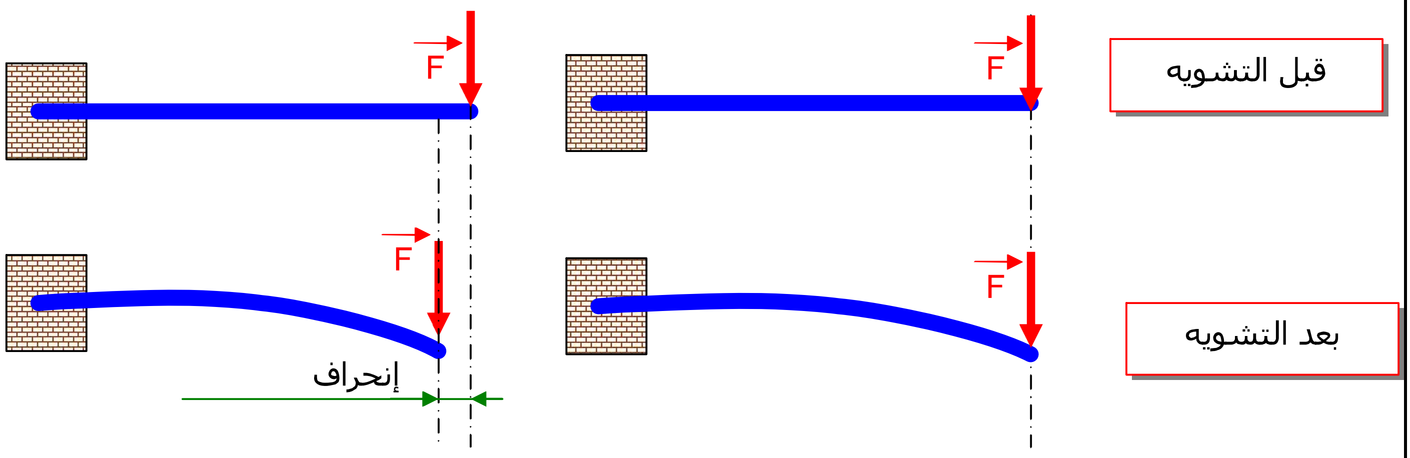
2- تعريف العارضة:
نعرف العارضة فيما يخص مقاومة المواد، جسم صلب مولد من سطح مستوي دو مركز ثقل ، تكون وضعياته خط منحني يسمى بالخط الوسيط.
تتميز العارضة بما يلي:
خط وسيط مستقيم أو دو إنحناء كبير
مقطع مستقيم ثابت أو يتغير بالتدريج
طول كبير بالنسبة للقياسات العرضية
مقطع مستوي و يبقى كدالك حتى بعد التشوه



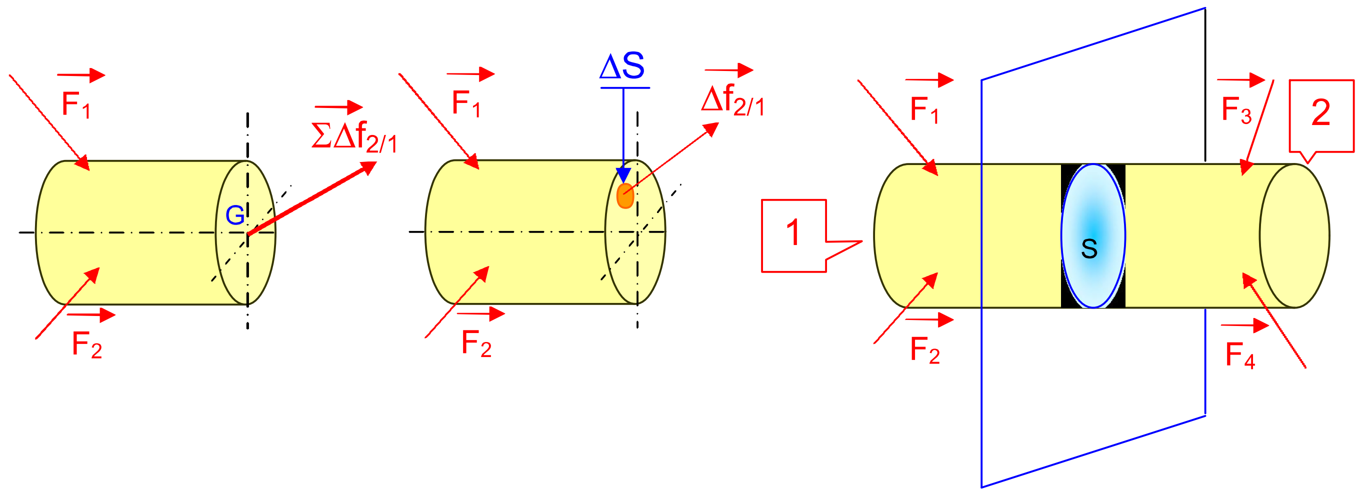
3- فرضيات مقاومة المواد:

1.3- فرضيات حول المواد:
التجانس: للمادة بنية مماثلة و مستمرة في كل النقاط
الإزوتروبية: تكون للمادة نفس الخواص الميكانيكية في كل النقاط و الإتجاهات.

2.3- فرضيات حول التشويه:
تشويهات العارضة تكون ضئيلة حتى يكون لنظام القوى الخارجية مميزات ثابتة.
مبدأ "برنولي": المقاطع المستوية المتعامدة للخط الوسيط تبقى كدالك حتى بعد التشويه.



4- مفهوم الإجهاد:
لتكن عارضة في توازن تحت تاثير مؤثرات خارجية (قوى عزوم)، لإضهار قوى التماسك في المادة نقوم بقطع وهمي للعارضة إلى جزئين 1 و 2 بمستوي كما هو في الشكل.
الجزء 1 في توازن تحت تأثير القوى ....و .... و قوى التماسك................



ΔS:مساحة عنصرية
$\Delta f_{2/1}$: قوة تماسك عنصرية ، بعد الجمع

$$S = \sum \Delta S \qquad \vec{F} = \sum \Delta \vec{f}_{2/1}$$

نعرف الإجهاد في النقطة...........لمقطع قائم........، نما يلي:

$$\vec{C}_{(A)} = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\Delta \vec{f}_{2/1}}{\Delta S}$$

و بالتالي يصبح الإجهاد على الشكل:

$$\vec{C} = \frac{\vec{F}}{S}$$

الوحدة هي النيوتن على ملمتر مربع $[N/mm^2]$

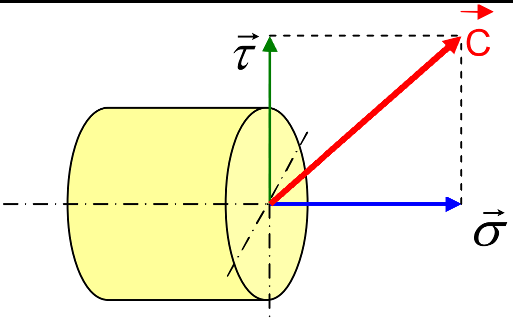
مركبات الإجهاد:

لتسهيل دراسة مسائل مقاومة المواد نقوم بإسقاط الإجهاد:

على ....المقطع ويعطينا الإجهاد المماسي $\vec{\tau}$

على ....المقطع ويعطينا الإجهاد الناظم $\vec{\sigma}$

حيث: $$\vec{C} = \vec{\sigma} + \vec{\tau}$$



5- عناصر التبسيط على مقطع:

التبسيط هو اختزال مجموع القوى و العزوم الخارجية المؤثرة من طرف الجزء 1 في مركز ثقل المقطع.........

تنقسم المحصلة إلى:

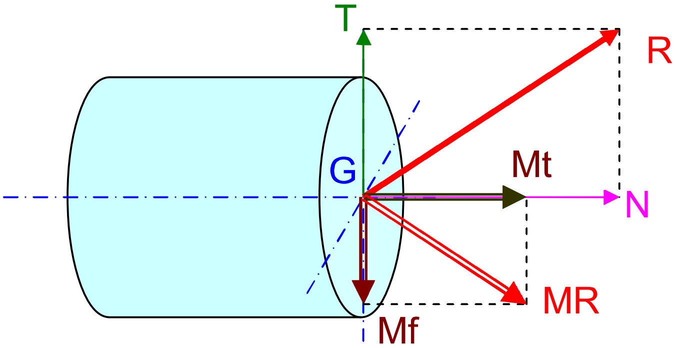
الجهد المماسي............، إسقاط المحصلة على مستوي المقطع.

الجهد الناظمي............، إسقاط المحصلة على المحور التعامد لمستوي المقطع.

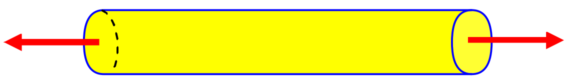
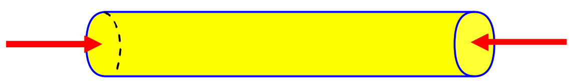
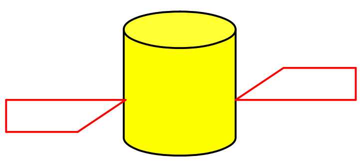
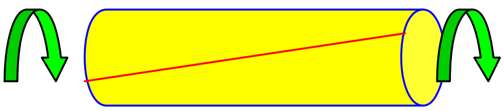
ينقسم العزم المحصل إلى:

عزم الإنحناء.........، إسقاط العزم المحصل على مستوي المقطع.

عزم الإلتواء...........، إسقاط العزم المحصل على المحور العمودي لمستوي المقطع.

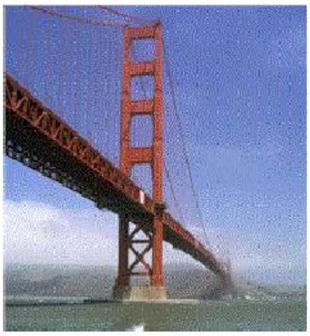


6- التشويهات البسيطة:

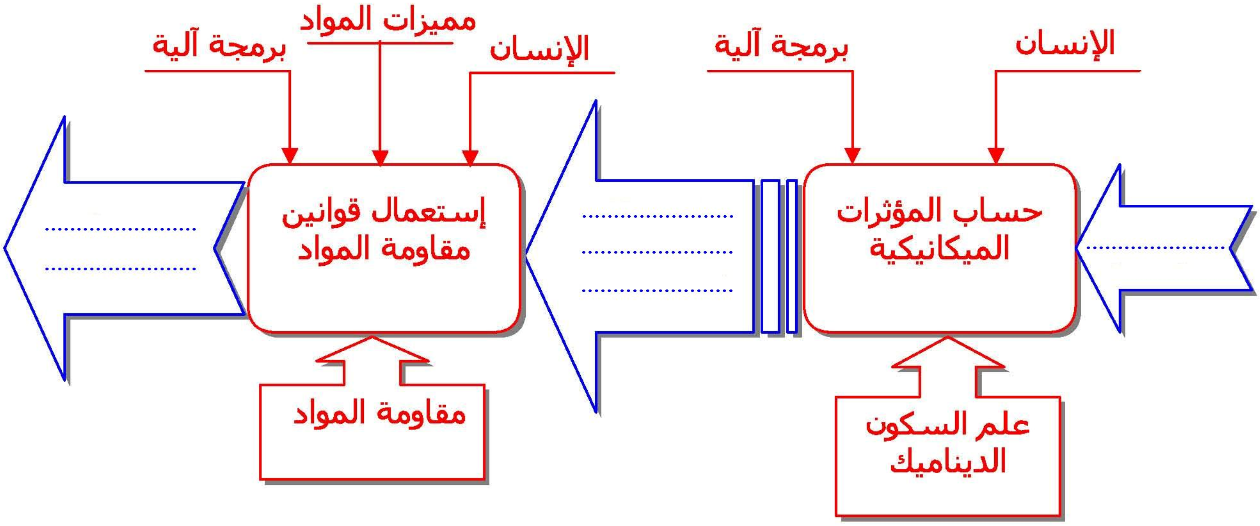
Mf	Mt	T	N	تمثـــــيل تخطيـــــــطي	نوع التشويه
المركبـــــــات					
0	0	0	1		المـــد
0	0	0	1		الإنضـــغاط
0	0	1	0		القـــــص
0	1	0	0		الإلتـــواء
1	0	0	0		الإنحنـــــاء

عموميات حول مقاومة المواد

1- الهدف من دراسـة مقاومة المواد:
....
....
....

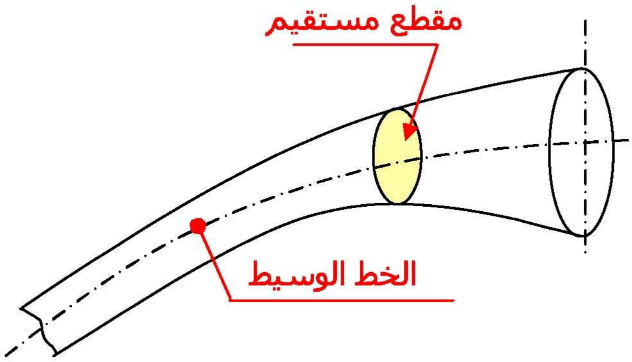


مثال:
.... :
....
....
....
....
....



2- تعريف العارضة:
....
....

