المجـال (I) : الطــاقة .

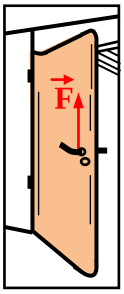
الوحـدة ③: العمل و الطاقة الحركية (حالة الحركة الدورانية)

● **الكفاءات المستهدفة :**

- يعبر ويحسب عزم قوة بالنسبة لمحور الدوران .
- يعرف عزم عطالة جسم .
- يعرف أن التوازن في حالة الدوران يفسر بعزم القوة لا بالقوة نفسها .
- يحدد الشرطين العامين لتوازن جملة ميكانيكية .

1 - عزم قوة بالنسبة لمحور ثابت :

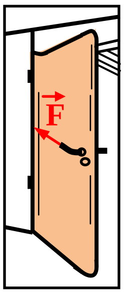
1-1) مفهوم العزم :



▪ الشكل – 1

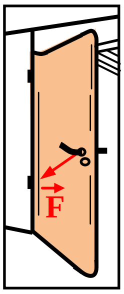
نشاط ① : نعلم أن الأبواب تدور حول محور ثابت ، ندعوه **محور الدوران (Δ)** ، يمر من مفاصلها .

- امسك بابًا من مقبضه و طبق عليها قوة نحو الأعلى بحيث يكون حامل القوة موازيًا لمحور دوران الباب (**الشكل – 1**) . هل يدور الباب ؟ .... (لا يدور الباب) .
- غيّر الآن اتجاه القوة بحيث يقطع حاملها محور دوران الباب كما هو مبين في (**الشكل – 2**) . هل يدور الباب ؟ .... (لا يدور الباب) .
- كيف يجب أن يكون اتجاه القوة حتى يكون لها فعل على دوران الباب ؟ .... (حتى يدور الباب ″ فتحه أو غلقه ″ يجب التأثير عليه بقوة حاملها لا يوازي و لا يلاقي محور الدوران) .



▪ الشكل – 2

نشاط ② : ارجع إلى النشاط السابق و طبق هذه المرة قوة كيفية $\vec{F}$ على مقبضها بحيث لا يقطع حاملها محور دوران الباب و ليست موازية له (**الشكل – 3**). هل لهذه القوة أثر على دوران الباب ؟ .... (نعم ، الباب يدور مالم يكون حامل القوة موازيًا لمحور دوران الباب أو يلاقيه) .



▪ الشكل – 3

● نتيجة استنتج بإكمال الفراغات :

حتى يكون لقوة $\vec{F}$ ، مطبقة على جسم صلب متحرك حول محور ثابت ، أثر دوراني على حركته يجب أن لا تكون هذه القوة موازية لمحور الدوران و لا يقطع حاملها هذا المحور .
نقول أن لقوة $\vec{F}$ مطبقة على جسم صلب متحرك حول محور ثابت عزم بالنسبة لهذا المحور إذا كان لها أثر على دوران هذا الجسم . نرمز لعزم قوة بالنسبة لمحور Δ بالرمز : $\mathcal{M}_{\vec{F}/\Delta}$.

1-2) عبارة عزم قوة بالنسبة لمحور :

نشاط ① : طبق في نفس الظروف قوة عمودية على مستوى هذا الباب مرة على مقبضها و مرة في نقطة قريبة من محور دورانها

1 - هل لهذه القوة أثر على دوران الباب في كلتا الحالتين ؟ .... (نعم ، للقوة فعل دوراني مختلف في كلتا الحالتين)
2 - هل الباب يدور بنفس السهولة ؟ .... (يدور الباب بسهولة أكثر كلما كانت نقطة تطبيق القوة بعيدة عن محور الدوران)
3 - هل الأثر الدوراني لهذه القوة على الباب يختلف في كل مرحلة ؟ .... (نعم ، يختلف الأثر الدوراني للقوة في كل مرحلة بحسب بعد نقطة تطبيقها عن محور دوران الباب) .
4 - مالذي تستنتجه بالنسبة لعزم القوة ؟ .... (إذا كانت شدة القوة ثابتة فإن عزم هذه القوة ″فعلها التدويري″ يتعلق ببعد نقطة تأثيرها عن محور الدوران الثابت ″ذراع القوة″) .

نشاط ② : ارجع للباب السابق و طبق على مقبضه قوة عمودية على مستوى الباب . أعد التجربة بتطبيق في نفس النقطة قوة بنفس الاتجاه و بشدة أكبر .

1 - هل يوجد فرق في الأثر الدوراني للقوة على الباب في كل حالة ؟ .... (نعم ، يوجد فرق في الأثر الدوراني للقوة ″عزمها″ بحسب شدة هذه القوة في كل حالة) .
2 - مالذي تستنتجه بالنسبة لعزم القوة ؟ .... (يتعلق كذلك عزم القوة بالنسبة لمحور دوران ثابت بشدة القوة حيث يتناسبان طرديًا) .

نشاط ③ : ارجع للباب السابق و طبق على مقبضه قوة عمودية على مستوى الباب . أعد التجربة بتطبيق في نفس النقطة قوة لها نفس الشدة و اتجاه معاكس لاتجاه القوة السابقة .

1 - هل يدور الباب في نفس الاتجاه ؟ .... (يدور الباب بالجهة المعاكسة لجهة دورانه السابقة عند تغيير اتجاه القوة المطبقة عليه) .
2 - هل يوجد فرق في الأثر الدوراني للقوة على الباب في كل حالة ؟ .... (نعم ، و بالاتجاه المعاكس) .

3 - مالذي تستنتجه بالنسبة لعزم القوة ؟ .... (نستنتج أنه توجد جهتان متعاكستان لدوران الباب يكون في احداهما عزم القوة **محركًا** نعتبره "**موجبًا**" و هي عادة الجهة المعاكسة لدوران عقارب الساعة ، بينما يكون العزم **مقاومًا** نعتبره "**سالبًا**" بالجهة المعاكسة أي بجهة دوران عقارب الساعة اصطلاحًا) .

4 - استنتج من النشاطات الأربعة مميزات عزم قوة بالنسبة لمحور ثابت . ... (عزم قوة بالنسبة لمحور ثابت يتعلق بشدة القوة و ببعد نقطة تطبيقها عن المحور و هو مقدار فيزيائي جبري) .

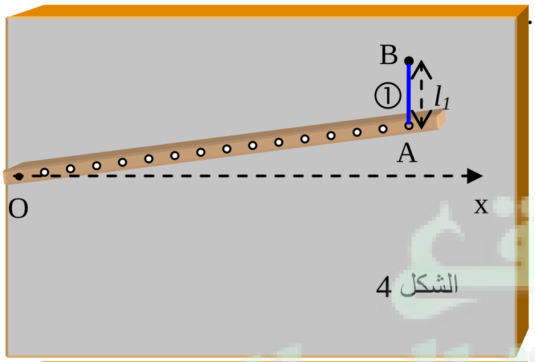
- نتيجة استنتج بإكمال الفراغات :

يتعلق عزم قوة $\vec{F}$ بالنسبة لمحور الدوران Δ حاملها لا يوازي و لا يقطع هذا المحور بشدّة و اتجاه هذه القوة و البعد العمودي بين حامل القوة و المحور Δ .

1 3) العمل التجريبي :

نشاط : الأدوات المستعملة

- خذ قضيبًا من خشب أبعاده $(1\ cm \times 1\ cm \times 50\ cm)$ تقريبًا . نهمل ثقله بالنسبة للقوى المعتبرة في هذه التجربة و اجعل فيه ثقوبًا صغيرة تسمح لك بتعليق خيوط مطاطية (أو نوابض) .
- خذ لوحًا (قطعة مسطحة) من خشب مستطيلة الشكل و غلفها بورقة بيضاء تسمح لك بتسجيل قياساتك عليها .
- اغرز في النقطة O مسمارًا يسمح للقضيب الدوران حوله و اجعل اللوح في وضع شاقولي .
- حضّر قارورة بلاستيكية معايرة (أو ربيعة) تقيس بها شدات القوى .

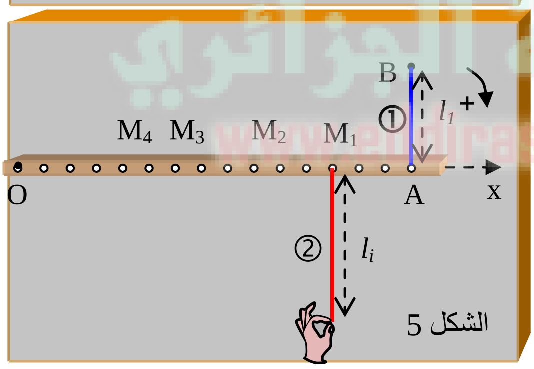


الشكل 4

العمل التجريبي :

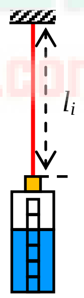
الجزء (أ) : علق القضيب بواسطة سلك مطاطي ① مربوط في النقطتين A و B (**الشكل – 4**) . علق مطاطًا آخر ② في النقطة M_1 ثم اسحبه بيدك حتى يصبح القضيب منطبقًا مع المحور الأفقي (Ox) الذي نختاره وضعًا مرجعيًا (**الشكل – 5**) . يكون المطاطان في هذه الحالة شاقوليين .

- علم على الورقة طول كل مطاط l_i و ارسم الخط الحامل له .
- أعد التجربة بتعليق المطاط ② في المواضع M_2 ، M_3 و M_4 و سجل في كل مرة طول المطاط ② ، الذي من أجله يكون القضيب أفقيًا .



