الإجابة النموذجية لموضوع امتحان البكالوريا دورة: **2015**

اختبار في مادة: الرياضيات الشعبة: تقني رياضي المدة: **04** ساعات ونصف

(الموضوع الأول) عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأوّل: (04 نقاط)		**04 نقاط**
1. أ - $z_A=\sqrt{2}e^{i\left(-\frac{\pi}{4}\right)}=\sqrt{2}e^{i\left(\frac{7\pi}{4}\right)}$ ، $z_B=3\sqrt{2}e^{i\left(\frac{\pi}{4}\right)}$	0,5	
ب - $\left(\frac{z_A}{\sqrt{2}}\right)^n=e^{\frac{7n\pi}{4}}$ حقيقي معناه $\frac{7n\pi}{4}=k\pi$ وحسب غوص $n=4k$ حيث $k\in\mathbb{N}$	0,5	
جـ - لدينا: $z=z_A\times 4e^{i\frac{\pi}{12}}=4\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{6}}$ ومنه $\lvert z\rvert=4\sqrt{2}$ و $\arg(z)=-\frac{\pi}{6}$	0,5	
$\frac{z}{z_A}=\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)+i\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)$	0,5	
د - $\cos\frac{\pi}{12}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ و $\sin\frac{\pi}{12}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$	0,5	
2. أ - $z_C-z_A=e^{i\frac{\pi}{2}}\left(z_B-z_A\right)$ ومنه $z_C=-3+i$	0,5	
المثلث ABC متساوي الساقين وقائم في A .	0,25	
ب - $z_D=\frac{-z_A+z_B+z_C}{-1+1+1}=-1+5i$	0,25	
$z_D-z_C=z_B-z_A$ ومنه $\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AB}$ وبالتالي $ABDC$ متوازي أضلاع و ABC متساوي الساقين وقائم في A إذاً فهو مربع .	0,5	
التمرين الثاني: (05 نقاط)		**04,25 نقطة**
1. أ - $\overrightarrow{AB}(1;-2;0)\not\parallel\overrightarrow{AC}(-3;1;5)$ ومنه النقط A و B و C تعين مستويا.	0,5	
ب - $\vec{n}.\overrightarrow{AB}=0$ و $\vec{n}.\overrightarrow{AC}=0$ ومنه $\vec{n}(2;1;1)$ ناظمي للمستوي (ABC).	0,5	
معادلة (ABC) هي: $2x+y+z-6=0$.	0,25	
2. أ - معادلة المستوي $(\mathcal{P})$ هي: $x+y-3z-1=0$.	0,5	
$(\mathcal{P})$ و (ABC) متعامدان لأنّ $\vec{n}\perp\vec{n'}$ حيث $\vec{n'}(1;1;-3)$. ومنه $\vec{n}.\vec{n'}=0$	0,25	
ب - بالتعويض نجد $(\Delta)\subset(\mathcal{P})$ و $(\Delta)\subset(ABC)$	0,5	
3. أ - $H(5;-1;-3)$	0,5	
ب - $d\left(H;(\Delta)\right)=d\left(H;(\mathcal{P})\right)=\frac{12\sqrt{11}}{11}$	0,5	
4. أ - لدينا: $\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right)\vec{u}=0$ تكافئ $\overrightarrow{MH}.\vec{u}=0$ ومنه $(\mathcal{P}')$ هو المستوي الذي يشمل النقطة H و $\vec{u}$ شعاع ناظمي له .	0,5	
معادلة $(\mathcal{P}')$ هي $4x-7y-z-30=0$.	0,25	