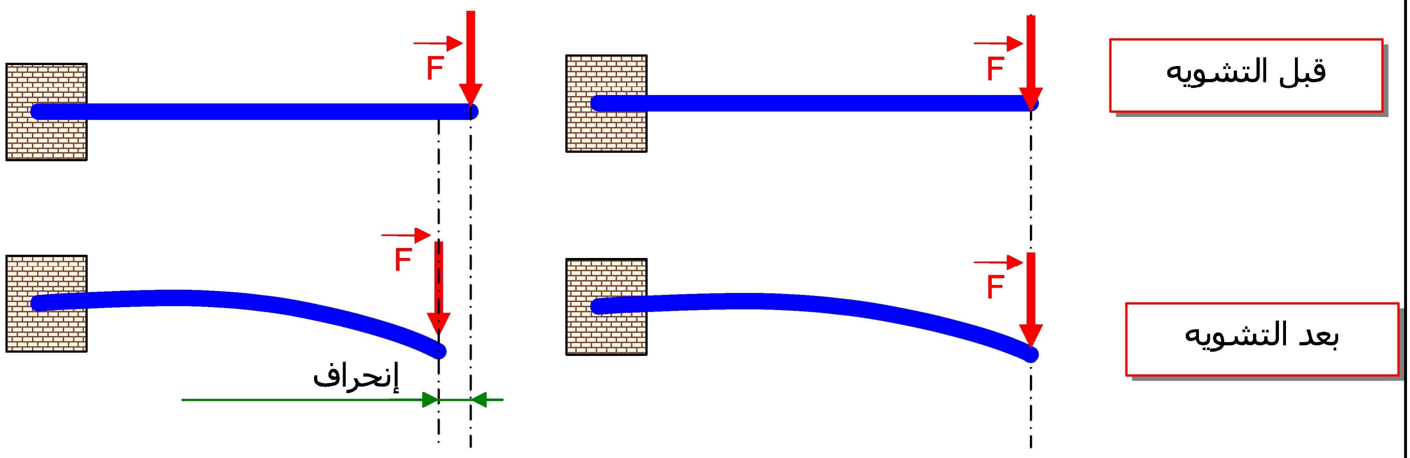
تتميز العارضة بما يلي:
....
مقطع مستقيم ثابت او يتغير بالتدريج
....
....



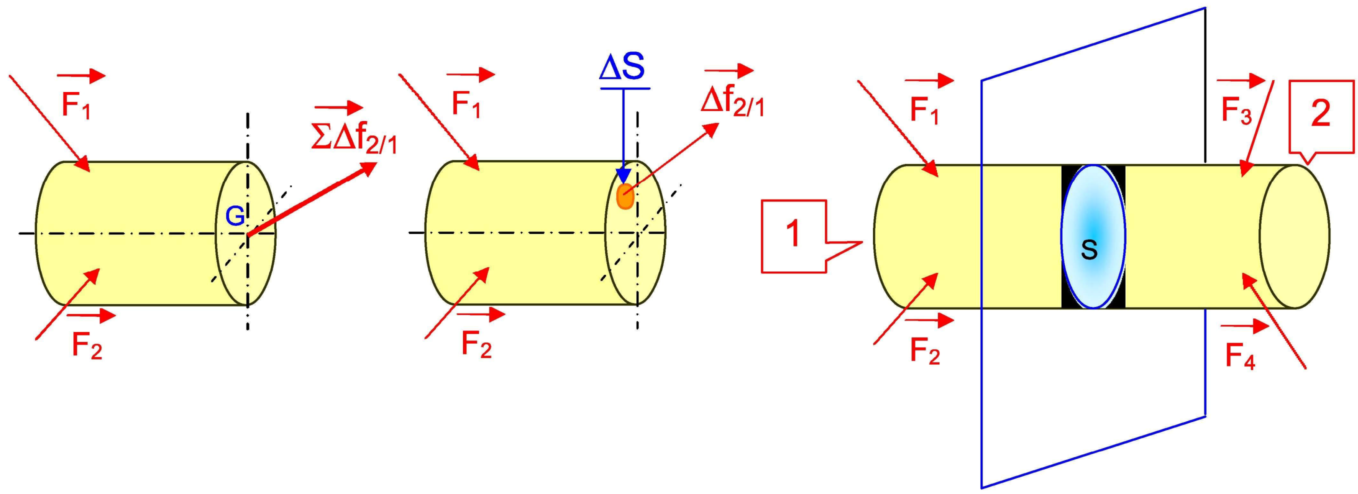
3- فرضيات مقاومة المواد:

1.3- فرضيات حول المواد:
التجانس: ....
الإزوتروبية:...

2.3- فرضيات حول التشويه:
....
مبدا "برنولي": ....



4- مفهوم الإجهاد:



ΔS:

$\Delta f_{2/1}$:

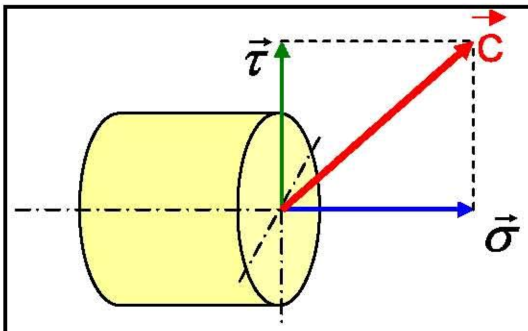
$$S = \sum \Delta S \qquad \vec{F} = \sum \Delta \vec{f}_{2/1}$$

:

$$\vec{C}_{(A)} = \lim \frac{\Delta \vec{f}_{2/1}}{\Delta S}$$
$$\vec{\Delta} S \rightarrow 0$$

:

$$\vec{C} = \frac{\vec{F}}{S}$$



....

مركبات الإجهاد:

....

....

....

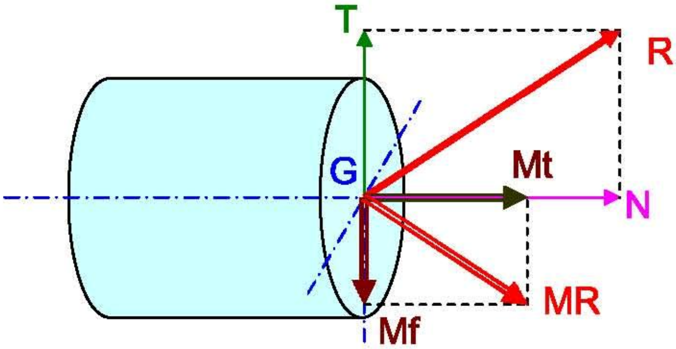
:....... $$\vec{C} = \vec{\sigma} + \vec{\tau}$$

5- عناصر التبسيط على مقطع:

....

....

تنقسم المحصلة إلى:



....

....

....

....

....

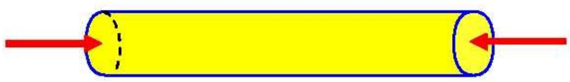
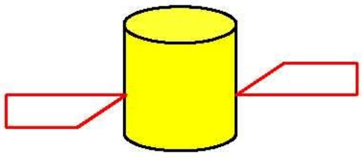
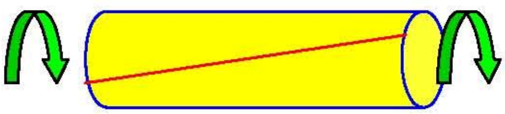
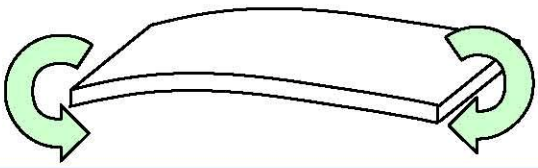
....

....

....

....

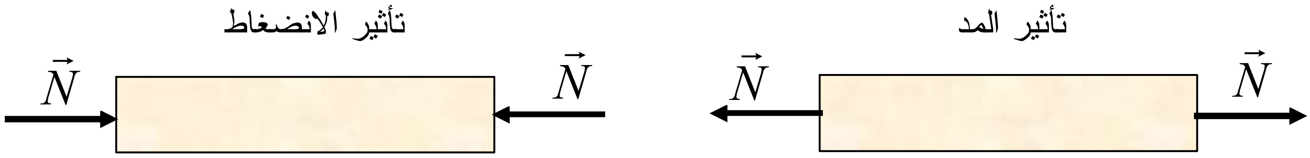
6- التشويهات البسيطة:

نوع التشويه	تمثـــــيل تخطيـــــــطي	المركبـــــات N	T	Mt	Mf
المـــد		1	0	0	0
الإنضـــغاط		1	0	0	0
القـــــص		0	1	0	0
الإلتـــواء		0	0	1	0
الإنحنـــاء		0	0	0	1

القسم : 3ت.ر	المـــــــد و الانضغاط	المادة : مقاومة المواد

1- **تعريف** : نقول على عارضة تحت تأثير قوتين منعكستين مباشرة أنها خاضعة لـــ :

– **المد البسيط :** عندما تؤدي هاتان القوتان إلى تمددها   – **الانضغاط البسيط** عندما تؤدي هاتان القوتان إلى تقليصها



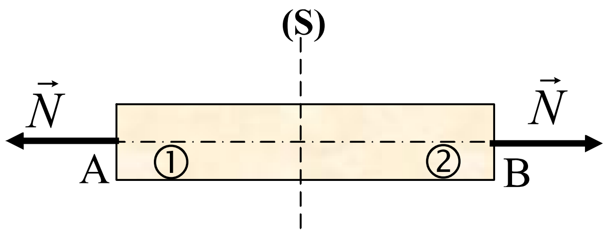
2- **إجهاد المد والانضغاط :**

$\vec{N} \neq 0 \qquad \vec{T} = 0 \qquad \vec{Mt} = 0 \qquad \vec{Mf} = 0$

نشرع في قطع وهمي للعارضة إلى جزئين ① و ②

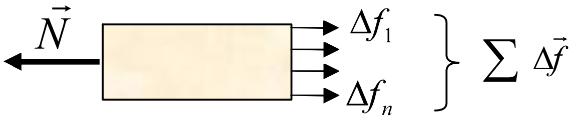
نقوم بعزل الجسم ①

دراسة توازن الجزء ①



يكون الجسم في حالة توازن تحت تأثير القوة $\vec{N}$

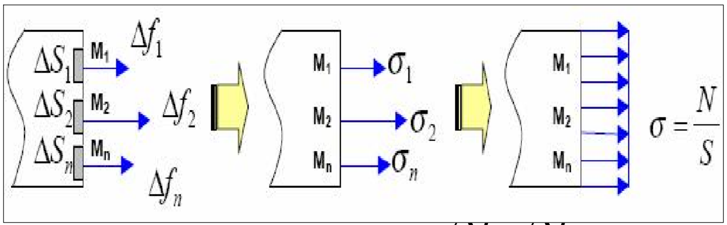
من جهة ومجموع قوى التماسك $\sum \Delta\vec{f}$



– السطح (S) مجزأ إلى مجموعة سطوح جزئية $\Delta S_1, \Delta S_2 ....., \Delta S_n$

بحيث $\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 + ... + \Delta S_n$

– كل جزء من هذه السطوح يتحمل



جهد للمد موازي للخط المتوسط AB $\Delta\vec{f}_1, \Delta\vec{f}_2, ..., \Delta\vec{f}_n$

بحيث $\sum \Delta\vec{f} = \sum \Delta\vec{f}_1 + \sum \Delta\vec{f}_2 + ... + \sum \Delta\vec{f}_n$

3- **شرط التوازن :**

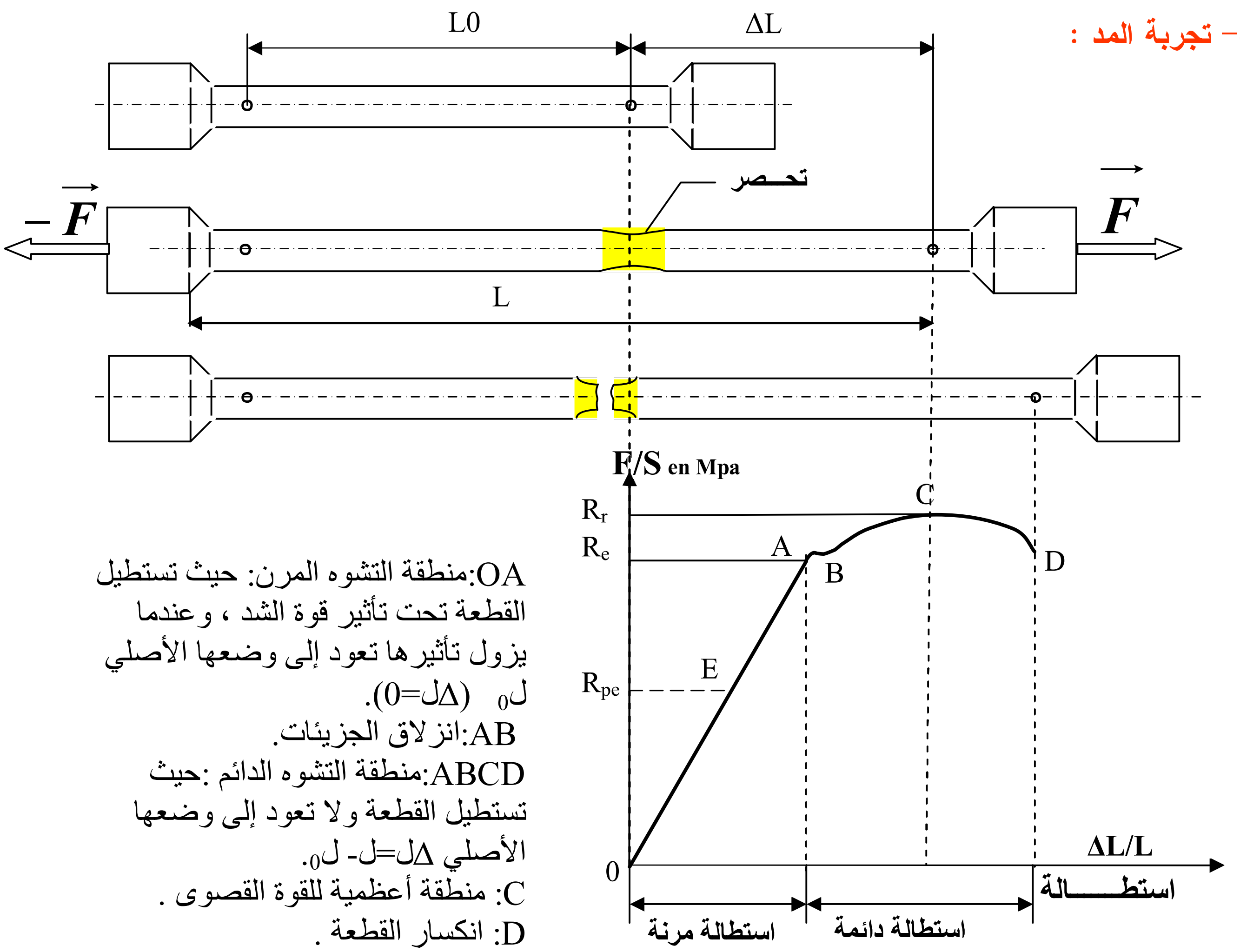
عند اكتمال مساحة المقطع من ΔS إلى S تجمع القوى العنصرية إلى محصلة

$$\vec{N} = \sum \Delta\vec{f} \quad \text{و} \quad S = \Delta S$$

وبما أن $\vec{N}$ قوة ناظميه على المقطع القائم (S) يصبح الإجهاد مقتصر على الإجهاد الناظمي ونرمز له بــ σ

$\sigma = \dfrac{N}{S}$ σ : إجهاد ناظمي (N/mm^2) ، N : قوة ناظمية (N) ، S : مساحة المقطع (S)

4- تجربة المد :



OA:منطقة التشوه المرن: حيث تستطيل القطعة تحت تأثير قوة الشد ، وعندما يزول تأثيرها تعود إلى وضعها الأصلي $ل_0$ (Δل=0).
AB:انزلاق الجزيئات.
ABCD:منطقة التشوه الدائم :حيث تستطيل القطعة ولا تعود إلى وضعها الأصلي Δل=ل- $ل_0$.
C: منطقة أعظمية للقوة القصوى .
D: انكسار القطعة .
Re: مقاومة حد المرونة.
Rr: مقاومة الانكسار.
Rpe: مقاومة تطبيقية للمد.