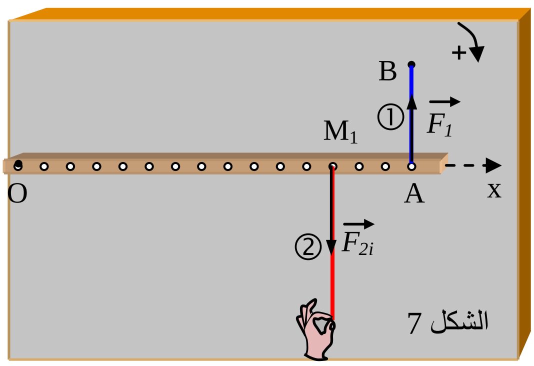
الشكل 5

- استعمل قارورة البلاستيك المعايرة سابقًا بوحدة النيوتن (الرّبيعة) و حدّد شدة القوة الموافقة لكل طول و ذلك بملأ القارورة بالكمية المناسبة من الماء التي تجعل المطاط يستطيل بالطول المناسب l_i (**الشكل – 6**) .



الشكل 6

- أرسم على ورقة التجربة باستعمال سلم رسم مناسب القوى المطبقة على القضيب من طرف المطاطات .
.... (أنظر الشكل – 7) .



الشكل 7

- دوّن نتائجك في الجدولين التاليين و أكملهما .

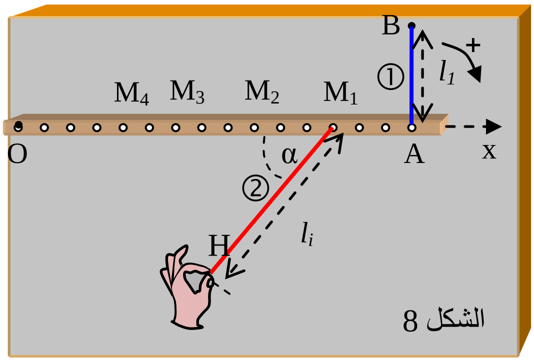
l_1 (m)	F_1 (N)	OA (m)	F_1.OA (N.m)
0,35	2	0,15	0,3

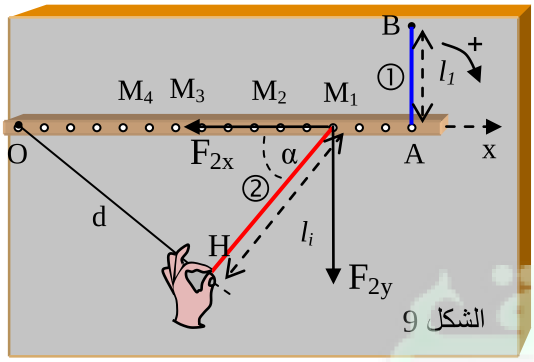
l_{2i} (m)	F_{2i} (N)	OM_i (m)	$F_{2i}.OM_i$ (N.m)
0,45	2,5	0,12	0,3
0,60	3,3	0,09	0,3
0,90	5,0	0,06	0,3
1,35	7,5	0,04	0,3

- قارن قيم جداء شدة القوة F_{2i} المطبقة من طرف المطاط ② على القضيب في البعد OM_i أي $(F_{2i}.OM_i)$. ماذا تلاحظ ؟
.... (نلاحظ أن : $F_{2i}.OM_i \approx C^{te} = 0,3\ N.m$ ، في كل الحالات بالنظر إلى أخطاء القياس)
- قارن هذه القيم مع الجداء $(F_1.OA)$ المتعلق بالمطاط ① .
.... (كما هو موضح في الجدول ، نلاحظ أن $\|F_{2i}.OM_i\| = \|F_1.OA\|$)

- ما هو أثر القوة المطبقة من طرف المطاط ① على القضيب ؟ .... (يدير المطاط① القضيب في الاتجاه المعاكس للاتجاه الموجب المختار)
- ما هو أثر القوة المطبقة من طرف المطاط ② على القضيب ؟ .... (يدير المطاط② القضيب في نفس الاتجاه الموجب المختار)

ماذا تستنتج ؟ .... (نستنتج أن : المجموع الجبري لعزوم القوى المطبقة على القضيب معدوم عند التوازن)





الجزء (ب) : نميل المطاط ② بحيث يصنع حامله زاوية α مع القضيب ثم نسحبه حتى يرجع القضيب إلى الوضع الأفقي المحدد (**الشكل – 8**) .

- ما هي شدة القوة التي يطبقها المطاط ② في هذه الحالة ؟

.... (شدة القوة التي يطبقها المطاط ② في هذه الحالة هي :

$$\left(\|\vec{F}_2\| = \sqrt[2]{F_{2x}{}^2 + F_{2y}{}^2} = \sqrt[2]{(F_2\cos\alpha)^2 + (F_2\sin\alpha)^2}\right.$$

- أحسب الجداء $(F_{2i}.OM_i)$ و قارنه مع $(F_1.OA)$. ماذا تلاحظ ؟

.... (نلاحظ أن $\|F_{21}.OM_1\| = \|F_1.OA\|$)

- أرسم القوة المطبقة من طرف المطاط ② ثم حللها إلى مركبتين (أفقية و شاقولية) . بماذا تتميز كل مركبة ؟

.... (تلاحظ أن المطاط استطال أكثر مما كان عليه في الجزء(أ) . الجداء $(F_2.OM_1)$ أكبر من الجداء $(F_1.OA)$ بخلاف ما كان عليه في الجزء (أ) .

عند تحليل القوة F_2 إلى مركبتين على المحور Ox و على المحور Oy يظهر أن المركبة F_{2x} ليس لها أثر دوراني لأن حاملها يمر من محور الدوران . للمركبة F_{2y} فقط أثر دوراني على القضيب و نجد أن F_{2y} يساوي F_{21} للجزء (أ)) .

- أي المركبتان لها فعل تدويري ؟ قارن قيمتها مع القيمة F_2 في الحالة السابقة . ... (كما هو موضح على الشكل – 9 : المركبة $F_{2x} = F_2.\cos\alpha$ ليس لها فعل تدويري "عزمها معدوم" لأن حاملها يلاقي محور الدوران، بينما المركبة $F_{2y} = F_2.\sin\alpha$ لها فعل تدويري غير معدوم ، مقداره : $\|F_{2y}.OM_1\| = \|F_2.\sin\alpha.OM_1\| = \|F_2.d\| = \|F_1.OA\|$) .

الجزء (جـ) : مثل H المسقط العمودي للنقطة O على حامل القوة $\vec{F}_2$ (**الشكل – 8**) . نسمي $OH = d$ "ذراع القوة $\vec{F}_2$" .

- أحسب الجداء $(F_2.d)$. ماذا تلاحظ ؟ .... (نلاحظ أن : $F_{2y}.OM_1 = F_2.d$) .
- ماذا تستنتج ؟ .... (نستنتج أن : عزم قوة بالنسبة لمحور ثابت يساوي جداء شدتها بذراعها "البعد العمودي بين حامل القوة و محور الدوران") .

• نتيجة استنتج بإكمال الفراغات :

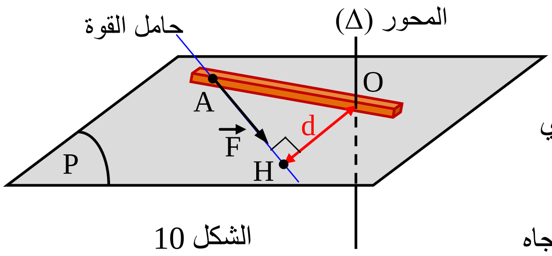
يحسب عزم قوة بالنسبة لمحور Δ . بجداء شدة هذه القوة في البعد العمودي d بين حامل هذه القوة و المحور Δ . و تكتب العبارة على الشكل : $\mathcal{M}_{\vec{F}/\Delta} = \|\vec{F}\|.d$

بعد اختيار اتجاه موجب للدوران يكون عزم القوة موجبا إذا كانت القوة تدير الجسم في الاتجاه الموجب و يكون سالبا إذا كانت تديره في الاتجاه السالب . نكتب حينئذ عبارة عزم القوة كما يلي : $\mathcal{M}_{\vec{F}/\Delta} = \pm\|\vec{F}\|.d$

في جملة الوحدات الدولية (S.I) ، يعبر عن عزم قوة بوحدة : **النيوتن × المتر (N.m)**

1-1) كيف نعيّن المسافة d ؟

النقطة O هي نقطة تقاطع المحور (Δ) مع المستوى (P) العمودي على هذا المحور و الحاوي للقوة $\vec{F}$. النقطة A هي نقطة تطبيق القوة (**الشكل – 10**) . تُمثِّل المسافة d البعد بين النقطتين A و H ، حيث H هو المسقط العمودي للنقطة O على حامل القوة $\vec{F}$.



الشكل 10

1-2) تأثير عدة قوى على جسم صلب يدور حول محور ثابت :

إذا أثرت عدة قوى على جسم صلب متحرك حول محور ثابت (Δ) ، يتعلق اتجاه دوران الجسم بالتأثير الدوراني الإجمالي لهذه القوى بالنسبة لهذا المحور .

نقبل أن التأثير الدوراني الإجمالي لعدة قوى هو المجموع الجبري لعزوم هذه القوى بالنسبة للمحور (Δ) و نرمز له بالرمز : $\mathcal{M}_{/\Delta}$

أي أن : $\mathcal{M}_{/\Delta} = \mathcal{M}_{\vec{F}_1/\Delta} + \mathcal{M}_{\vec{F}_2/\Delta} + \mathcal{M}_{\vec{F}_3/\Delta} + \ ...$

العزم مقدار جبري و إشارته تدل على اتجاه دوران الجسم :

- إذا كان العزم ″ موجبًا″ ، يدور الجسم بالاتجاه الموجب المختار .
- إذا كان العزم ″ سالبًا″ ، يدور الجسم بالاتجاه السالب .