172

تابع للموضوع الأول — عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
ب - $E\left(\frac{43}{11};-\frac{23}{11};\frac{3}{11}\right)$ ومنه $(\mathcal{P})\cap(ABC)\cap(\mathcal{P}')=(\Delta)\cap(\mathcal{P}')=\{E\}$	0,5	0,75 نقطة
جـ - $d\left(H;(\Delta)\right)=EH=\frac{12\sqrt{11}}{11}$	0,25	
التمرين الثالث: (03,5 نقطة)		03, 5 نقطة
1. أ - $8^0\equiv 1[13]$ ، $8^1\equiv 8[13]$ ، $8^2\equiv 12[13]$ ، $8^3\equiv 5[13]$ ، $8^4\equiv 1[13]$ ومنه لكل $k\in\mathbb{N}$ $8^{4k+\alpha}\equiv 8^{\alpha}[13]$ مع $\alpha\in\{0;1;2;3\}$.	01	
ب - $42\times 138^{2015}+2014^{2037}-3\equiv 3\times 5-1-3[13]$ ومنه الباقي 11.	0,75	
2. أ - $(5n+1)\times 64^n-5^{2n+3}\equiv(5n+1)8^{2n}-(-8)^{2n+3}[13]$ أي $(5n+1)\times 64^n-5^{2n+3}\equiv(5n+1)8^{2n}+8^{2n}\times 5[13]$ ومنه $(5n+1)\times 64^n-5^{2n+3}\equiv(5n+6)8^{2n}[13]$	01	
ب - $5n+6\equiv 0[13]$ لأن 8^{2n} أولي مع 13 إذاً $n\equiv 4[13]$ و $n\in\mathbb{N}$	0,75	
التمرين الرابع: (07,5 نقطة)		04 نقطة
I) 1. $\lim\limits_{x\to -2^{>}}h(x)=+\infty$ ؛ $\lim\limits_{x\to+\infty}h(x)=+\infty$	0,5	
2. من أجل كل x من $]-2;+\infty[$: $h'(x)=\frac{2\left(x^2+4x+3\right)}{x+2}$	0,25	
الدالة h متناقصة تماما على $]-2;-1]$ ومتزايدة تماما على $[-1;+\infty[$	0,25	
جدول تغيرات الدالة h.	0,25	
3. لكل x من $]-2;+\infty[$ ، $h(x)\geq 3$ ومنه $h(x)>0$.	0,25	
II) 1. $\lim\limits_{x\to -2^{>}}f(x)=-\infty$	0,25	
$x=-2$ معادلة المستقيم المقارب للمنحنى (C_f).	0,25	
$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$	0,25	
2. أ - لكل x من المجال $]-2;+\infty[$: $f'(x)=\frac{h(x)}{(x+2)^2}$	0,5	
ب - الدالة f متزايدة تماما على المجال $]-2;+\infty[$	0,25	
جدول تغيرات الدالة f.	0,25	
3. أ - $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(x+1)\right]=0$ ومنه (Δ) المستقيم المقارب المائل لـ (C_f).	0,25	
ب - (C_f) تحت (Δ) على $]-2;-1]$ ؛ (C_f) فوق (Δ) على $[-1;+\infty[$	0,5	

تابع للموضوع الأول — عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
4. أ - لكل x من المجال $]-2;+\infty[$: $f''(x)=\dfrac{-6+4\ln(x+2)}{(x+2)^3}$	0,25	03,5 نقطة
$f''(x)$ تنعدم عند $e^{\frac{3}{2}}-2$ وتغيّر إشارتها	0,25	
$A\left(e^{\frac{3}{2}}-2\,;e^{\frac{3}{2}}+3e^{-\frac{3}{2}}-1\right)$ نقطة انعطاف للمنحنى (C_f).	0,25	
ب - رسم المستقيمين المقاربين والمنحنى (C_f) .	0,75	
جـ - $s=\int_{-1}^{1}f(x)dx=\left[\frac{1}{2}x^2+x+\ln^2(x+2)\right]_{-1}^{1}=\left(2+\ln^2 3\right)cm^2$	0,5	
III) 1. $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}-1}\dfrac{g(x)-g(-1)}{x+1}=-3$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-1}\dfrac{g(x)-g(-1)}{x+1}=3$ الدالة g غير قابلة للاشتقاق عند العدد -1	0,75	
2. المنحنى (C_g) يقبل نصفي مماسين عند النقطة ذات الإحداثيتين $(-1;0)$.	0,25	
3. (C_g) ينطبق على (C_f) على المجال $]-1;+\infty[$ و (C_g) نظير (C_f) بالنسبة إلى محور الفواصل على المجال $]-2;-1[$.	0,5	

(الموضوع الثاني) — عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأوّل: (04 نقاط)		04 نقاط
1. أ - الجملة: $\begin{cases}x=2+\lambda\\y=3+2\lambda\\z=1-2\lambda\end{cases};(\lambda\in\mathbb{R})$ هي تمثيل وسيطي للمستقيم (Δ).	0,5	
ب - إحداثيات النقطة C نقطة تقاطع المستقيمين (D) و (Δ) هي : $(1;1;3)$.	0,5	
2. $\vec{n}\perp\vec{u}$ و $\vec{n}\perp\vec{v_{(D)}}$ ومنه $\vec{n}(2;-2;-1)$ شعاع ناظمي للمستوي $(\mathcal{P})$	0,5	
المعادلة الديكارتية للمستوي $(\mathcal{P})$ هي: $2x-2y-z+3=0$.	0,5	
3. أ - المعادلة الديكارتية للمستوي $(\mathcal{Q})$ هي: $x+2y-2z-9=0$.	0,5	
ب - $E\in(\Delta)\cap(\mathcal{Q})$ ومنه $E\left(\frac{7}{3};\frac{11}{3};\frac{1}{3}\right)$	0,5	
جـ - $d(B;(\Delta))=BE=\sqrt{10}$	0,5	
د - $S_{BEC}=\frac{1}{2}BE\times CE=2\sqrt{10}\,ua$	0,5	