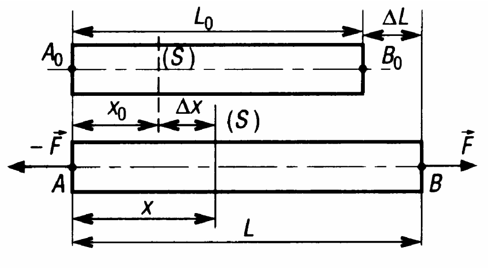
4-1 شروط المقاومة : لأسباب أمنية متعلقة باستعمال الأجهزة يشترط أن :

$\sigma \le Rp$ ، حيث Rp المقاومة التطبيقية للمد

$Rp = \dfrac{Re}{s}$ ، s معامل أمن ، Re : حد المرونة

$$\frac{N}{S} \le \frac{R_e}{s}$$

4-2 قانون هووك :



في منطقة التشوه المرن يبين الاختبار علاقة التناسب بين قوة المد والاستطالة وبالتالي تناسب قيمة σ مع الاستطالة النسبية ε

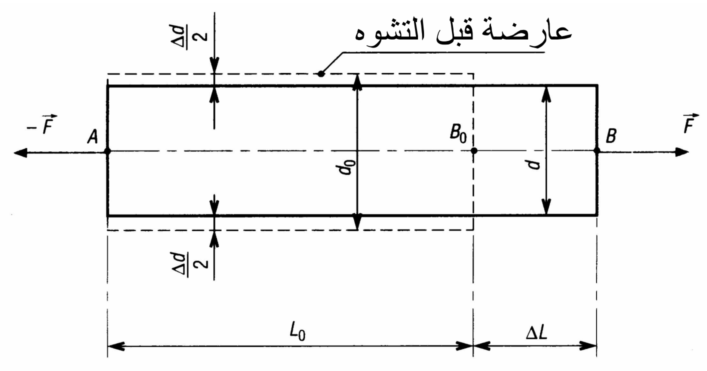
ومنه $\sigma = E\varepsilon$

E : المقياس الطولي للمرونة خاص بالمادة (مقياس يونغ) بـــ (N/mm^2)

ε : الاستطالة النسبية بدون وحدة $\varepsilon = \dfrac{\Delta L}{L_0}$ σ : اجهاد ناظمي بـــــ (N/mm^2)

$$\sigma = \frac{N}{S} = E.\varepsilon = E\frac{\Delta L}{L_0}$$ ومنه $$\Delta L = \frac{NL_0}{ES}$$

4-3 معامل بواسون :



في منطقة التشوه اللدن ليس هناك علاقة تناسب بين قوة المد واستطالة العارضة ، العارضة لاترجع لحالتها الأصلية وتبقى مشوهة

في مجال المرونة توجد علاقة بين التقليص النسبي العرضي $\dfrac{\Delta d}{d_0}$ والاستطالة النسبية $\dfrac{\Delta L}{L_0}$

وبالتالي لدينا $\dfrac{\Delta d}{d} = \dfrac{\Delta L}{L_0}.\mu$ μ : معامل بواسون

4-4 معامل الاستطالة A % : يعرف المعامل بالعلاقة :

$$A\% = \frac{L - L_0}{L_0} o * 100$$

4-5 معامل الانقطاع Z % : يعرف المعامل بالعلاقة

$$Z\% = \frac{S - S_0}{S_0}$$

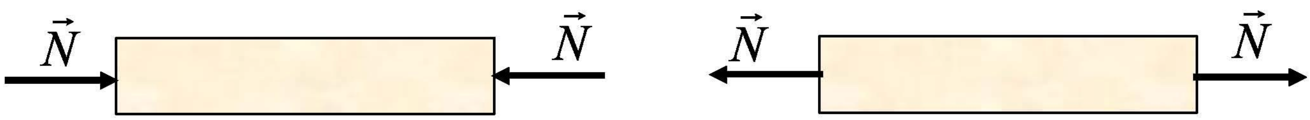
ملاحظة : في الانضغاط ولتفادي الانبعاج لا يمكن أن يتجاوز طول العارضة قياساتها العرضية بين 5 إلى 8 مرات

القسم : 3ت.ر	المـــــــد و الانضغاط	المادة : مقاومة المواد

1- تعريف :
....

– **المد البسيط :** ....

....



2- إجهاد المد والانضغاط :

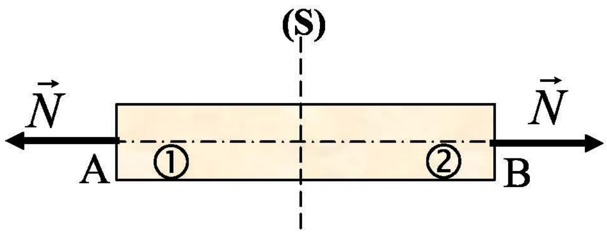
$\vec{Mf} = 0$	$\vec{Mt} = 0$	$\vec{T} = 0$	$\vec{N} \neq 0$

....

....

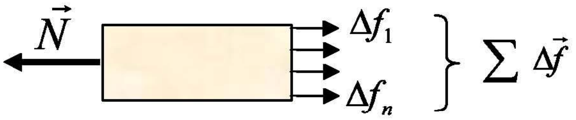
....

....



$\vec{N}$

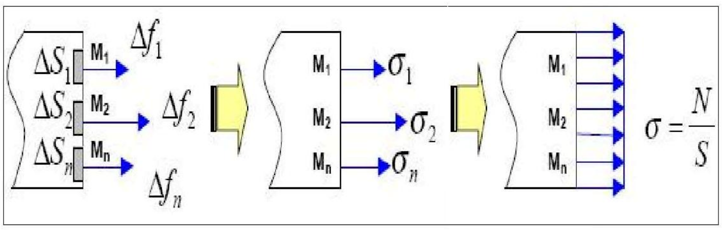
....



– .... $\sum \Delta\vec{f}$

سطوح جزئية $\Delta S_1, \Delta S_2 ....., \Delta S_n$

بحيث $\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 + ...+ \Delta S_n$



– ....

.... AB $\Delta\vec{f}_1, \Delta\vec{f}_2, ..., \Delta\vec{f}_n$

بحيث $\sum \Delta\vec{f} = \sum \Delta\vec{f}_1 + \sum \Delta\vec{f}_2 + ... + \sum \Delta\vec{f}_n$

3- شرط التوازن :

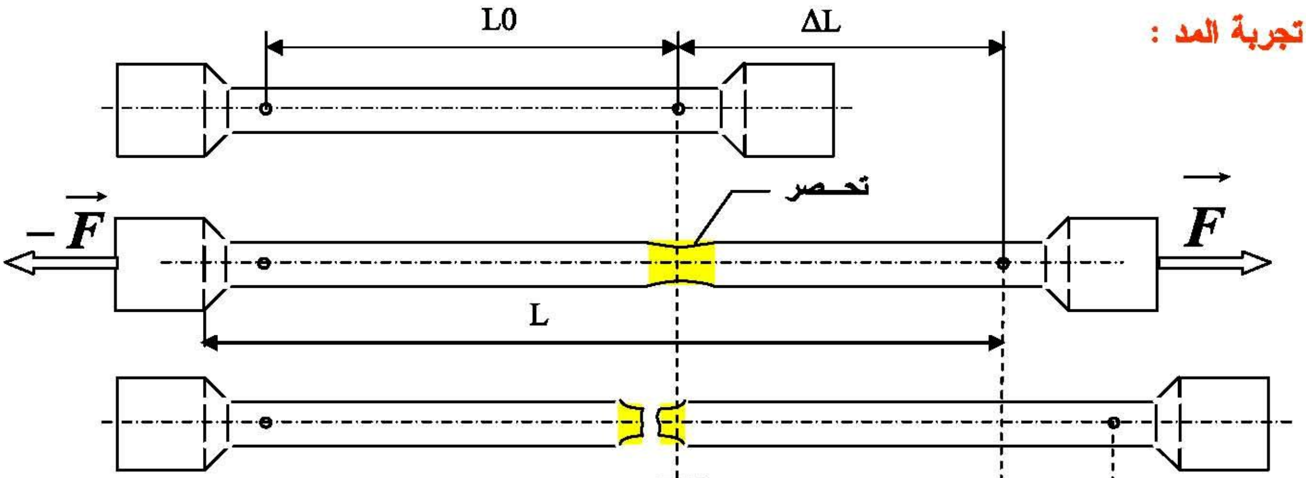
....

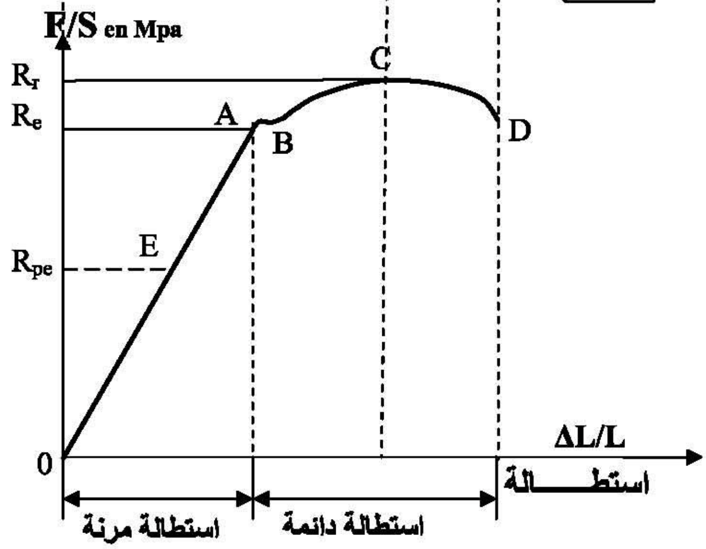
$\vec{N} = \sum \Delta\vec{f}$ و $S = \Delta S$

....

$\sigma = \frac{N}{S}$ σ : .... (N/mm^2) ، N :............... (N) ، S :................ (S)

4- تجربة المد :





OA:..
....
....
....

AB:..

ABCD:..
....
....

C: ....

D: ....

Re: ....

Rr: ....

Rpe:..

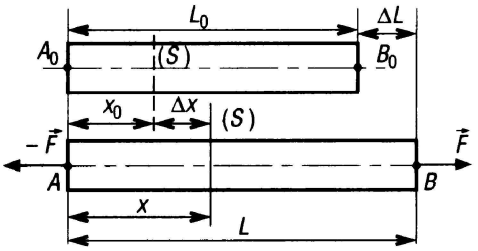
1-4 شروط المقاومة : ....