2 - مزدوجة قوتين :

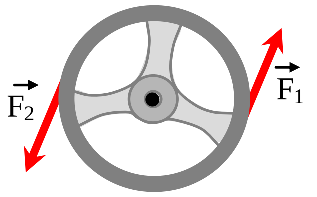
2-1) تعريف المزدوجة :

تدعى جملة قوتين محصلتهما معدومة (متوازيتين و متعاكستين بالاتجاه) و ليس لهما نفس الحامل مزدوجة قوتين (أو مزدوجة) .

نقتصر في هذه الدراسة على المزدوجات $(\vec{F}_1, \vec{F}_2)$ الموجودة في المستوى العمودي على محور دوران الجسم الصلب (**الشكل – 11**) .

مثال : لاحظ على الشكل المقابل تأثير القوتين $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ على مقود السيارة .

تمثل هاتان القوتان : مزدوجة $(\vec{F}_1, \vec{F}_2)$.



الشكل 11

2-2) عزم المزدوجة :

نشاط ① : تؤثر مزدوجة قوتين $(\vec{F}_1, \vec{F}_2)$ على مقود سيارة نصف قطره R (**الشكل – 12**) .

- اختر اتجاه موجب للدوران .... (لاحظ الشكل – 13)
- أحسب عزم القوة $\vec{F}_1$ بالنسبة لمحور الدوران .

.... (عزم محرك : $\mathcal{M}_{\vec{F}_1/\Delta} = +\|\vec{F}_1\|.R > 0$)

- أحسب عزم القوة $\vec{F}_2$ بالنسبة لمحور الدوران .

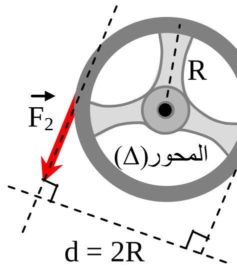
.... (عزم محرك : $\mathcal{M}_{\vec{F}_2/\Delta} = +\|\vec{F}_2\|.R > 0$)

- أحسب مجموع عزمي القوتين .

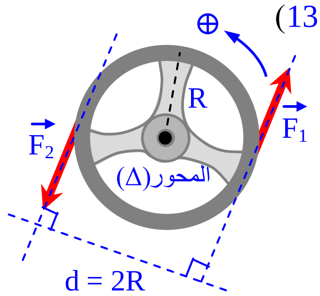
.... ($\mathcal{M}_{\vec{F}_1/\Delta} + \mathcal{M}_{\vec{F}_2/\Delta} = \|\vec{F}_1\|.R + \|\vec{F}_2\|.R$)

لكن بالتعريف : $\|\vec{F}_1\| = \|\vec{F}_2\| = \|\vec{F}\|$ ؛ $d = 2R$

بالتالي : ($\mathcal{M}_{\vec{F}_1/\Delta} + \mathcal{M}_{\vec{F}_2/\Delta} = \|\vec{F}\|(R + R) = \|\vec{F}\|.2R = \|\vec{F}\|.d$)



الشكل 12



الشكل 13

- استنتج عبارة عزم المزدوجة .

.... ($\mathcal{M}_{(\vec{F}_1,\vec{F}_2)/\Delta} = \mathcal{M}_{\vec{F}_1/\Delta} + \mathcal{M}_{\vec{F}_2/\Delta} = \|\vec{F}\|.d$) ، حيث d يسمى ″**ذراع المزدوجة**″ و هو البعد العمودي بين حاملي القوتين $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$)

☒ ملاحظة : لا علاقة لعزم المزدوجة بموضع محور الدوران (Δ) بين خطي عمل القوتين .

- نتيجة استنتج بإكمال الفراغات :

> يرجع حساب عزم مزدوجة قوتين $(\vec{F}_1, \vec{F}_2)$ تؤثر على جسم صلب يدور حول محور (Δ) إلى حساب المجموع الجبري لعزمي القوتين . يتعلق عزم هذه المزدوجة بشدّة احدى القوتين و البعد العمودي بين حاملي القوتين . و تكتب العبارة على الشكل :
>
> $$\mathcal{M}_{(\vec{F}_1,\vec{F}_2)/\Delta} = \mathcal{M}_{/\Delta} = \|\vec{F}\|.d$$

نشاط ② : تخيل أن المقود السابق يدور حول محور لا يمر من مركزه (**الشكل – 14**) .

لاحظ الأشكال الأربعة التالية ثم أتبع نفس الخطوات السابقة لحساب عزم مزدوجة القوتين اللتين تؤثران على المقود في كل حالة .

- هل يتعلق عزم مزدوجة القوتين بموضع محور الدوران ؟
- استنتج صيغة لعلاقة عزم مزدوجة .

نضع شدة كل قوة : $\|\vec{F}_1\| = \|\vec{F}_2\| = \|\vec{F}\|$

- الحالة 1:

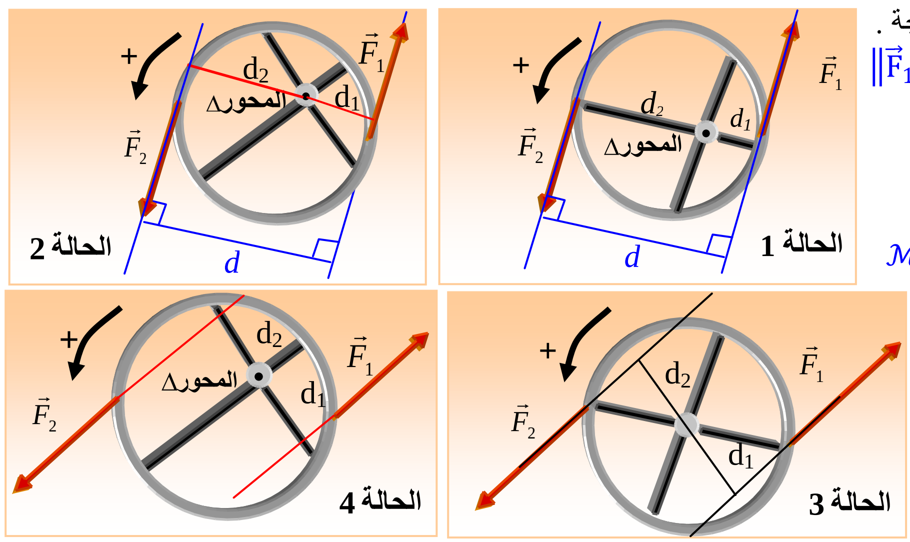
$$\mathcal{M}_{\vec{F}_1/\Delta} = +\|\vec{F}\|.d_1$$

$$\mathcal{M}_{\vec{F}_2/\Delta} = +\|\vec{F}\|.d_2$$

$$\therefore\ \mathcal{M}_{/\Delta} = \|\vec{F}\|(d_1 + d_2) = \|\vec{F}\|.d$$

- الحالات 2 ، 3 و 4 :

في كل حالة نتبع نفس الطريقة في الحساب و نجد دائما أن عزم المزدوجة يساوي جداء شدة إحدى القوتين في المسافة الفاصلة بين حاملي القوتين ولا يتعلق بموضع محور الدوران .



الشكل 14

- نتيجة استنتج بإكمال الفراغات :

لا يتعلق عزم مزدوجة قوتين موجودتين في المستوي العمودي على محور الدوران (Δ) لجسم صلب بموضع هذا المحور .
يحسب عزم المزدوجة بجداء شدة إحدى القوتين (شدة القوتين متساويتان) في البعد العمودي d بين حاملي القوتين :
$$\mathcal{M}_{/\Delta} = \|\vec{F}\|.d$$

☒ ملاحظة :
1- عندما نتكلم عن عزم مزدوجة لا نذكر المحور خلافًا عن عزم القوة التي يجب دائمًا ذكر المحور الذي يحسب بالنسبة إليه العزم
2- تدعى المسافة بين القوتين "ذراع المزدوجة" .

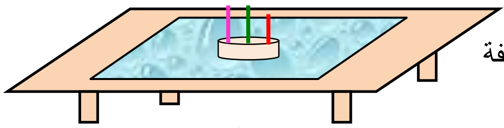
3 - عزم عطالة جسم صلب بالنسبة لمحور ثابت :

3-1) مركز الكتل :

تعريف : يعرف مركز كتل جملة مادية مؤلفة من مجموعة نقاط مادية كتلها : m_1 ، m_2 ، m_3 ، ... مواضعها على التوالي M_1 ، M_2 ، M_3 ، ... على أنه **مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط M_i المرفقة بالكتل m_i** . إذا اعتبرنا موضع مركز الكتل النقطة C ، يحسب موضعه بالعبارة التالية :
$$\boxed{m_1.\overrightarrow{CM_1} + m_2.\overrightarrow{CM_2} + m_3.\overrightarrow{CM_3} + \cdots = \vec{0}}$$
بالنسبة لنقطة O مختارة كمبدأ في مرجع معين ، تكتب العلاقة السابقة على الشكل :
$$\boxed{\overrightarrow{OC} = \frac{\Sigma m_i.\overrightarrow{CM_i}}{\Sigma m_i}}$$

3-2) مركز العطالة :

نشاط : ضع صفيحة زجاجية على طاولة ثم خذ قطعة صابون و اغرز فيها ثلاثة اعمدة صغيرة (أعواد ثقاب ، مصاصات مشروبات ، ...) في مواضع مختلفة على أن يكون أحد الأعمدة في مركز القطعة **(الشكل – 15)** .
بلّل قطعة الصابون ثم ضعها على اللوح الزجاجي و ادفعها لتتحرك عليه .


الشكل 15

- هل لكل الأعمدة مسارات متشابهة ؟ .... (لا يكون لكل الأعمدة مسارات متشابهة بل يكون لها مسارات عشوائية مختلفة) .
- ما هو العمود الذي له مسار خاص ؟ و ما نوع هذا المسار ؟ .... (العمود الذي له مسار خاص هو العمود المغروز في مركز قطعة الصابون حيث يسلك مسارًا مستقيمًا و يكون للعمودين الآخرين مسارين منحنيين عشوائيين) .