174

(تابع للموضوع الثاني)	عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الثاني: (05 نقاط)			**05 نقاط**
1.	$\Delta = 16\left(\sin^2\theta - 1\right) = \left(4i\cos\theta\right)^2$. ومنه $z' = 2\sin\theta + 2i\cos\theta$ ، $z'' = 2\sin\theta - 2i\cos\theta$	0,75	
2.	$z_1 = \sqrt{3} + i = 2e^{i\frac{\pi}{6}}$ و $z_2 = \sqrt{3} - i = 2e^{i\left(-\frac{\pi}{6}\right)}$.	0,5	
3. أ -	$\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = i\sqrt{3}$	0,5	
	$\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = \sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}$ ، المثلث ABC قائم في A .	0,5	
ب -	$z_C - z_A = \sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}\left(z_B - z_A\right)$ ومنه C هي صورة B بالتشابه المباشر S الذي مركزه A ، نسبته $\sqrt{3}$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$.	0,75	
جـ -	$t(B) = D$ تعني $z_D = z_B + z_{\overrightarrow{AC}}$ ومنه $z_D = 3\sqrt{3} - i$	0,5	
	$\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC}$ والمثلث ABC قائم ومنه الرباعي $ABDC$ مستطيل	0,5	
4. أ -	(Γ_1) هي الدائرة ذات القطر $[BC]$ باستثناء B .	0,5	
ب -	(Γ_2) هي المستقيم (BC) باستثناء B .	0,5	
التمرين الثالث: (04 نقاط)			**04 نقاط**
1. أ -	إعادة رسم الشكل وتمثيل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 على حامل محور الفواصل	0,5	
ب -	التخمين : المتتالية (u_n) متزايدة ومتقاربة	0,25	
2. أ -	البرهان بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \le u_n < 8$.	0,75	
ب -	لكل عدد طبيعي $n \in \mathbb{N}$: $u_{n+1} - u_n = \sqrt{6u_n + 16} - u_n = \frac{(8 - u_n)(u_n + 2)}{\sqrt{6u_n + 16} + u_n}$	0,5	
جـ -	المتتالية (u_n) متزايدة على $\mathbb{N}$.	0,5	
3. أ -	نبيّن أنه لكل $n \in \mathbb{N}$: $0 < 8 - u_{n+1} \le \frac{1}{2}(8 - u_n)$.	0,75	
ب -	نبيّن أنه لكل $n \in \mathbb{N}$: $0 < 8 - u_n \le 8\left(\frac{1}{2}\right)^n$	0,5	
	$\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 8$	0,25	

175

تابع للموضوع الثاني — عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الرابع: (07 نقاط)		
I) 1. $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=-2$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$	0,5	
2. لكل x من $\mathbb{R}$ لدينا: $g'(x)=(x+3)e^x$.	0,25	
$g'(x)\le 0$ من أجل $x\in]-\infty;-3]$ و $g'(x)\ge 0$ من أجل $x\in[-3;+\infty[$	0,25	
الدالة g متناقصة تماما على المجال $]-\infty;-3]$ ومتزايدة تماما على المجال $[-3;+\infty[$	0,25	
جدول تغيّرات الدالة g .	0,25	
3. $g(0)=0$ ؛ $g(x)\le 0$ لكل $x\in]-\infty;0]$ و $g(x)\ge 0$ لكل $x\in[0;+\infty[$.	0,5	
II) 1. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}(x+1)\left[\frac{2x+3}{x+1}-e^x\right]=-\infty$ ؛ $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$	0,5	
2. أ - لكل عدد حقيقي x ، $f'(x)=-g(x)$.	0,5	
ب - إشارة $f'(x)$.	0,25	**07 نقاط**
جدول تغيرات الدالة f .	0,25	
جـ - $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(f(x)-y\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left[-xe^x-e^x\right]=0$ ؛ (Δ) مستقيم مقارب مائل لـ (C_f)	0,25	
(C_f) يقع فوق (Δ) من أجل $x\in]-\infty;-1[$. (C_f) يقع تحت (Δ) من أجل $x\in]-1;+\infty[$. (C_f) يقطع (Δ) عند النقطة $A(-1;1)$	0,5	
3. أ - بتطبيق مبرهنة القيم المتوسطة مرتين.	0,5	
$f(0,92)\approx 0,02$ ؛ $f(0,93)\approx -0,03$ ؛ $f(-1,56)\approx -0,002$ ؛ $f(-1,55)\approx 0,01$	0,5	
ب - رسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f).	0,75	
4. أ - $u(x)=xe^x$ إذاً $u'(x)=(x+1)e^x$	0,25	
ب - $A=\int_0^{\alpha}\left[2x+3-f(x)\right]dx=\alpha e^{\alpha}\, ua$	0,5	
جـ - $2,31<A<2,36$	0,25	