$\sigma \le Rp$ ، حيث Rp المقاومة التطبيقية للمد

$Rp = \frac{Re}{s}$ ، s .... ، Re :................

$$\frac{N}{S} \le \frac{R_e}{s}$$

2-4 قانون هووك :



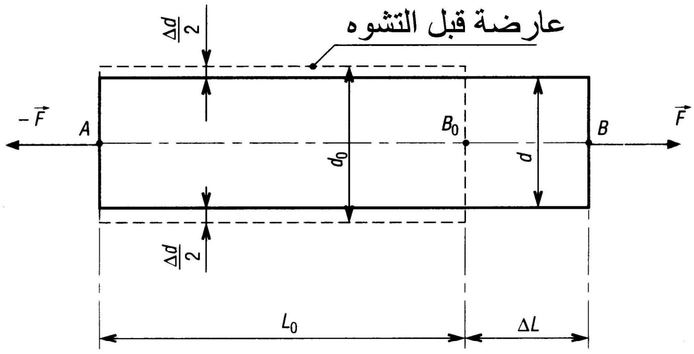
$$\sigma = E\varepsilon$$

E :

ε : $$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0}$$ σ :

$$\sigma = \frac{N}{S} = E.\varepsilon = E\frac{\Delta L}{L_0}$$ ومنه $$\Delta L = \frac{NL_0}{ES}$$

3-4 معامل بواسون :



$$\frac{\Delta d}{d} = \frac{\Delta L}{L_0}.\mu$$ μ :

4-4 معامل الاستطالة A % :

$$A\% = \frac{L - L_0}{L_0} o * 100$$

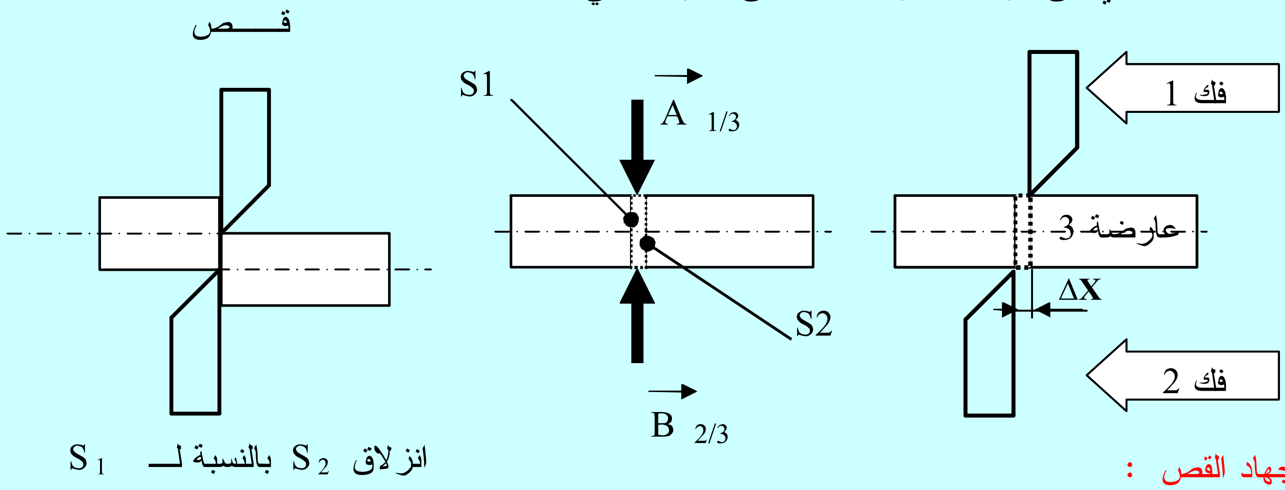
5-4 معامل الانقطاع Z % :

$$Z\% = \frac{S - S_0}{S_0}$$

ملاحظة :

القسم : 3.ت.ر	القـــــــــــص (cisaillement)	المادة: مقاومة المواد

1- تعريف : نقول على عارضة أنها معرضة للقص عندما تكون تحت تأثير قوتين متعاكستين تؤدي إلى انزلاق الجزء الأول على الجزء الثاني



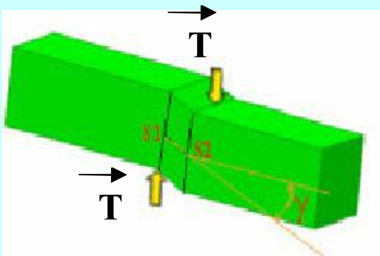
2- إجهاد القص :

في عملية القص جميع الإجهادات متساوية أو موزعة بانتظام في منطقة السطح المعرض لعملية القص .

$\vec{T}$ قوة مماسية على مقطع السطح (S) ،

يصبح الإجهاد مقتصرا على الإجهاد المماسي

ونرمز له بـــ τ ؛ $$\tau = \frac{T}{S}$$



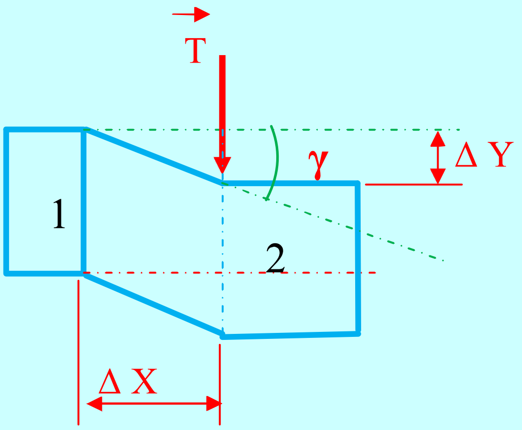
τ : جهد مماسي (N/mm^2)

T : قوة مماسية (N)

S : سطح المقطع (mm^2)

3- التشوه :

- إنزلاق الجزء 1 على الجزء 2 ينتج عنه
- تباعد محوري ΔX
- تباعد نصف قطري ΔY
- زاوية انحراف γ



في منطقة المرونة تبين التجربة أن الزاوية γ صغيرة جدا :

إذن $$\gamma = tg\,\gamma = \frac{\Delta Y}{\Delta X}$$ انحراف نسبي

قانون هــوك : العلاقة بين الإجهاد والتشوه

$$\tau = G\,\frac{\Delta y}{\Delta x} = G\,.\gamma$$

τ : إجهاد مماسي (N/mm^2)

G : مقياس كولمب أو المقياس العرضي للمرونة (N/mm^2)

γ : زاوية الانزلاق بدون وحدة

4- شرط المقاومـــــة :

لأجل أسباب أمنية يبقى الإجهاد المماسي تحت قيمة محددة تسمى بالمقاومة التطبيقية للانزلاق Rpg

$$\tau \max = \frac{T}{S} = \frac{\operatorname{Re} g}{s} = Rpg$$

- s : معامل أمن خاص بالتصميم

5- الحالات الخاصة :

التركيب	المساحة و المقاومة التطبيقية للانزلاق
ركاب ترزيز	$S = \frac{\pi . d^2}{4}$ مع $Rpg = \frac{T}{2.S}$
خوبرة	$S = axl$ مع $Rpg = \frac{T}{S}$
برشمة	$S = \frac{\pi . d^2}{4}$ مع $Rpg = \frac{T}{S}$
لولبة	$S = \pi . d . l$ مع $Rpg = \frac{T}{S}$

العلاقة بين τ و σ :

☜ أصلاب لينة - أمزجة ألومنيوم : Reg = 0.5 Re

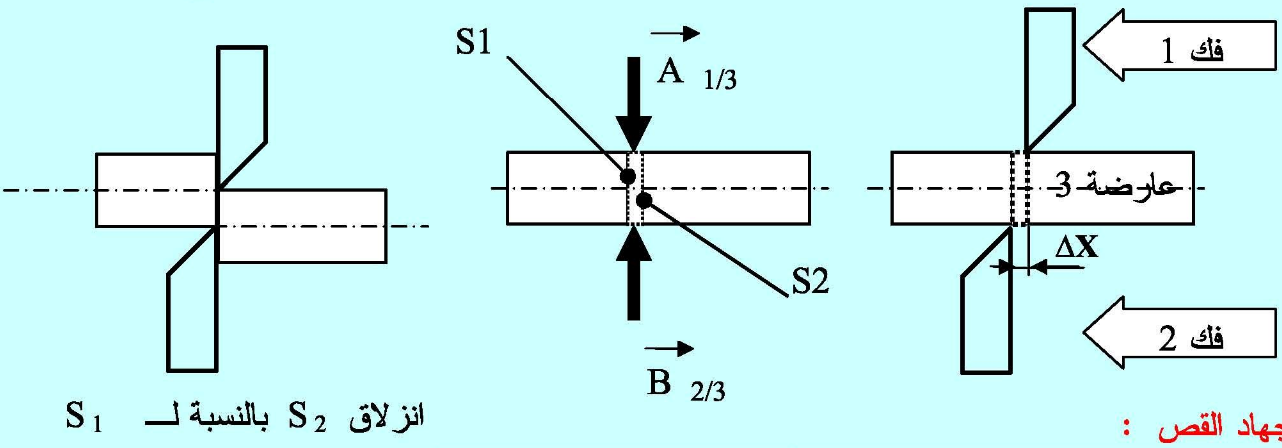
☜ أصلاب نصف صلدة : Reg = 0.7Re

☜ أصلاب قاسية : Reg = 0.8Re

قيم المقياس العرضي للمرونة :

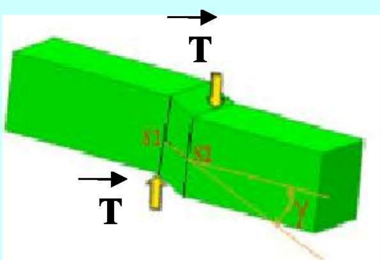
المواد	الألمونيوم	الصلب	الزهر
(G) : N/mm^2	32000	80000	40000

1- تعريف : ....
....



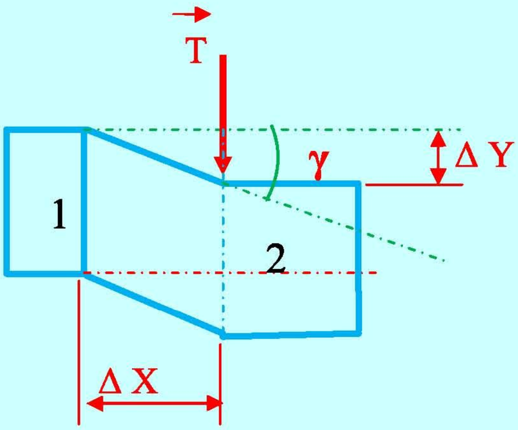
2- إجهاد القص :
....
....
→
....
....

ونرمز له بــ τ ؛ $\tau = \frac{T}{S}$



τ : ....
T : ....
S : ....

3- التشوه :
- ....
- ....
- ....
- ....
: ....



إذن $\gamma = tg\,\gamma = \frac{\Delta Y}{\Delta X}$ ....

قانون هـوك : ....

$$\tau = G\,\frac{\Delta y}{\Delta x} = G\,.\gamma$$

τ : ....
G : ....
γ : ....

4- شرط المقاومـــــة :

....

....

$$\tau \max = \frac{T}{S} = \frac{\mathrm{Re}\, g}{s} = Rpg$$

- s : ....

5- الحالات الخاصة :

التركيب	المساحة والمقاومة التطبيقية للانزلاق
....	$S = \frac{\pi . d^2}{4}$ مع $Rpg = \frac{T}{2.S}$
....	$S = axl$ مع $Rpg = \frac{T}{S}$
....	$S = \frac{\pi . d^2}{4}$ مع $Rpg = \frac{T}{S}$
....	$S = \pi . d . l$ مع $Rpg = \frac{T}{S}$

العلاقة بين τ و σ :

☜ ....

☜ ....

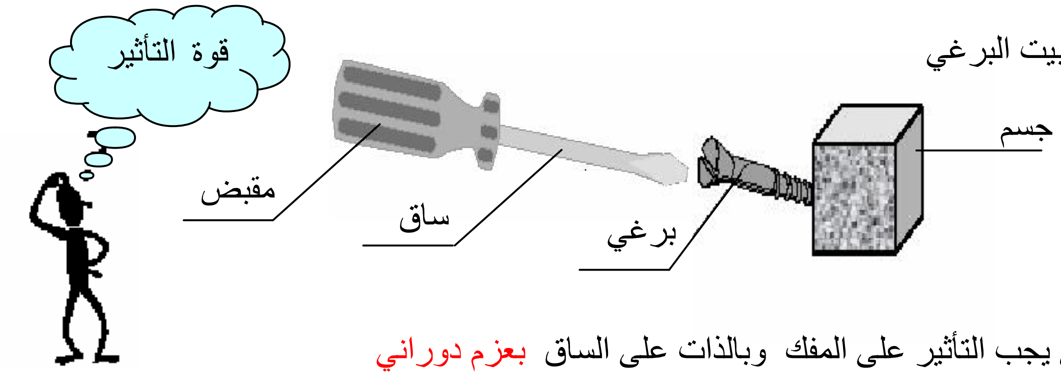
☜ ....

قيم المقياس العرضي للمرونة :

المواد	الألمونيوم	الصلب	الزهر
N/mm^2 : (G)	32000	80000	40000

المادة :مقاومة المواد	الالتـــواء البسيـــط	القسم : 3.ت.ر

1. الإشكالية : تثبيت البرغي

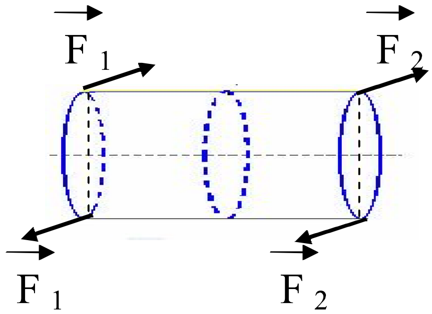


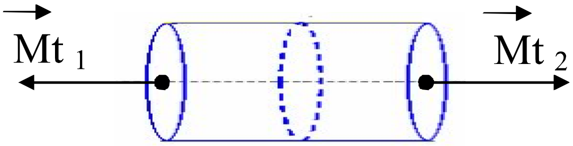
☜ لتثبيت البرغي يجب التأثير على المفك وبالذات على الساق بعزم دوراني

☜ ماذا يحدث للساق في حالة انسداد أو رد فعل : تتعرض للتشوه

☜ ما طبيعة هذا التشوه : الالتواء

2. التعريف : نقول على عارضة تحت تأثير مزدوجتين متعاكستين أنها خاضعة للالتواء البسيط عندما تؤدي هاتان الأخيرتان إلى التواءها .





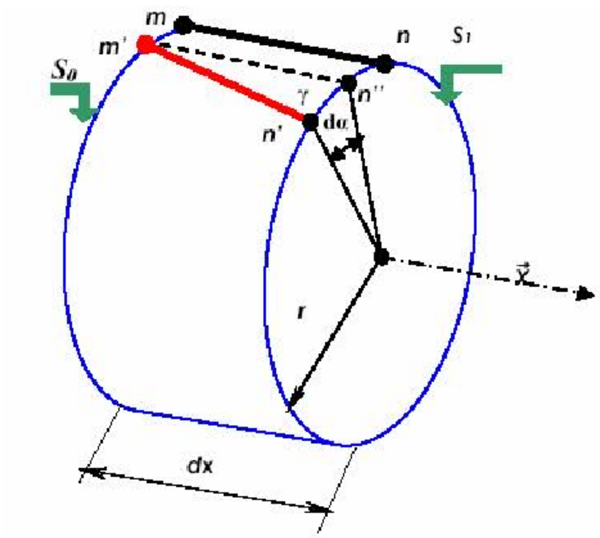
3. دراسة التشوه :

- في منطقة المرونـة نعتمد مايلي :

(S0) ، (S 1) : مقطعين متقاربين جدا

dα ، dx ، γ قيم صغيرة جدا .