نتيجة استنتج بإكمال الفراغات :

في الأجسام الصلبة التي نعتبرها مجموعة نقاط مادية ، توجد نقطة واحدة لها حركة خاصة (حركة مستقيمة منتظمة اذا كانت الجملة معزولة) ندعوها مركز عطالة الجملة أو مركز عطالة الجسم و نرمز لها عادة بالرمز C . إذا كانت الكتلة لا تتعلق بسرعة الجسم كما هو الحال في دراستنا ، ينطبق مركز العطالة مع مركز الكتل .

3-3) مركز عطالة بعض الأجسام البسيطة :

نعتبر في دراستنا حالة الأجسام الصلبة المتجانسة **(الشكل – 16)** .

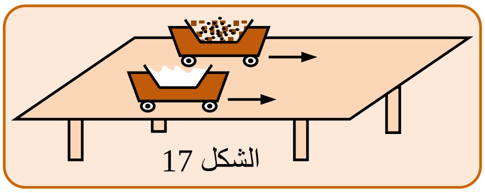

الشكل 16

1 - الأجسام الصلبة (ذات الشكل الهندسي المنتظم)التي تملك مركز تناظر يكون مركز عطالة هذه الأجسام منطبقًا مع مركز تناظرها .
2 - الأجسام الصلبة التي لها محور تناظر أو مستوى تناظر ، ينتمي مركز عطالة هذه الأجسام لمحور التناظر أو مستوى التناظر .

☒ ملاحظة : ينطبق مركز العطالة مع مركز الكتل في كل الحالات التي نحن بصدد دراستها .

3-4) عطالة الأجسام الصلبة :

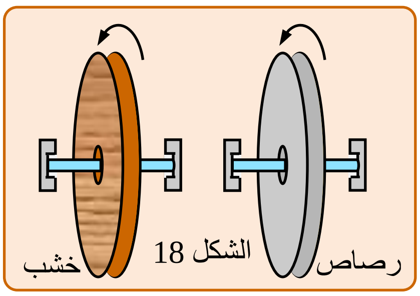
نشاط ① : خذ عربتين متماثلتين و ضع عليهما إنائين متماثلين فارغين .
إملأ أحد الإنائين بالرمل و الآخر بالصوف **(الشكل – 17)** .
ادفع بيدك العربة الأولى ثم ادفع بنفس الكيفية العربة الثانية (أي بتطبيق قوة مماثلة للحالة الأولى) .


الشكل 17

- ما هي العربة التي أحسست أنها "تسارعت" حركتها أكثر عند الاقلاع ؟ .... (العربة المعبأة بالصوف هي التي تتسارع أكثر عند الاقلاع) .
- ما هي العربة التي أحسست أنها تقاوم أكثر تغير السرعة ؟ هل هي العربة الثقيلة أم الخفيفة ؟ .... (الثقيلة المعبأة بالرمل) .

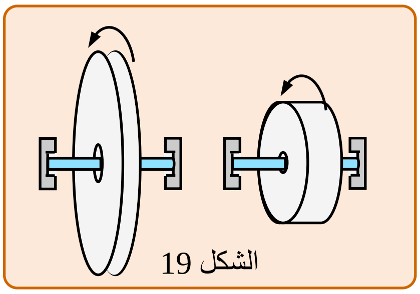
نشاط ② :

جزء أ) خذ قرصين متماثلين (لهما نفس القطر و نفس السمك) واحد من خشب و الآخر من رصاص مثلاً **(الشكل – 18)** . اجعل كل قرص يدور حول محور أفقي يمر من مركزه . طبق على حافة القرص و بنفس الكيفية قوة لها نفس القيمة تجعلهما يدوران حول هذين المحورين .



الشكل 18

- أي قرص يبدي مقاومة أكبر للأثر الدوراني لهذه القوة ؟ .... (قرص الرصاص) .
- في رأيك بماذا تتعلق هذه المقاومة للأثر الدوراني ؟ .... (تتعلق المقاومة التي يبديها كل قرص تجاه محاولة تدويره بمادة القرص أي بالكتلة الحجمية لمادته ، و بما أن للقرصين نفس الأبعاد (نفس الشكل و نفس الحجم) فإن هذه مقاومة الأثر الدوراني للقوة المطبقة على القرص تتعلق بكتلته) .


الشكل 19

جزء ب) خذ كمية من الجبس ، امزجه بالماء ثم اقسمه إلى نصفين متساويين .
اصنع بهما قرصين أحدهما قطره R و الآخر قطره 2R تقريبًا **(الشكل – 19)** .
طبق على حافة كل قرص و بنفس الكيفية قوة لها نفس القيمة تجعلهما يدوران حول محوريهما .

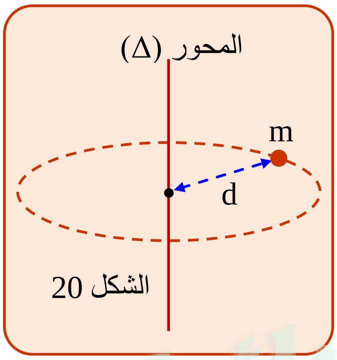
- أي قرص يبدي مقاومة أكبر للأثر الدوراني للقوة المطبقة عليه ؟ .... (القرص الذي قطره 2R) .
- في رأيك بماذا تتعلق هذه المقاومة للأثر الدوراني ؟ .... (تتعلق المقاومة التي يبديها كل قرص تجاه محاولة تدويره بشكل القرص) .

نتيجة استنتج بإكمال الفراغات :

تبدي الأجسام الصلبة المتحركة حول محور (Δ) مقاومة للأثر الدوراني للقوى المطبقة عليها ندعوها العطالة الدورانية . تتعلق هذه العطالة في الأجسام الصلبة بكتلة و شكل الجسم .

3-5) عزم عطالة جسم بالنسبة لمحور :

تقاس العطالة الدورانية لجسم صلب يدور حول محور ثابت (Δ) بمقدار فيزيائي يدعى :
"عزم عطالة الجسم بالنسبة للمحور (Δ)" .

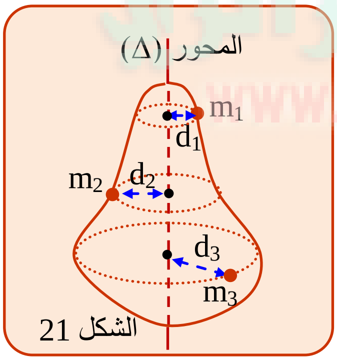


الشكل 20

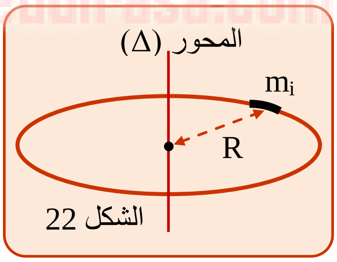
تعريف : يعرّف عزم العطالة $J_{/\Delta}$ بالنسبة لمحور (Δ) لجسم نقطي كتلته m و يبعد مسافة d عن هذا المحور بالعبارة التالية: $\boxed{J_{/\Delta} = m.d^2}$ **(الشكل – 20)** .
وحدة عزم العطالة في النظام الدولي هي : $\mathbf{kg.m^2}$.
يحسب عزم عطالة جملة من النقاط المادية كتلها : m_1 ، m_2 ، m_3 ... تبعد كلها عن محور الدوران الثابت على التوالي بالأبعاد : d_1 ، d_2 ، d_3 ... **(الشكل – 21)** . بجمع عزوم عطالة كل هذه النقاط بالنسبة لنفس المحور : $J_{/\Delta} = \Sigma m_i.d_i^2$.

☒ ملاحظة : عزم عطالة جسم صلب بالنسبة لمحور هو مقدار ثابت يميز الجسم .

مثال : حساب عزم عطالة حلقة كتلتها M و نصف قطرها R **(الشكل – 22)** .
لحساب هذا العزم نتبع الخطوات التالية :



الشكل 21



الشكل 22

- نقسم الحلقة إلى قطع صغيرة كتلها m_i يمكن اعتبارها نقاطاً مادية تبعد كل منها نفس البعد R عن محور الدوران (Δ) .
- تعتبر الحلقة جملة من النقاط المادية و بالتالي يحسب عزم عطالتها بالعبارة التالية :

$$J_{/\Delta} = m_1.R^2 + m_2.R^2 + m_3.R^2 + \dots$$
$$= (m_1 + m_2 + m_3 + \dots)R^2$$

أي : $J_{/\Delta} = \Sigma m_i.R^2 = \Sigma m_i.R^2 = M.R^2$
حيث : $M = \Sigma m_i$ هي كتلة الحلقة .