لإيجاد الانزلاق بالدوران لـ (S 1) بالنسبة لـ (S0)



$$tg\gamma = \frac{n'.n''}{m'.n''} = r\frac{d\alpha}{dx}$$

في حالة γ صغيرة جدا :

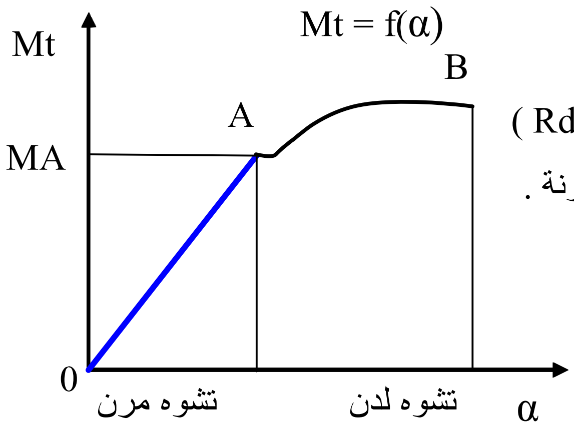
$$tg\gamma = \gamma = r\frac{d\alpha}{dx}$$

(α) متناسبة مع الطول (x)

$$\theta = \frac{d\alpha}{dx}$$: ثابت الزاوية الوحدوية للالتواء (Rd/mm)

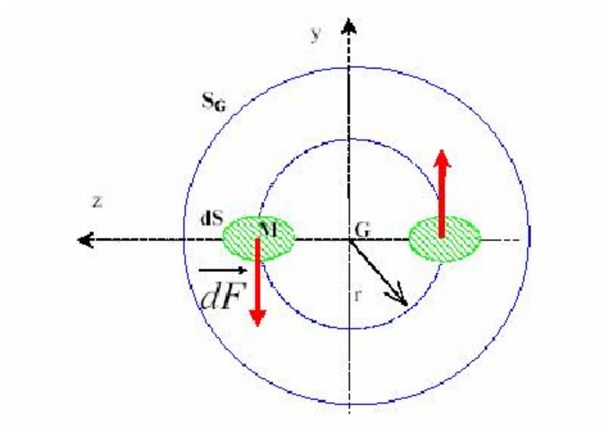
نلاحظ أن α لها علاقة متناسبة مع الطول L في مجال المرونة .

إذن نستنتج : $\boxed{\theta = \frac{\alpha}{L}}$



α : زاوية الالتواء (Rd) ، L : طول العارضة (mm)

4. عزم الالتواء :



dF : إجهاد عنصري داخل (SG)

في حالة الالتواء كل القوى المطبقة على العارضة مماسية

نستلزم أن الإجهاد الناتج هو أيضا مماسي .

1-4 قانون هوك :

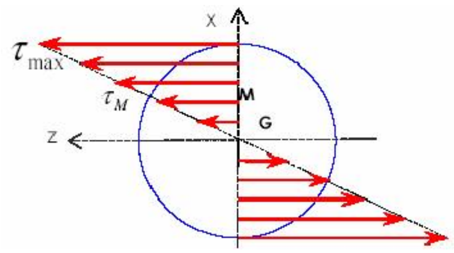
$$\tau_M = \frac{dF}{dS} \qquad \tau_M = G.\gamma_M$$

2-4 توزيع الإجهادات :

$$\begin{array}{l} \tau_M = G.\gamma_M \\ \gamma_M = r.\theta \end{array} \Rightarrow \tau_M = G.\theta.r$$

G : موديول كولومب (المقياس العرضي للمرونة) ، γ : زاوية الانحراف ، ج : إجهاد مماسي

3-4 معادلة التشوه :



$$\tau = \frac{dF}{ds} = G.\theta.r \Rightarrow dF = G.\theta.rdS$$

$$Mt = \sum r.dF = \sum G.\theta.r^2 dS = G\theta \sum r^2 dS$$

تسمي القيمة $\sum r^2 dS$ بالعزم التربيعي القطبي ونرمز له بـ : I_0

ومنه : $\boxed{Mt = G.\theta.I_0}$ $\qquad \boxed{\theta = \dfrac{Mt}{G.I_0}}$

θ: الزاوية الوحدوية للالتواء وحدتها (Rd/mm) ، Mt : عزم الالتواء وحدته (N.mm)

G : معامل كولومب (N/mm^2) ، **I_0 :** العزم التربيعي القطبي وحدته (mm^4)

4-4 العلاقة بين الإجهاد وعزم الالتواء :

بما أن $\tau = G.\theta.r$ و $G.\theta = \dfrac{Mt}{I_0}$ نستلزم : $\tau = \dfrac{Mt}{\frac{I_0}{r}}$

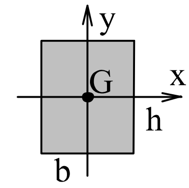
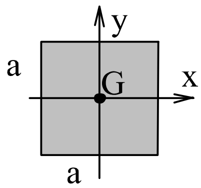
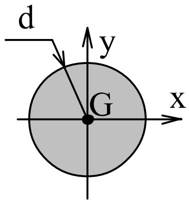
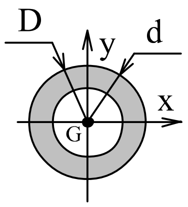
يصبح الإجهاد أقصى لما يأخذ r قيمة مسافة أبعد بالنسبة لمحور العارضة (أي r = V)

$$\boxed{\tau \max = \frac{Mt}{\left(\frac{I_0}{V}\right)}}$$

5-4 شرط المقاومة : لأسباب أمنية :

$\tau \max \le \tau_p = \dfrac{\tau_e}{s}$ ومنه $\boxed{\tau_{reelle} = \dfrac{Mt}{\left(\frac{I_0}{V}\right)} \le \tau_p}$

5 - العزوم التربيعية و القطبية لبعض الاشكال البسيطة

	I_{GX}	I_{GY}	$I_G = I_O$
	$\frac{bh^3}{12}$	$\frac{hb^3}{12}$	$\frac{bh}{12}(b^2+h^2)$
	$\frac{a^4}{12}$	$\frac{a^4}{12}$	$\frac{a^4}{6}$
	$\frac{\pi d^4}{64}$	$\frac{\pi d^4}{64}$	$\frac{\pi d^4}{32}$
	$\frac{\pi}{64}(D^4-d^4)$	$\frac{\pi}{64}(D^4-d^4)$	$\frac{\pi}{32}(D^4-d^4)$

6- مثال تطبيقي :

يشوه عمود أسطواني قطره $d = 20mm$ بزاوية α مقدارها $3°$ عم

على الطول $L=300mm$

مادة العمود فولاذ ذو معامل المرونة العرضية (معامل كولومب) $G = 8.10^4\ N/mm^2$

أحسب العزم المسلط على العمود ؟

الحل :

من الزاوية الوحدوية للالتواء : $\theta = \frac{Mt}{G.I_0}$

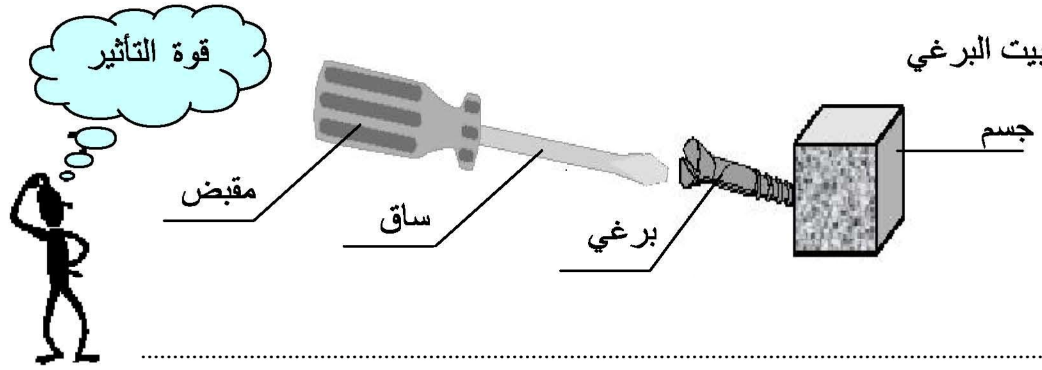
حساب θ : $\theta = \frac{\alpha}{L}$

حساب I_0 : من الجدول $I_0 = \frac{\pi . d^4}{32}$

حساب Mt : $Mt = G . \theta . I_0$, $Mt = 8.10^4 \frac{3.x2\pi}{360} \times \frac{\pi . d^4}{32}$

القسم : 3.ت.ر	الالتـــواء البسيـــط	المادة :مقاومة المواد

1. الإشكالية : تثبيت البرغي



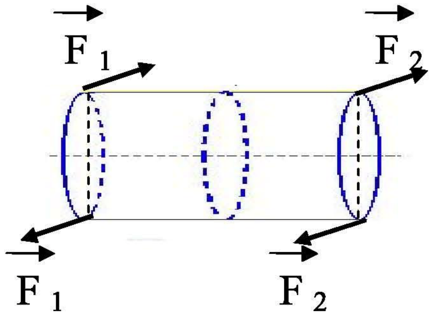
☜ ....

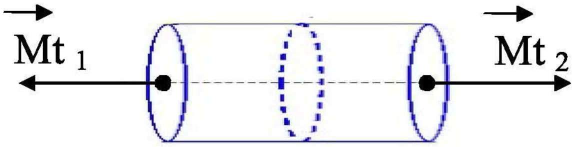
☜ ....

☜ ....

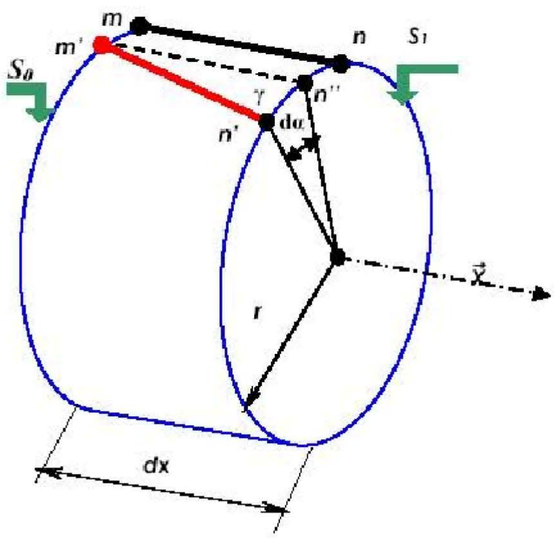
2. التعريف : ....

....





3. دراسة التشوه :



- ....

....

....

....

$$tg\gamma = \frac{n'.n''}{m'.n''} = r\frac{d\alpha}{dx}$$

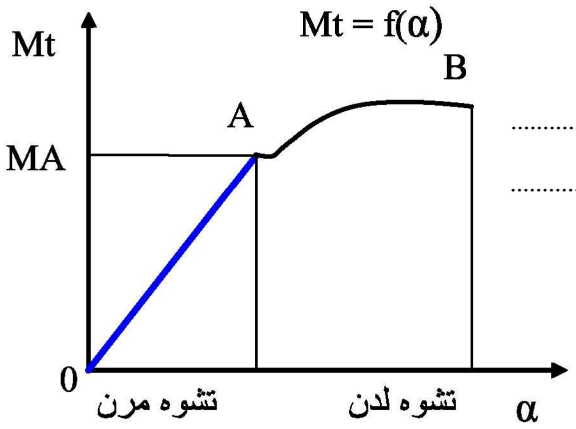
في حالة γ صغيرة جدا :

$$tg\gamma = \gamma = r\frac{d\alpha}{dx}$$

(α) متناسبة مع الطول (x)

$$\theta = \frac{d\alpha}{dx}$$: ....

....



$$\boxed{\theta = \frac{\alpha}{L}}$$:...................

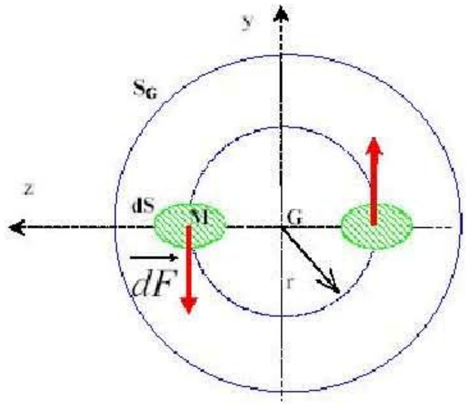
α : .... ، L : ....

4. عزم الالتواء :

dF : ....

....

....



1-4 قانون هوك :

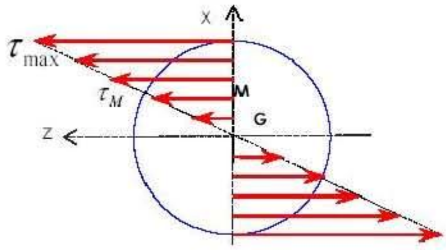
$$\tau_M = \frac{dF}{dS} \qquad \tau_M = G.\gamma_M$$

2-4 توزيع الإجهادات :

$$\begin{aligned} \tau_M &= G.\gamma_M \\ \gamma_M &= r.\theta \end{aligned} \Rightarrow \tau_M = G.\theta.r$$

G : ....، γ : ....، ζ : ....