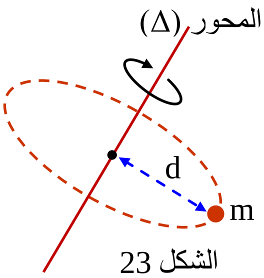
- عزوم عطالة بعض الأجسام الصلبة المتجانسة بالنسبة لمحاور مارة من مراكز عطالتها :

1) كتلة نقطية m تدور حول محور (Δ) على بعد d **(الشكل – 23)** :

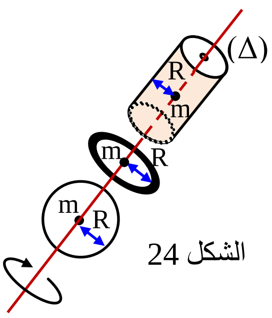
$$\boxed{J_{/\Delta} = m.d^2}$$

2) اسطوانة مجوفة ، حلقة ، كرة مفرغة ، ...
(كتلتها m و نصف قطرها R) **الشكل – 24** :

$$\boxed{J_{/\Delta} = m.R^2}$$



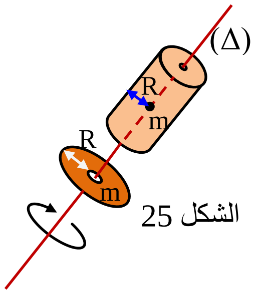
الشكل 23



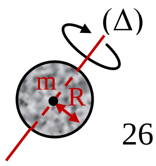
الشكل 24

3) اسطوانة مصمتة ، قرص متجانس (كتلة كل منهما m و نصف قطره R) **الشكل – 25** :

$$\boxed{J_{/\Delta} = \frac{1}{2}\,m.R^2}$$



الشكل 25



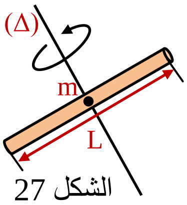
الشكل 26

4) كرة مصمتة نصف قطرها R كتلتها m موزعة بانتظام على كامل حجمها (**الشكل – 26**) :

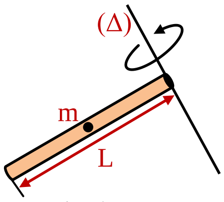
$$\boxed{J_{/\Delta} = \frac{2}{5}\,m.R^2}$$

5) قضيب اسطواني متجانس كتلته m طوله L بالنسبة لمحور عمودي عليه و مار من مركزه (**الشكل – 27**) :

$$\boxed{J_{/\Delta} = \frac{1}{12}\,m.L^2}$$



الشكل 27



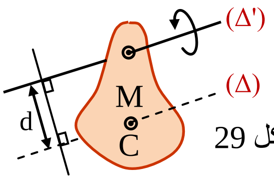
الشكل 28

6) قضيب اسطواني متجانس كتلته m طوله L بالنسبة لمحور عمودي عليه و يمر من أحد طرفيه (**الشكل – 28**) :

$$\boxed{J_{/\Delta} = \frac{1}{3}\,m.L^2}$$

6-3) نظرية هويغنز Huygens : عزم عطالة جسم صلب بالنسبة لمحور لا يمر بمركز كتلته : عزم عطالة جسم صلب بالنسبة لمحور (Δ') لا يمر بمركز كتلته يساوي عزم عطالة هذا الجسم بالنسبة لمحور (Δ) يوازي المحور (Δ') و يمر من مركز كتلته مضافاً إليه جداء كتلة الجسم في مربع البعد بين هذين المحورين (**الشكل – 29**) .

$$\boxed{J_{/\Delta'} = J_{/\Delta} + M.d^2}$$

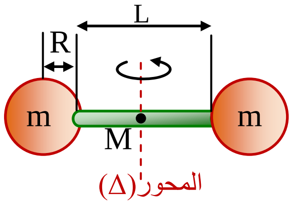


الشكل 29

مثال :

يمثل (**الشكل – 30**) جسمًا متكونًا من كرتين متماثلتين كتلة كل واحد منهما m و نصفي قطريهما R مرتبطتين بقضيب طوله L و كتلته M .

جد عزم عطالة الجسم بالنسبة للمحور (Δ) المار من منتصف القضيب .



الشكل 30

الحل :

عزم عطالة الجملة بالنسبة للمحور (Δ) : $J_{/\Delta} = J_1 + J_2 + J_3$

حيث : J_1 عزم عطالة الكرة الأولى ، عبارته حسب نظرية هويغنز : $J_1 = \frac{2}{5}m.R^2 + m\left(\frac{L}{2} + R\right)^2$

J_2 عزم عطالة الكرة الثانية ، بما أن الكرتان متماثلتان و تبعدان نفس البعد عن المحور (Δ) فإن : $J_2 = J_1$

J_3 عزم عطالة القضيب ، عبارته بالتعريف : $J_3 = \frac{1}{12}\,M.L^2$

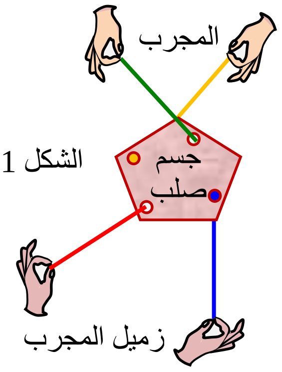
بالتعويض عن قيم J_1 ، J_2 و J_3 في عبارة $J_{/\Delta}$ نحصل على :

$$J_{/\Delta} = 2\left[\frac{2}{5}m.R^2 + m\left(\frac{L}{2} + R\right)^2\right] + \frac{1}{12}M.L^2 = \frac{4}{5}m.R^2 + 2m\left(\frac{L}{2} + R\right)^2 + \frac{1}{12}M.L^2$$

4 - توازن الجسم الصلب :

إذا كان الجسم الصلب "ساكنًا" في معلم عطالي (معلم مخبري مثلاً) أي لا ينسحب و لا يدور، نقول عنه أنه في "حالة توازن" بما أن الجسم لا ينسحب ، فحسب مبدأ العطالة (المدروس في السنة الماضية) فإن الأثر الاجمالي الإنسحابي عليه يكون معدومًا أي أن المجموع الشعاعي لجميع القوى المطبقة على الجسم معدوم : $\sum_i \vec{F}_i = \vec{0}$.

كذلك ، بما أن الجسم لا يدور ، هذا يعني أن الأثر الاجمالي الدوراني عليه معدوم أي أن المجموع الجبري لعزوم القوى المؤثرة على الجسم معدوم : $\sum \mathcal{M}_{\vec{F}/\Delta} = 0$.



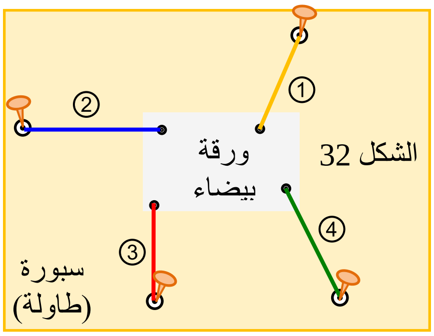
الشكل 31

نشاط ① : خذ جسمًا خفيفًا من الفلين (أو البوليستران) و بالاستعانة بزميل لك حاول أن تطبق عليه (بواسطة أسلاك مطاطية) أربعة قوى كيفية (**الشكل – 31**) .

- حقق توازن الجسم في وضعية كيفية للأيدي . هل يمكنكما الحصول على توازن حيث لا تكون حوامل القوى في نفس المستوى ؟ .... (ليس بالضرورة) .

نشاط ② : للقيام بالحسابات ، نقتصر على دراسة أوضاع التوازن التي تكون فيها القوى في نفس المستوى .

خذ هذه المرة جسمًا مسطّحًا خفيفًا من فلين أو ورق مقوى . طبق أربعة قوى بواسطة خيوط مطاطية مثبتة بواسطة دبابيس على لوح خشبي (طاولة ، سبورة ، ...) عليه ورقة بيضاء تسمح لك بتحديد موضع الجسم و الخيوط (**الشكل – 32**) .



الشكل 32

1 - علّم على الورقة البضاء بقلم شكل الجسم و حوامل الخيوط المطاطية ونقاط تثبيتها . رقّم المطاطات . ... (أنظر الشكل –32) .

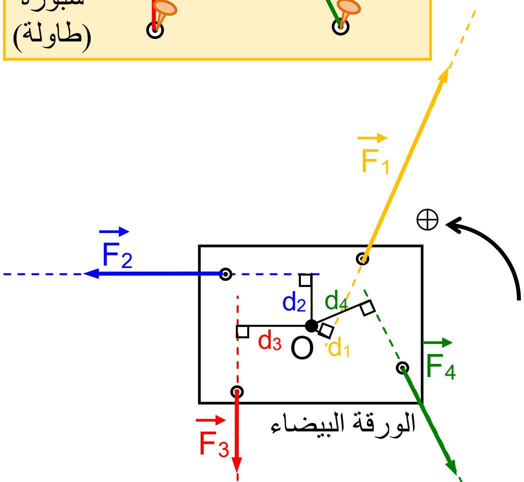
2 - استنتج شدات القوى المطبقة على الجسم بواسطة القارورة المعايرة (أو الربيعة) . ... (بعد المعايرة يمكن أن نجد :

$F_1 = 7\ N$ ، $F_2 = 5\ N$ ، $F_3 = 3\ N$ و $F_4 = 3{,}46\ N$

حيث : $(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = 120°$ ، $(\vec{F}_3, \vec{F}_4) = 30°$) .

3 - مثل على الورقة أشعة القوى المطبقة على الجسم باختيار سلّم .

.... (أنظر الشكل –33) .

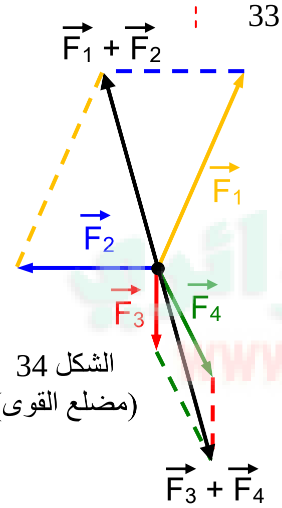


الشكل 33

4 - جد المجموع الشعاعي للقوى الأربع . ماذا تلاحظ ؟

.... (بالرجوع إلى "الشكل –34" أو مضلع القوى يتبين أن :

$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{0}$ ، حيث محصلة القوتين $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ معاكسة مباشرة لمحصلة القوتين $\vec{F}_3$ و $\vec{F}_4$) .



الشكل 34 (مضلع القوى)

5 - أحسب عزم كل قوة بالنسبة إلى نقطة كيفية تختارها .