3-4 معادلة التشوه :



$$\tau = \frac{dF}{ds} = G.\theta.r \Rightarrow dF = G.\theta.rdS$$

$$Mt = \sum r.dF = \sum G.\theta.r^2 dS = G\theta \sum r^2 dS$$

تسمي القيمة $\sum r^2 dS$ بالعزم التربيعي القطبي ونرمز له بـ : I_0

ومنه : $\boxed{Mt = G.\theta.I_0}$ $\qquad \boxed{\theta = \dfrac{Mt}{G.I_0}}$

θ: ....، Mt : ....

G : ....، **I_0** : ....

4-4 العلاقة بين الإجهاد وعزم الالتواء :

بما أن $\tau = G.\theta.r$ و $G.\theta = \dfrac{Mt}{I_0}$ نستلزم : $\tau = \dfrac{Mt}{\dfrac{I_0}{r}}$

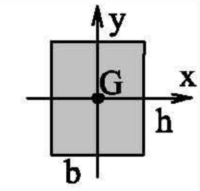
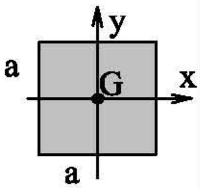
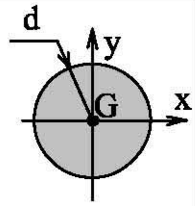
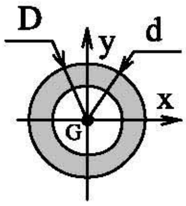
....

$$\boxed{\tau \max = \frac{Mt}{\left(\dfrac{I_0}{V}\right)}}$$

5-4 شرط المقاومة : لأسباب أمنية :

$\tau \max \le \tau_p = \dfrac{\tau_e}{S}$ ومنه $\boxed{\tau_{reelle} = \dfrac{Mt}{\left(\dfrac{I_0}{V}\right)} \le \tau_p}$

5 - العزوم التربيعية و القطبية لبعض الاشكال البسيطة

	I_{GX}	I_{GY}	$I_G = I_O$
	$\frac{bh^3}{12}$	$\frac{hb^3}{12}$	$\frac{bh}{12}(b^2+h^2)$
	$\frac{a^4}{12}$	$\frac{a^4}{12}$	$\frac{a^4}{6}$
	$\frac{\pi d^4}{64}$	$\frac{\pi d^4}{64}$	$\frac{\pi d^4}{32}$
	$\frac{\pi}{64}(D^4-d^4)$	$\frac{\pi}{64}(D^4-d^4)$	$\frac{\pi}{32}(D^4-d^4)$

6- مثال تطبيقي :

عم ....

....

....

؟..

الحل :

....:

$$\theta = \frac{Mt}{G.I_0}$$

حساب θ : $\theta = \frac{\alpha}{L}$

حساب I_0 : من الجدول $I_0 = \frac{\pi.d^4}{32}$

حساب Mt : $Mt = G.\theta.I_0$, $Mt = 8.10^4 \frac{3.x2\pi}{360} \times \frac{\pi.d^4}{32}$

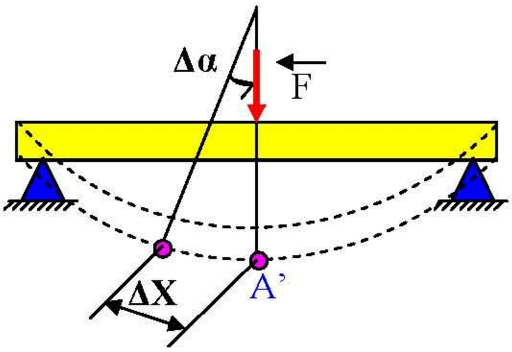
الإنحنـــاء البسيــط

1- تعريــــف : نقول بأن عارضة قابلة للإنفعال الإنحناء إذا تعرضت إلى قوى عمودية على سطح التوليد الذي تولد به آلياف طولية تعمل على تشكيل هذا القضيب أو العارضة بحيث أن أبعادها العرضية صغيرة جدا بالنسبة لأبعادها الطولية

1-1) إفتراضــات الإنحنـــاء :

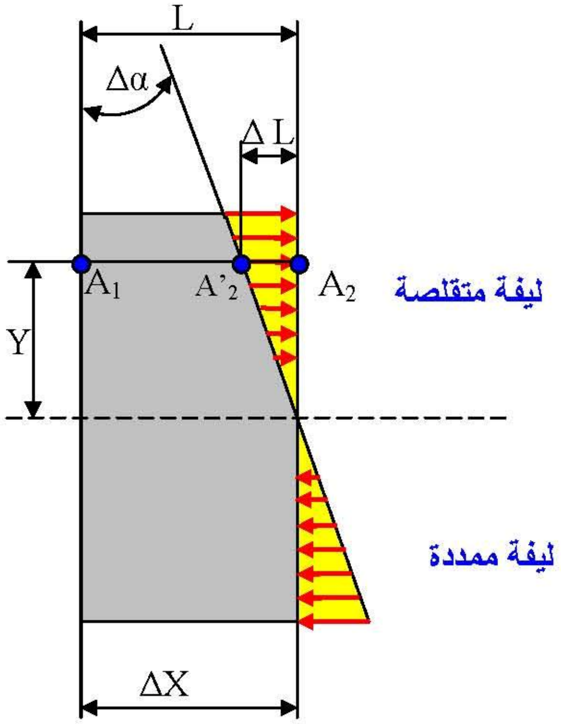
- تكون القطعة التي تجرى عليها عملية الإختبار من معدن متجانس الحبيبات
- تكون القطعة أثناء الإختبار موضوعة على أفقيا و القطعة المؤثرة الأخرى عمودية على سطح التوليد
- أثناء تطبيق القوى على سطح التوليد بعض الألياف قد تتمدد و الأخرى قد تتقلص

2- تطبيق قانون هوك على الإنحناء :



نأخذ عارضة من الصلب المستوي ذو مقطع مستطيل الشكل ترتكز على طرفيها على ركيزتين ثم نطبق على منتصفها قوة (F) رغبة في إنحنائها

1-2) الإجهاد الناظيمي ذو الطابع الأول :



نحن نعلم بأن قانون هوك في الشد و الضغط يكتب بالعبارة التالية

$$б = E \, . \, \varepsilon \Rightarrow \varepsilon = \frac{\Delta L}{L}$$

$$\Delta L = A_2 A'_2$$

$$L = \Delta X$$

$$\left.\begin{array}{l} tg\ \Delta\alpha = \dfrac{A_2 A'_2}{Y} = \Delta\alpha \\ \Delta\alpha \longrightarrow 0 \end{array}\right\} \Rightarrow A_2 A'_2 = Y \, . \, \Delta\alpha$$

بما أن الإجهاد الناظمي : $б = E \, . \, \varepsilon$

$$\Rightarrow б = E \, . \, \varepsilon = E \, . \, \frac{\Delta L}{L} = E \, . \, \frac{A_2 A'_2}{\Delta x} = E \, . \, \frac{Y \, . \, \Delta\alpha}{\Delta X}$$

بما أن ليفة متقلصة : $б = - E \, . \, Y \, . \, \dfrac{\Delta\alpha}{\Delta X} \quad (1)$

لو نراجع الشكل السابق لا وجدنا :

$$Arc\ AA' = R \, . \, \Delta\alpha = \Delta X \Rightarrow \Delta X = R \, . \, \Delta\alpha \Rightarrow \frac{\Delta\alpha}{\Delta X} = \frac{1}{R}$$

بالتعويض في المعادلة (1) نجد

$$б = - E \, . \, Y \, . \, \frac{1}{R} \quad (2)$$

و بما أن الإجهاد الناظمي من جهة أخرى $б = \dfrac{F}{S} \Rightarrow F = б \, . \, S$

و كما أن العزم $C = F \, . \, R$

$$\Rightarrow M_f = F \, . \, Y = б \, . \, S \, . \, Y = \frac{-E \, . \, Y \, . \, S \, . \, Y}{R} = \frac{-E \, . \, Y^2 \, . \, S}{R} \Rightarrow M_f = \frac{-E \, . \, I_0}{R}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{1}{R} = \frac{-M_f}{E \, . \, I_0} \quad (3)}$$

2-2) الإجهاد الناظيمي ذو الطابع الثاني :

لقد وجدنا في المعادلة (2) : $б = - E . Y . \dfrac{1}{R}$

ووجدنا في المعادلة (3) : $\dfrac{1}{R} = \dfrac{-M_f}{E . I_0}$

$$\Rightarrow б = \frac{-\cancel{E} . Y . (-M_f)}{\cancel{E} . I_0} \Rightarrow б = \frac{M_f}{\left[\dfrac{I_0}{Y}\right]}$$

$$\boxed{б = \frac{M_f}{\left[\dfrac{I_0}{Y}\right]}}$$

$Y_M = R$

3- شـــرط المقاومـــة للإنحنـــاء :

$б_{add} \geq б$

$$\boxed{б_{add} \geq \frac{M_f}{\left[\dfrac{I_0}{R}\right]}}$$

$б_{add}$ = الإجهاد الناظيمي المسموح (ن/مم^2)

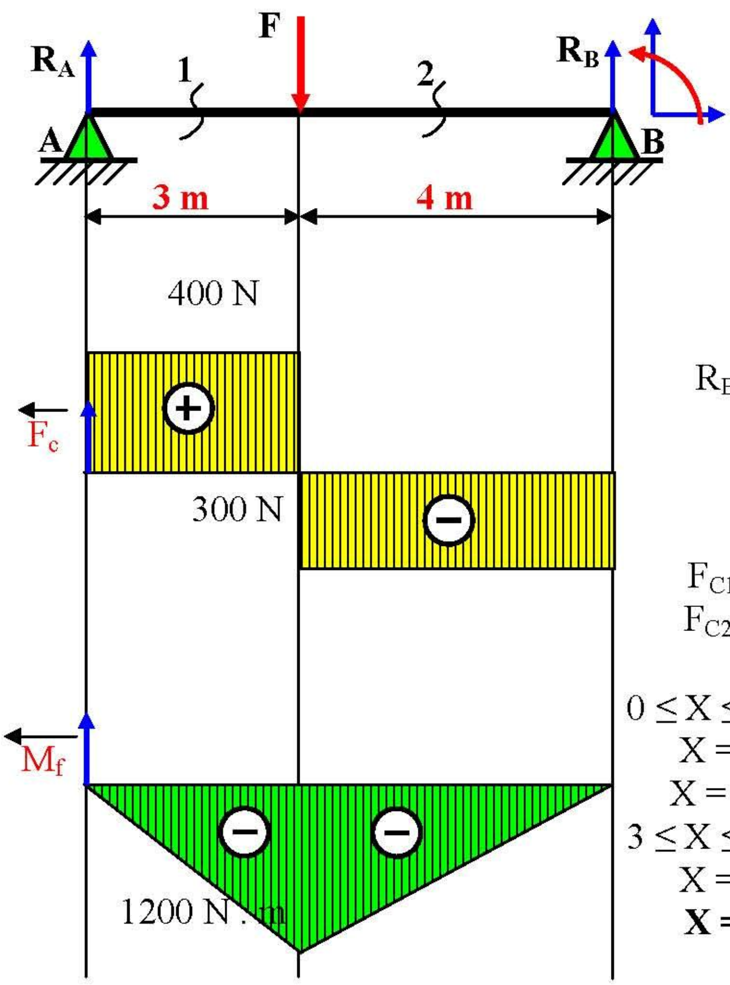
M_f = عزم الإنحناء (ن.مم)

I_0 = العزم التربيعي (مم^4)

R = نصف القطر (مم)

4- دراسة الإجهادات القاطعة و عزوم الإنحناء :

لتكن لدينا عارضة ترتكز على طرفيها بركيزتين في (A) ، (B) نطبق قوة $F = 700$ N ما بين الركيزتين



1-4) حســـــاب ردود الأفعـــال

$\sum F_{ex} / y = 0$

$R_A - F + R_B = 0$ .... (1)

$\sum M F_{ex} / _B = 0$

$F . 4 - R_A . 7 = 0$ .... (2)

$$R_A = \frac{F . 4}{7} = \frac{700 . 4}{7} = 400 \text{ N}$$

نعوض هذه القيمة في المعادلة (1) فنجد

$R_B = - R_A + F = - 400 + 700 = 300$ N

$\boxed{R_A = 400 \text{ N}}$ $\boxed{R_B = 300 \text{ N}}$

2-4) حســـاب قـــوى القطـــع

المنطقة (1) : $F_{C1} = R_A = 400$ N

المنطقة (2) : $F_{C2} = R_A - F = 400 - 700 = - 300$ N

3-4) حســـاب عـــزوم الإنحنـــاء

المنطقة (1) : $M_f = - R_A . X$ $0 \leq X \leq 3$ m

$X = 0 \Rightarrow M_f = - 400 . 0 = 0$

$X = 3 \Rightarrow M_f = - 400 . 3 = - 1200$ N . m

المنطقة (2) : $M_f = - R_A . X + F (x - 3)$ $3 \leq X \leq 7$m

$X = 3 \Rightarrow M_f = - 400 . 3 = -1200$ N . m

$\mathbf{X = 7} \Rightarrow M_f = - 400 . 7 + 700 . 4 = 0$ m

ملاحظـــــــة : - $M_f = - F_C . X$
- عدد المناطق يساوي عدد قوى القطع و يساوي عدد العزوم
- مجموع الأفعال تساوي مجموع ردود الأفعال
- عند نقاط ردود الأفعال $M_f = 0$

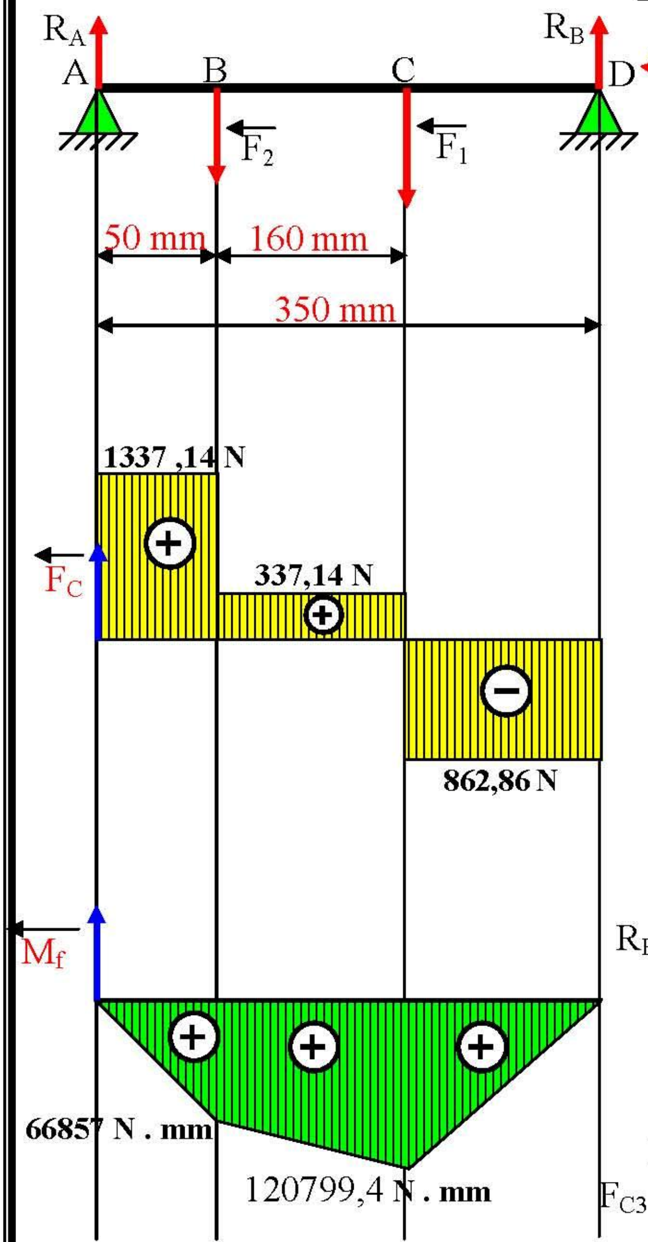
تمرينـــات تطبيقيـــة

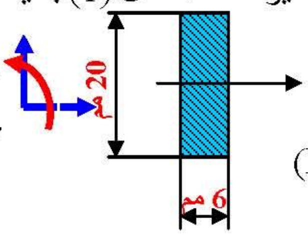
التمريــــــن (1) :

فرضا لدينا عارضة ذات مقطع مؤشوري كما يوضحه الشكل (1) بحيث

$\| \vec{F_1} \| = 1200$ N

$\| \vec{F_2} \| = 1000$ N





المطلــــــوب :

1. إحسب قيمة ردود الأفعال في (A) ، (B)
2. أوجد قيمة قوى القطع
3. أوجد قيمة عزوم الإنحناء
4. إستخرج مخطط قوى القطع و عزوم الإنحناء
5. ما هي قيمة عزم الإنحناء الأقصى
6. **أوجد قيمة الإجهاد المسموح الأقصى في (C)**

الحـــل

حســـــاب ردود الأفعـــال في (A) ، (B)

$\sum F_{ex}/y = 0$

$R_A - F_2 - F_1 + R_B = 0$ .... (1)

$\sum M\, F_{ex} /_D = 0$

$F_1 . 140 + F_2 . 300 - R_A . 350 = 0$ ....(2)

$I_0 \quad \frac{F_1 . 140 + F_2 . 300}{350\,\Delta L} = \frac{1200 . 140 + 1000 . 300}{350}$

$\boxed{R_A = 1337,14 \text{ N}}$

نعوض قيمة R_A في المعادلة (1)

$R_B = - R_A + F_2 + F_1 = - 1337,14 + 1200 + 1000 = 862,86$ N

$\boxed{R_B = 862,86 \text{ N}}$

حســـاب قوى القطــــع

المنطقة (1) : $F_{C1} = R_A = 1337,14$ N

المنطقة (2) : $F_{C2} = R_A - F_2 = 1337,14 - 1000 = 337 ,14$ N

المنطقة (3) : $F_{C3} = R_A - F_2 - F_1 = 337,14 - 1200 = - 862,86$ N

حســـاب عـــزوم الإنحنـــاء

المنطقة (1) : $M_{f1} = - R_A . X \qquad 0 \le X \le 50$

$X = 0 \Rightarrow M_{f1} = -1337,14 . 0 = 0$

$X = 50 \Rightarrow M_{f1} = - 1337,14 . 50 = - 66857$ N mm

المنطقة (2) : $M_{f2} = - R_A . X + F_2 (X - 50) \qquad 50 \le X \le 210$

$X = 50 \Rightarrow M_{f2} = - 1337,14 . 50 = - 66857$ N mm

$X = 210 \Rightarrow M_{f2} = - 1337,14 . 210 + 1000 . 160 = -120799,4$ N mm

المنطقة (3) : $M_{f3} = - R_A . X + F_2 . (X - 50) + F_1 . (X - 210) \qquad 210 \le X \le 350$

$X = 210 \Rightarrow M_{f3} = - 1337,14 . 210 + 1000 . 160 = -120799,4$ N mm

$X = 350 \Rightarrow M_{f3} = - 1337,14 . 350 + 1000 . 300 + 1200 . 140 = 0$ N mm

قيمة عزم الإنحناء الأقصى :

$M_f = 120799{,}4\ N\ .\ mm$

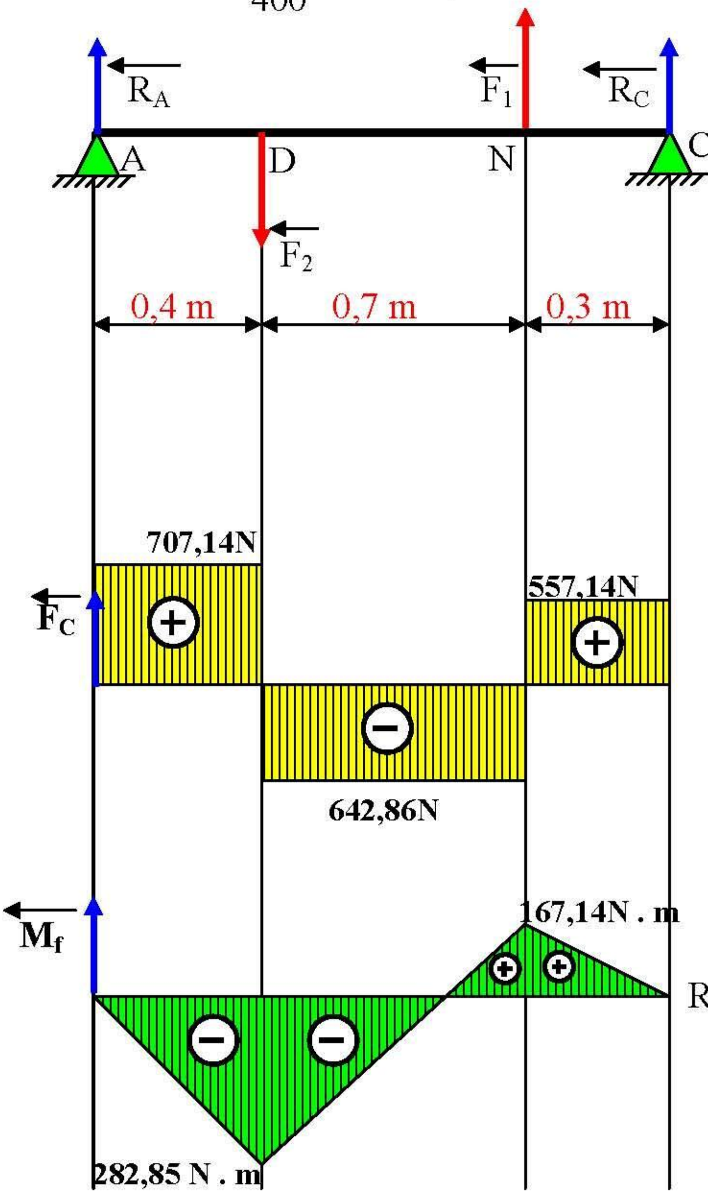
حساب الإجهاد المسموح الأقصى

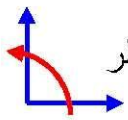
$$\sigma_{add} \geq \frac{M_f}{\left[\frac{I_0}{R}\right]}$$

$$\left.\begin{aligned} I_0 &= \frac{b\,h^3}{12} = \frac{6\ .\ (20)^3}{12} = 4000\ mm^4 \\ R &= \frac{h}{2} = \frac{20}{2} = 10\ mm \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{I_0}{R} = \frac{4000}{10} = 4000\ mm^3$$

$$\Rightarrow \sigma_{add} \geq \frac{120799{,}4}{400} = 301{,}99\ N/mm^2$$

$$\boxed{\sigma_{add\ MAX} = 302\ N/mm^2}$$





التمرين (2) :

فرضا العارضة ذات مقطع أسطواني الشكل أنظر الشكل (2) بحيث أن

$\|\vec{F_1}\| = 120\ dan$

$\|\vec{F_2}\| = 135\ dan$

$$Rp = \frac{0{,}7\ .\ Re}{s}$$

$Re = 120\ N/mm^2$

$s = 2$

1. إحسب قيمة ردود الأفعال
2. إحسب قيمة قوى القطع
3. إحسب قيمة عزوم الإنحناء
4. إستخرج مخطط قوى القطع و عزوم الإنحناء
5. أوجد قيمة القطر الأدنى

الحل

1. حساب قيمة ردود الأفعال

$$\sum \overrightarrow{F_{ex}}/y = 0$$

$$R_C + F_1 - F_2 + R_A = 0\ \ldots\ldots(1)$$

$$\sum \overrightarrow{M\,F_{ex}/c} = 0$$

$$-F_1\ .\ 0{,}3 + F_2\ .\ 1 - R_A\ .\ 1{,}4 = 0\ \ldots\ldots\ldots(2)$$

$$R_A = \frac{-F_1\ .\ 0{,}3 + F_2\ .\ 1}{1{,}4} = \frac{-1200\ .\ 0{,}3 + 1350\ .\ 1}{1{,}4}$$

$R_A = 707{,}14\ N$

نعوض هذه القيمة في المعادلة (1) فنجد

$$R_C = -F_1 + F_2 - R_A = -1200 + 1350 - 707{,}14 = -557{,}14\ N$$

$$\boxed{R_A = 707{,}14\ N} \qquad \boxed{R_C = -557{,}14\ N}$$

2 . حساب قوى القطع

المنطقة (1) : $F_{C1} = R_A = 707{,}14\ N$

المنطقة (2) : $F_{C2} = R_A - F_2 = 707{,}14 - 1350 = -642{,}86\ N$

المنطقة (3) : $F_{C3} = R_A - F_2 + F_1 = 707{,}14 - 1350 + 1200 = 557{,}14\ N$

3 . حســــاب عــزوم الإنحنـــــاء

المنطقة (1) : $M_{f1} = -R_A \,.\, X$ $\quad 0 \le X \le 0{,}4$

$X = 0 \qquad M_{f1} = 0$

$X = 0{,}4 \qquad M_{f1} = -R_A \,.\, 0{,}4 = -707{,}14 \,.\, 0{,}4 = -282{,}85 \text{ N.m}$

المنطقة (2) : $M_{f2} = -R_A \,.\, X + F_2\,(X - 0{,}4)$ $\quad 0{,}4 \le X \le 1{,}1$

$X = 0{,}4 \qquad M_{f2} = -707{,}14 \,.\, 0{,}4 = -282{,}85 \text{ N.m}$

$X = 1{,}1 \qquad M_{f2} = -707{,}14 \,.\, 1{,}1 + 1350 \,.\, 0{,}7 = 167{,}14 \text{ N.m}$

المنطقة (3) : $M_{f3} = -R_A \,.\, X + F_2\,(X - 0{,}4) - F_1\,(X - 1{,}1)$ $\quad 1{,}1 \le X \le 1{,}4$

$X = 1{,}1 \qquad M_{f3} = -707{,}14 \,.\, 1{,}1 + 1350 \,.\, 0{,}7 = 167{,}14 \text{ N.m}$

$X = 1{,}4 \qquad M_{f3} = -707{,}14 \,.\, 1.4 + 1350 \,.\, 1{,}1 - 1200 \,.\, 0{,}3 = 0$

4 . حســــــاب قيمة القطــر الأدنى :

$$\sigma_{add} \ge \frac{M_f}{\left[\dfrac{F_1}{.}\right]}$$

$$\left.\begin{array}{l} I_0 = \dfrac{\pi \,.\, \varnothing^4}{32} \\[2ex] R = \dfrac{\varnothing}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\frac{I_0}{R}\right] = \frac{\pi \,.\, \varnothing^3}{16}$$

$$\Rightarrow \sigma_{add} \ge \frac{M_f \,.\, 16}{\pi \,.\, \varnothing^3} \Rightarrow \varnothing \ge \sqrt[3]{\frac{M_f \,.\, 16}{\pi \,.\, \sigma_{add}}}$$

و بما أن $\sigma_{add} = \dfrac{0{,}7 \,.\, Re}{s}$

$$\Rightarrow \sigma_{add} = \frac{0{,}7 \,.\, 120}{2} = 42 \text{ N/mm}^2$$

$$\Rightarrow \varnothing \ge \sqrt[3]{\frac{282{,}85\ 10^3 \,.\, 16}{3{,}14 \,.\, 42}} = 58{,}57 \text{ mm}$$

$$\boxed{\varnothing_m = 58{,}57 \text{ mm}}$$

الإنحنـــاء البسيـــط

1- تعريـــف : ....