.... (نختار مثلاً نقطة مركز الورقة البيضاء O كمرجع لحساب عزوم القوى ، فيكون بعد القياس : $d_1 = 1\ cm$ ، $d_2 = 3\ cm$ ، $d_3 = 7\ cm$ و $d_4 = 12{,}5\ cm$ بالتالي :

$\mathcal{M}_{\vec{F}_1/O} = +\|\vec{F}_1\|.d_1 = +0{,}07\ N.m$ ،

$\mathcal{M}_{\vec{F}_2/O} = +\|\vec{F}_2\|.d_2 = +0{,}15\ N.m$ ،

$\mathcal{M}_{\vec{F}_3/O} = +\|\vec{F}_3\|.d_3 = +0{,}21\ N.m$ ،

$\mathcal{M}_{\vec{F}_4/O} = -\|\vec{F}_4\|.d_4 = -0{,}43\ N.m$) .

6 - أحسب المجموع الجبري لهذه العزوم . ماذا تلاحظ ؟

.... (واضح أن : $\sum \mathcal{M}_{\vec{F}/O} = 0$

أي : $\mathcal{M}_{\vec{F}_1/O} + \mathcal{M}_{\vec{F}_2/O} + \mathcal{M}_{\vec{F}_3/O} + \mathcal{M}_{\vec{F}_4/O} = 0$) .

7 - استنتج عبارتي شرطي توازن جسم صلب خاضع لأربع قوى تقع في نفس المستوى . ... (مما سبق يتبين أن شرط التوازن لجسم صلب خاضع لأربع قوى تقع في مستو واحد هما :

$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{0}$ أو $\sum_i \vec{F}_i = \vec{0}$ .... (الشرط ①)

$\mathcal{M}_{\vec{F}_1/\Delta} + \mathcal{M}_{\vec{F}_2/\Delta} + \mathcal{M}_{\vec{F}_3/\Delta} + \mathcal{M}_{\vec{F}_4/\Delta} = 0$ أو $\sum \mathcal{M}_{\vec{F}/\Delta} = 0$ .... (الشرط ②)

8 - هل يبقى الجسم في حالة توازن إذا تحقق شرط واحد من شرطي التوازن ؟

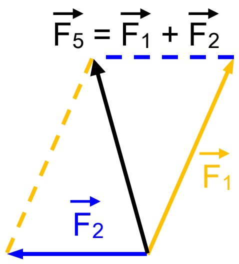
.... (لا يتوازن الجسم إلا إذا تحقق شرط التوازن ①و② معًا باستثناء حالة الحركة الانسحابية يكفي تحقق الشرط ①)

9 - اقترح طريقة عملية تبين فيها ذلك . ... (جسم معلق بخيط في نقطة ثابتة أو في نابض مثبت) .

نشاط ③ : عوض في التجربة السابقة قوتين بقوة واحدة (تعويض المطاطين ① و ② بمطاط واحد ⑤) محافظًا على نفس وضعية توازن الجسم السابقة (المرسومة على الورقة) . لتعيين خصائص هذه القوة نتبع الخطوات التالية :

- تعيين حامل القوة :

1 - أرسم على الورقة المجموع الشعاعي للقوتين المحذوفتين . ... (لاحظ الشكل – 35) .



الشكل 35

2 - كيف يجب أن يكون حامل المطاط ⑤ لتحقيق التوازن ؟

.... (يجب أن يكون حامل المطاط ⑤ منطبقًا على حامل القوة $\vec{F}_5$)

- تعيين نقطة تطبيق هذه القوة :

استعمل شرط التوازن الثاني $\sum \mathcal{M}_{\vec{F}/\Delta} = 0$ لتعيين نقطة تطبيق الخيط المطاطي ⑤ على الجسم حتى يتحقق التوازن السابق (يخضع الجسم لتأثير المطاطات ③ ، ④ و ⑤) .... ($\sum \mathcal{M}_{\vec{F}/O} = 0$

$\Leftarrow \mathcal{M}_{\vec{F}_5/O} + \mathcal{M}_{\vec{F}_3/O} + \mathcal{M}_{\vec{F}_4/O} = 0$ بالتالي : $\mathcal{M}_{\vec{F}_5/O} + 0{,}21 - 0{,}43 = 0 \Leftarrow \mathcal{M}_{\vec{F}_5/O} = +0{,}22\ N.m$

لكن : $\|\vec{F}_5\| = \sqrt{\|\vec{F}_1\|^2 + \|\vec{F}_2\|^2 + 2\|\vec{F}_1\|.\|\vec{F}_2\|\cos(\vec{F}_1, \vec{F}_2)} = 6{,}24\ N$ ؛ $\mathcal{M}_{\vec{F}_5/O} = +\|\vec{F}_5\|.d_5$

و منه : $d_5 = \frac{\mathcal{M}_{\vec{F}_5/O}}{\|\vec{F}_5\|} = \frac{0{,}22}{6{,}24} = 0{,}035\ m \Leftarrow d_5 = 3{,}5\ cm$

و هي المسافة التي يبعد بها حامل القوة $\vec{F}_5$ عن النقطة المختارة O .

☒ ملاحظة : نقطة التطبيق ليست وحيدة بل هي كل نقطة تنتمي للمستقيم الحامل للقوة $\vec{F}_5$ والذي يبعد المسافة d_5 عن النقطة المختارة O .

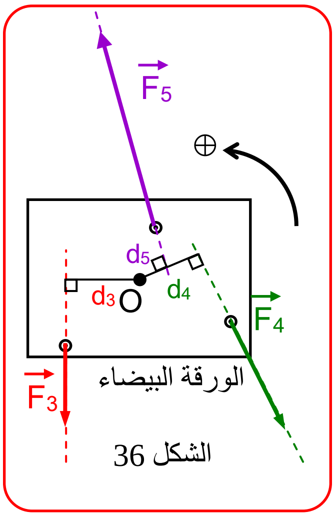
- تعيين شدة هذه القوة :

حقق التوازن المطلوب بسحب المطاط ⑤ بيدك (بدون تغيير استطالتي المطاطين ③ و ④) .

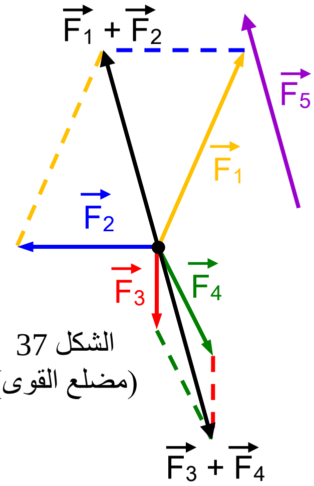
1 - استنتج شدة و جهة هذه القوة .

2 - علم على نفس الورقة حامل الخيط المطاطي ⑤ بعد تحقيق التوازن .

3 - مثل شعاع هذه القوة في نقطة تطبيقها باستعمال نفس السلم . ... (لاحظ الشكل 36 – 3- ، 2- ، 1-) .



الشكل 36



الشكل 37 (مضلع القوى)

4 - أرسم المحصلة الشعاعية للقوتين المحذوفتين . ... (لاحظ الشكل – 37) .

5 - قارن خصائص هذه القوة مع خصائص محصلة القوتين المحذوفتين . ... (للقوة $\vec{F}_5$ و المحصلة $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$ حاملين متوازيين و شدتين متساويتين و اتجاه واحد أي هما قوتان منطبقتان) .

6 - مدد على الورقة حوامل القوى الثلاث . ماذا تلاحظ ؟ .... (كما هو موضح بالشكل – 37 فإن حوامل القوى الثلاث : $\vec{F}_5$ و $\vec{F}_3$ و $\vec{F}_4$ ، عند تمديدها أو سحبها تتقاطع في نقطة واحدة أي هي قوى متلاقية) .

7 - هل عبارتي شرطي توازن الجسم الصلب تبقى محققة ؟ .... (نعم ، تبقى محققة) .

8 - استنتج صيغة أخرى لشرطي توازن جسم صلب خاضع لثلاث قوى غير متوازية . ... (يتلخص شرطي توازن جسم صلب خاضع لثلاث قوى غير متوازية فيما يلي :

1- المجموع الشعاعي للقوى المطبقة عليه معدوم : $\sum_i \vec{F}_i = \vec{0}$

2- أن تكون القوى الثلاث متقاطعة في نفس النقطة .

9 - كيف تصبح هذه الصيغة إذا كانت القوى متوازية ؟ .... (إذا كانت القوى متوازية يجب تحقق شرطا التوازن ① و② معًا)

نشاط ④ : عوض هذه المرة في تجربة النشاط ③ القوتين المؤثرتين على الجسم من طرف المطاطين ③ و ④ بقوة واحدة باستعمال مطاط ⑥ محافظًا دائمًا على نفس وضعية توازن الجسم السابقة (المرسومة على الورقة) . ابحث عن وضعية التوازن بسحب المطاط ⑥ بيدك (بدون تغيير استطالة المطاط ⑤) .

1 - ابحث عن نقطة تثبيت الخيط المطاطي ⑥ على الجسم حتى يتحقق التوازن السابق ؟ .... (يجب أن تكون هذه النقطة من حامل القوة $\vec{F}_5$) .

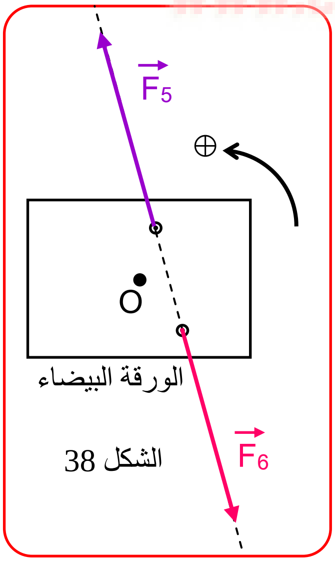
2 - علم على نفس الورقة حامل الخيط المطاطي ⑥ بعد تحقيق التوازن . ... (لاحظ الشكل – 38) .

3 - استنتج خصائص القوة التي يطبقها هذا المطاط على الجسم . ... (القوتان $\vec{F}_6$ و $\vec{F}_5$ لهما نفس الخصائص فقط متعاكستان بالاتجاه) .

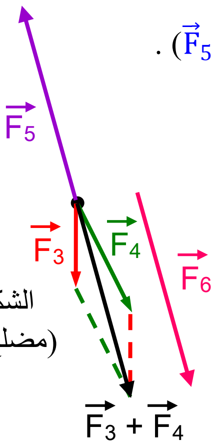
4 - مثل شعاع هذه القوة في نقطة تطبيقها باستعمال نفس السلم . ... (لاحظ الشكل – 38) .

5 - أرسم المحصلة الشعاعية للقوتين المحذوفتين . ... (لاحظ الشكل – 39) .

6 - قارن خصائص قوتي المطاطين ⑤ و ⑥ . ... (القوتان $\vec{F}_6$ و $\vec{F}_5$ متعاكستان مباشرة) .



الشكل 38



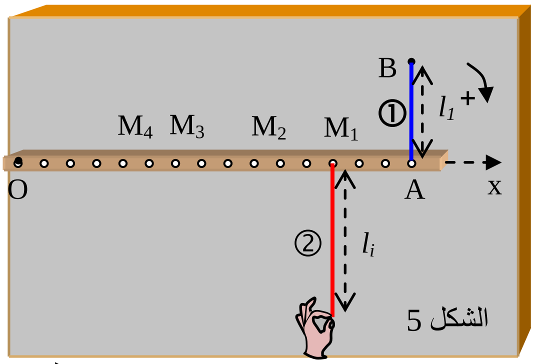
الشكل 39 (مضلع القوى)

7 - هل عبارتي شرطي توازن الجسم الصلب تبقى محققة ؟ .... (نعم ، تبقى محققة) .

8 - استنتج صيغة أخرى لشرطي توازن جسم صلب خاضع لقوتين . ... (يتلخص شرطي توازن جسم صلب خاضع لقوتين فيما يلي :

1) القوتان متعاكستان في الاتجاه و متساويتان في الشدة .

2) لهما نفس الحامل .



الشكل 5

نشاط ⑤ : ارجع إلى النشاط المدروس في العمل التجريبي (3-1)
كما هو موضح في (**الشكل – 5**)

عندما كان القضيب في الوضع الأفقي ، ندعوه الآن ˝وضع التوازن˝ .

- هل يطبق المسمار قوة على القضيب ؟ علل .

.... (نعم يطبق المسمار قوة على القضيب ليس لها فعل تدويري ˝عزمها معدوم˝ لأن حاملها يلاقي محور الدوران).

- إذا كان الجواب نعم مثل هذه القوة و احسب شدتها .

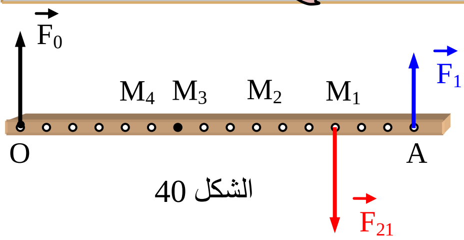
.... (لاحظ الشكل – 40 ، لدينا مما سبق : $F_1 = 2\ N$ ، $F_{21} = 2{,}5\ N$
لحساب شدة $\vec{F}_0$ نطبق شرطي توازن جسم خاضع لثلاث قوى متوازية $\sum_i \vec{F}_i = \vec{0}$ ؛ $\sum \mathcal{M}_{\vec{F}/O} = 0$ بالتالي :

$\vec{F}_0 + \vec{F}_1 + \vec{F}_{21} = \vec{0}$ ؛ $\mathcal{M}_{\vec{F}_0/O} + \mathcal{M}_{\vec{F}_1/O} + \mathcal{M}_{\vec{F}_{21}/O} = 0$

$\Leftarrow \|\vec{F}_{21}\| = \|\vec{F}_1\| + \|\vec{F}_0\|$ ؛

$\|\vec{F}_0\|.OO + \|\vec{F}_{21}\|.OM_1 + \|\vec{F}_1\|.OA = 0$

$\Leftarrow \|\vec{F}_0\| = 0{,}5\ N$)



الشكل 40

- أحسب المجموع الجبري لعزوم القوى المطبقة على القضيب بالنسبة لنقطة كيفية و لتكن M_3 مثلاً .

.... (إذا كان المسمار مثلاً عند النقطة M_3 فإن المجموع الجبري لعزوم القوى المطبقة على القضيب بالنسبة لهذه النقطة ، باعتبار الجهة الموجبة للدوران هي جهة تدوير القوة $\vec{F}_1$ يحسب كالتالي :

$$-\|\vec{F}_0\|.OM_3 - \|\vec{F}_{21}\|.M_1M_3 + \|\vec{F}_1\|.AM_3 = -0{,}5 \times 0{,}06 - 2{,}5 \times 0{,}06 + 2 \times 0{,}09 = 0$$

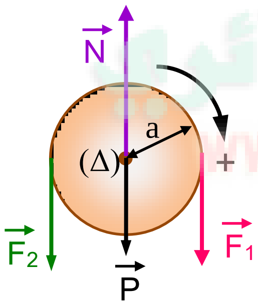
$\Leftarrow \sum \mathcal{M}_{\vec{F}/M_3} = 0$) .

- ماذا تستنتج ؟ .... (نستنتج أن التوازن يبقى محقق مهما كان موضع محور الدوران) .

- اخترنا في هذه التجارب الوضعية الأفقية للقضيب وضع توازن . ما فائدة هذا الاختيار ؟ هل توجد وضعيات أخرى يتحقق فيها التوازن و تحقق نتائج التجربة ؟ ناقش . ... (تم اختيار الوضع الأفقي للقضيب كوضع توازن لكي يتسنى لنا بسهولة التحقق من شرطي التوازن : $\sum_i \vec{F}_i = \vec{0}$ ؛ $\sum \mathcal{M}_{\vec{F}/\Delta} = 0$ و عمومًا أي وضع للقضيب يتحقق فيه هذين الشرطين هو وضع توازن مهما كانت الوضعية) .

تطبيق : توازن بكرة

يبين **الشكل – 41** بكرة نصف قطرها a في حالة توازن . استنتج صيغة أخرى لشرطي توازن هذه البكرة .



الشكل 41

الحل : القوى المؤثرة على البكرة عند التوازن هي :

- ✓ قوة الثقل $\vec{P}$ للبكرة (قوة تأثير الأرض على البكرة) المطبقة في مركز ها .
- ✓ قوة رد الفعل $\vec{N}$ للمحور (قوة تأثير المحور على البكرة) المطبقة في المركز .
- ✓ قوتي تأثير الحبل $\vec{F}_1$ ، $\vec{F}_2$ على جانبي البكرة .

من شرطي توازن البكرة نستنتج ما يلي :

- الشرط ① : المجموع الشعاعي للقوى المطبقة معدوم $\sum_i \vec{F}_i = \vec{0} \Leftarrow \vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{0}$.
- الشرط ② : المجموع الجبري لعزوم القوى المطبقة معدوم $\sum \mathcal{M}_{\vec{F}/\Delta} = 0$

$\Leftarrow (P \times 0) + (N \times 0) + (F_1 \times a) - (F_2 \times a) = 0 \Leftarrow F_1 \times a = F_2 \times a \Leftarrow F_1 = F_2$

و منه نستنتج أن لقوتي توتر (شد) الحبل على جانبي البكرة نفس القيمة (الشدة) .

الصيغة الجديدة لشرطي توازن بكرة هي :

1 - مجموع القوى معدوم .

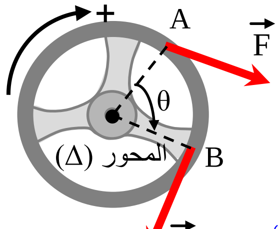
2 - لقوتي تأثير الحبل على البكرة نفس الشدة .

نتيجة : استنتج بإكمال الفراغات :

يكون جسم متحرك في حالة توازن إذا تحقق الشرطان :
مجموع القوى المؤثرة عليه معدوم $(\sum_i \vec{F}_i = \vec{0})$ و المجموع الجبري لعزوم القوى المطبقة عليه معدوم $(\sum \mathcal{M}_{\vec{F}/\Delta} = 0)$.

5 - عبارة عمل مزدوجة :

تعرفنا في الفصل السابق على عبارة عمل قوة ثابتة شدتها F .
في حالة قوة موازية لمسار انتقال نقطة تطبيقها انتقالاً مستقيمًا طوله d و في جهة الحركة ، يحسب هذا العمل بالعبارة التالية : $W = F.d$.



الشكل 42

نشاط ① : طبق قوة على مقود شاحنة تديره بزاوية θ . نفرض أن القوة التي تطبقها على المقود ، الدائري الذي نصف قطره R ، تبقى ثابتة و اتجاهها دائمًا مماسي للمقود عند نقطة التطبيق (**الشكل – 42**) .

- جزئ المسار الدائري AB للقوة إلى قطع صغيرة نعتبرها مستقيمة و احسب عمل القوة عندما تنتقل نقطة تطبيقها على كل جزء .

.... (كل انتقال عنصري مستقيم δL لنقطة تطبيق القوة $\vec{F}$ يوافق عملاً عنصريًا $\delta W(\vec{F})$ ، تعطى عبارته بالعلاقة : $\delta W(\vec{F}) = F.\delta L$) .