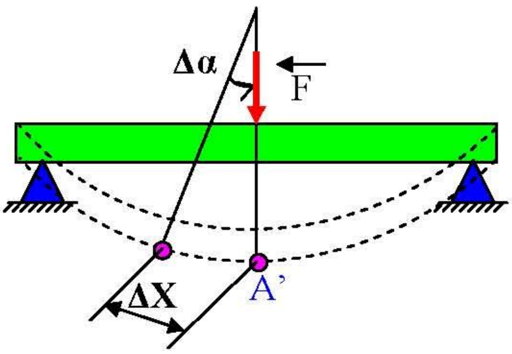
....

....

1-1) إفتراضـــات الإنحنـــاء :

- ....
- ....
- ....

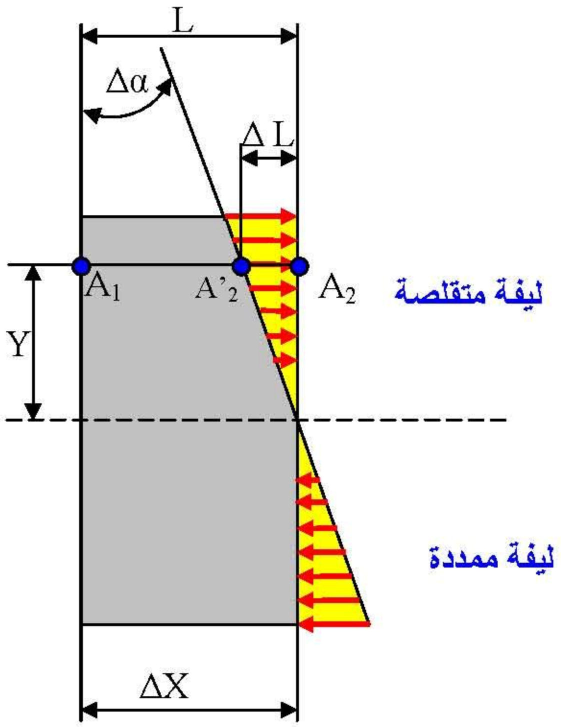
2- تطبيق قانون هوك على الإنحناء :



نأخذ عارضة من الصلب المستوي ذو مقطع مستطيل الشكل ترتكز على طرفيها على ركيزتين ثم نطبق على منتصفها قوة (F) رغبة في إنحنائها

1-2) الإجهاد الناظيمي ذو الطابع الأول :

نحن نعلم بأن قانون هوك في الشد و الضغط يكتب بالعبارة التالية



....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

2-2) الإجهاد المماسي ذو الطابع الثاني :

لقد وجدنا في المعادلة (2) : ....

ووجدنا في المعادلة (3) : ....

....

....

....

....

3- شـــرط المقاومـــة للإنحنـــاء :

.... $= \sigma_{add}$ ....

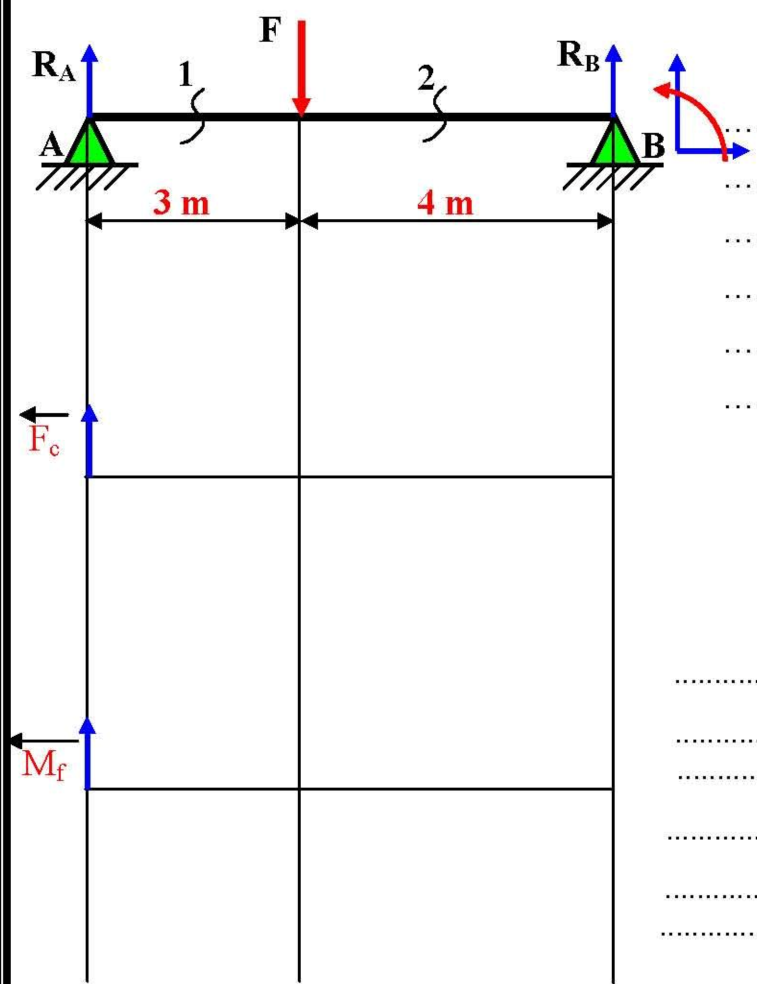
$= M_f$ ....

$= I_0$ ....

$= R$ ....

4- دراسة الإجهادات القاطعة و عزوم الإنحناء :

لتكن لدينا عارضة ترتكز على طرفيها بركيزتين في (A) ، (B) نطبق قوة $F = 700\ N$ ما بين الركيزتين



1-4) حســـــاب ردود الأفعـــال

....

....

....

....

....

....

2-4) حســـاب قــوى القطـــع

المنطقة (1) ....

المنطقة (2) : ....

3-4) حســـاب عـــزوم الإنحنـــاء

المنطقة (1) : ....

....

....

المنطقة (2) : ....

....

....

ملاحظــــــة : - $M_f = -F_C . X$
- عدد المناطق يساوي عدد قوى القطع و يساوي عدد العزوم
- مجموع الأفعال تساوي مجموع ردود الأفعال
- عند نقاط ردود الأفعال $M_f = 0$

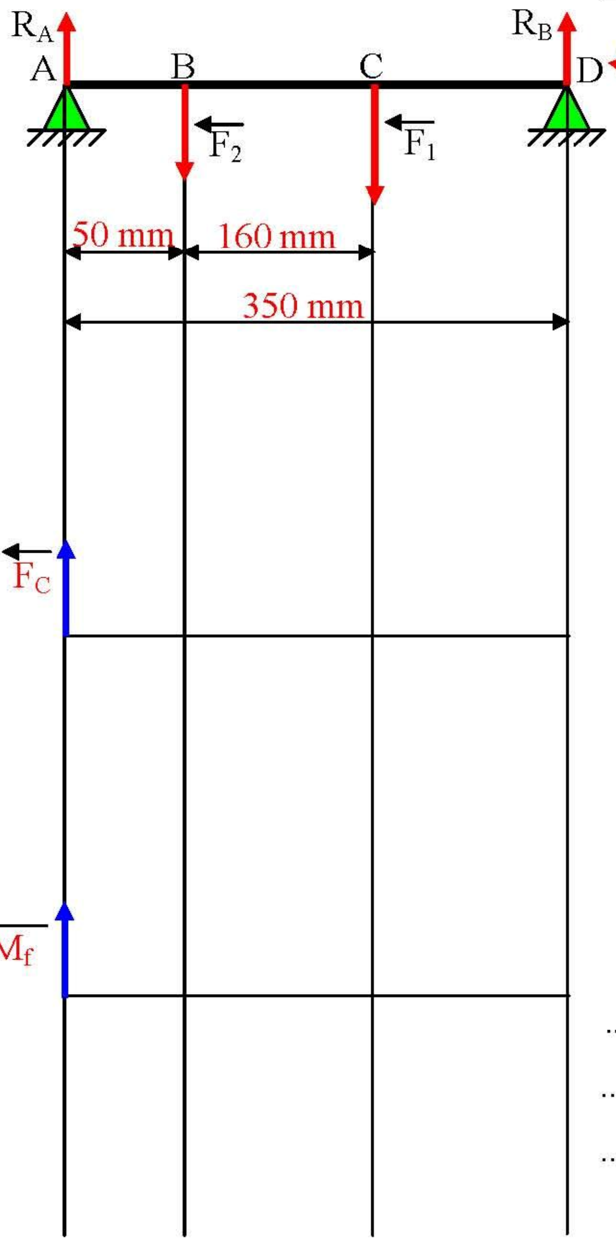
تمرينـــات تطبيقيـــة

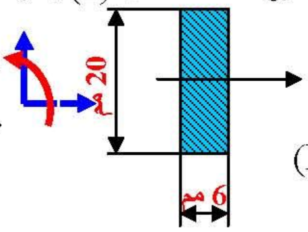
التمريـــــن (1) :

فرضا لدينا عارضة ذات مقطع مؤشوري كما يوضحه الشكل (1) بحيث

$\|\vec{F_1}\| = 1200\ N$

$\|\vec{F_2}\| = 1000\ N$





المطلـــــــوب :

7. إحسب قيمة ردود الأفعال في (A) ، (B)
8. أوجد قيمة قوى القطع
9. أوجد قيمة عزوم الإنحناء
10. إستخرج مخطط قوى القطع و عزوم الإنحناء
11. ما هي قيمة عزم الإنحناء الأقصى
12. أوجد قيمة الإجهاد المسموح الأقصى في (C)

الحـــل

حســـــاب ردود الأفعـــال في (A) ، (B)

....

....

....

....

....

....

....

....

حســـاب قوى القطـــــع

المنطقة (1) : ....

المنطقة (2) : ....

المنطقة (3) : ....

حســـاب عــزوم الإنحنـــاء

المنطقة (1) : ....

....

....

المنطقة (2) : ....

....

....

المنطقة (3) : ....

....

....

قيمـــة عــــزم الإنحنـــاء الأقصـــى :

....

حســـاب الإجهـــاد المسمـــوح الأقصـــى

....

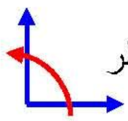
....

....

....

....

التمريــــــــن (2) :



فرضا العارضة ذات مقطع أسطواني الشكل أنظر الشكل (2) بحيث أن

$\|\overleftarrow{F_1}\| = 120$ dan

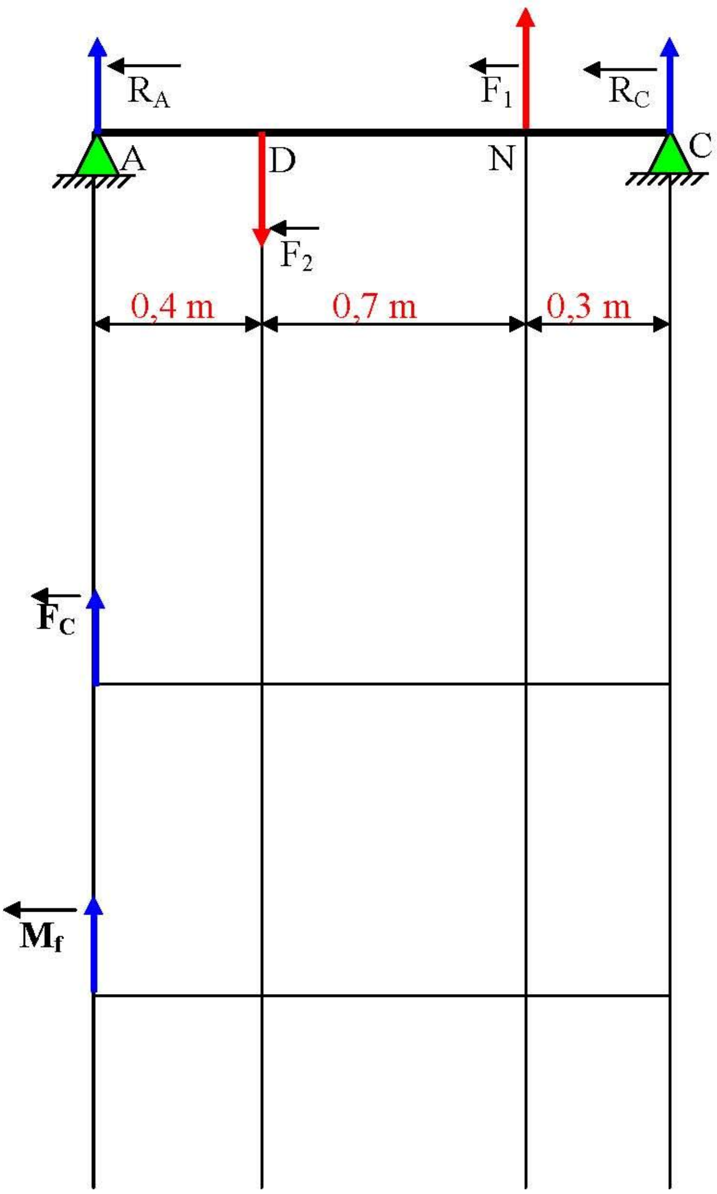
$\|\overleftarrow{F_2}\| = 135$ dan

$Rpg = \dfrac{0,7 \ . \ Re}{s}$

$Re = 120 \ N/mm^2$

$s = 2$

6. إحسب قيمة ردود الأفعال
7. إحسب قيمة قوى القطع
8. إحسب قيمة عزوم الإنحناء
9. إستخرج مخطط قوى القطع و عزوم الإنحناء
10. أوجد قيمة القطر الأدنى



الحـــــل

2. حســـاب قيمـــة ردود الأفعـــال

....

....

....

....

....

....

....

....

....

R_A = ...

R_C = ...

2 . حســـاب قـــوى القطـــع

المنطقة (1) : ....

المنطقة (2) : ....

المنطقة (3) : ....

3 . حســــــاب عــزوم الإنحنــــــاء

المنطقة (1) : ....

....

....

المنطقة (2) : ....

....

....

المنطقة (3) : ....

....

....

4 . حســــــاب قيمة القطـــر الأدنى :

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....