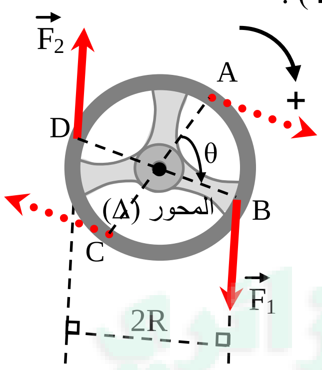
- باعتبار عمل القوة من A إلى B (**الشكل – 41**) هو مجموع أعمال القوة على كل جزء ، جد عبارة عمل القوة من A إلى B . ... ($\underset{A\to B}{W}(\vec{F}) = \sum_{A\to B} \delta W(\vec{F}) = \sum_{A\to B}(F.\delta L) = F.(\sum_{A\to B}\delta L)$) .

- بيّن أن هذه العبارة تكتب على الشكل التالي : $\underset{A\to B}{W}(\vec{F}) = \mathcal{M}_{\vec{F}/\Delta}.\theta$ حيث $\mathcal{M}_{\vec{F}/\Delta}$ عزم القوة بالنسبة لمحور الدوران .

.... (لدينا : $\mathcal{M}_{\vec{F}/\Delta} = F.R$ ؛ $\sum_{A\to B}\delta L = \widehat{AB} = R.\theta$

$\Leftarrow \underset{A\to B}{W}(\vec{F}) = F.(\sum_{A\to B}\delta L) = F(R.\theta) = \mathcal{M}_{\vec{F}/\Delta}.\theta$ بالتالي : $\underset{A\to B}{W}(\vec{F}) = \mathcal{M}_{\vec{F}/\Delta}.\theta$) .

نشاط ② : طبق هذه المرة بيديك الإثنتين مزدوجة قوتين على المقود لتديره بزاوية θ (**الشكل – 43**) .



الشكل 43

- اتبع نفس خطوات النشاط السابق لحساب عمل هذه المزدوجة .

.... (لدينا : $\underset{A\to B}{W}(\vec{F}_1,\vec{F}_2) = \underset{C\to D}{W}(\vec{F}_1,\vec{F}_2) = \underset{A\to B}{W}(\vec{F}_1) + \underset{C\to D}{W}(\vec{F}_2)$

بالاعتماد على ما سبق ، يمكن أن نكتب : $W(\vec{F}_1,\vec{F}_2) = \mathcal{M}_{\vec{F}_1/\Delta}.\theta + \mathcal{M}_{\vec{F}_2/\Delta}.\theta$

$\therefore W(\vec{F}_1,\vec{F}_2) = F_1(R.\theta) + F_2(R.\theta) = F.2R.\theta$) .

- بيّن أن عبارة عمل هذه المزدوجة تكتب على الشكل التالي : $W(\vec{F}_1,\vec{F}_2) = \mathcal{M}_{/\Delta}.\theta$ حيث $\mathcal{M}_{/\Delta}$ هو عزم المزدوجة .

.... (لدينا : $\mathcal{M}_{/\Delta} = F.2R$ ؛ $W(\vec{F}_1,\vec{F}_2) = F.2R.\theta$

$\Leftarrow W(\vec{F}_1,\vec{F}_2) = \mathcal{M}_{/\Delta}.\theta$) .

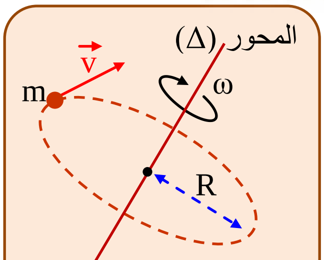
- جد عبارة الاستطاعة علمًا أنها تساوي عمل المزدوجة على وحدة الزمن .

.... (نعلم أن الاستطاعة P هي نسبة العمل W إلى زمن انجازه Δt ، أي :

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{\mathcal{M}_{/\Delta}.\theta}{\Delta t} = \mathcal{M}_{/\Delta}\frac{\theta}{\Delta t} = \mathcal{M}_{/\Delta}.\omega$$

$\therefore P = \mathcal{M}_{/\Delta}.\omega$ حيث $\omega = \frac{\theta}{\Delta t}$ هي السرعة الزاوية للدوران) .

5-1) عبارة الطاقة الحركية لجسم صلب في حركة دورانية :



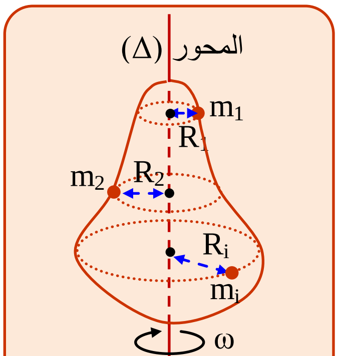
الشكل 44

نشاط ① : يدور جسم نقطي كتلته m حول محور ثابت بسرعة v ثابتة و يرسم مسارًا دائريًا نصف قطره R (**الشكل – 44**) . جد عبارة طاقته الحركية .

.... (نعلم أن : $E_c = \frac{1}{2}m\,v^2$) .

بالاعتماد على علاقة السرعة الخطية v بالسرعة الزاوية ω ، بيّن أن الطاقة الحركية تكتب على الشكل التالي : $E_c = \frac{1}{2}J_{/\Delta}\,\omega^2$ حيث $J_{/\Delta} = m.R^2$ هو عزم عطالة الجسم النقطي بالنسبة لمحور الدوران .

.... (نعلم أن : $v = R.\omega$ ، بالتعويض في عبارة E_c السابقة نحصل على : $E_c = \frac{1}{2}m\,(R.\omega)^2 = \frac{1}{2}m.R^2.\omega^2 = \frac{1}{2}J_{/\Delta}\,\omega^2$) .



الشكل 45

نشاط ② : يدور جسم صلب حول محور ثابت (Δ) بسرعة زاوية ω ثابتة ، عزم عطالته $J_{/\Delta}$ بالنسبة لهذا المحور (**الشكل – 45**) .

لاحظ أن الجسم الصلب عبارة عن جملة من النقاط المادية التي كتلها m_i تبعد مسافات R_i عن محور الدوران . علمًا أن الطاقة الحركية للجسم الصلب (جملة نقاط مادية) هي مجموع الطاقات الحركية لهذه النقاط المادية . جد عبارة الطاقة الحركية لهذا الجسم الصلب .

.... (بما أن الجسم الصلب جملة نقاط مادية متماسكة فإن هذه النقاط يكون لها نفس

السرعة الزاوية ω للدوران و اعتماداً على ما سبق يمكننا كتابة: $(E_c = \sum_i E_{ci} = \sum_i \frac{1}{2} m_i . R_i{}^2 . \omega^2 = \frac{1}{2} \sum_i m_i . R_i{}^2 . \omega^2$

بيّن أن عبارة الطاقة الحركية في الحركة الدورانية لجسم صلب تكتب على الشكل: $E_c = \frac{1}{2} J_{/\Delta}\, \omega^2$ حيث $J_{/\Delta} = \sum_i m_i . R_i{}^2$ يمثل

عزم عطالة هذا الجسم بالنسبة للمحور الثابت (Δ) . ... (لدينا مما سبق : $E_c = \frac{1}{2} \sum_i m_i . R_i{}^2 . \omega^2$

و بالتعريف $J_{/\Delta} = \sum_i m_i . R_i{}^2 \Leftarrow E_c = \frac{1}{2} J_{/\Delta} \omega^2$) .

نتيجة استنتج بإكمال الفراغات :

الطاقة الحركية الدورانية لجسم صلب يدور حول محور ثابت (Δ) هو جداء عزم عطالة هذا الجسم بالنسبة لنفس المحور في مربع السرعة الزاوية (السرعة الدورانية) لهذا الجسم: $E_c = \frac{1}{2} J_{/\Delta} \omega^2$.

☒ ملاحظة : لاحظ التشابه بين عبارتي الطاقة الحركية الانسحابية $E_c = \frac{1}{2} m\, v^2$ و الطاقة الحركية الدورانية $E_c = \frac{1}{2} J_{/\Delta}\, \omega^2$ حيث عوّض :

- المقدار الذي يقيس العطالة الانسحابية (الكتلة m) بالمقدار الذي يقيس العطالة الدورانية (عزم العطالة $J_{/\Delta}$) .
- السرعة الخطية v بالسرعة الدورانية ω .

• **حلول بعض التمارين (صفحة72)**

التمرين 1

- خطأ : لأن شعاع السرعة في حركة منتظمة ثابتا في الشدة ولكن يغير اتجاهه خلال الزمن . لذا لا يمكن لجسم معزول أن يتحرك بحركة دائرية منتظمة .
- صحيح : في الواقع هذه السعة بين السرعة الخطية و السرعة الزاوية دائما صحيحة ليس فقط في الحركة الدائرية المنتظمة .
- خطأ : لأن الطاقة ليست مقدار شعاعي و لكن الطاقة هي مقدار سلمي، لذا لا يمكن لشكل منه أن يكون مقدارا شعاعيا .
- خطأ : الطاقة الحركية هي شكل من أشكال الطاقة و وحدتها هي وحدة الطاقة أي الجول (J) .
- صحيح : تعريف الحركة الانسحابية هو أن يكون لكل نقاط الجسم نفس السرعة ، ومنه فإن سرعة نقطة كيفية منه هي سرعة الجسم .
- خطأ : في الحركة الدورانية ليس لكل نقاط الجسم نفس السرعة و لهذا فإن الطاقة الحركية للجسم تتعلق بسرعة كل نقطة مادية من هذا الجسم أي بكيفية توزيع هذه النقاط بالنسبة لمحور الدوران . يميز هذا التوزيع عزم عطالة الجسم المحرك .
- نعم : يساعد النشاط 2 من الفقرة 3-5 في فهم كيف تبدى الأجسام الصلبة التي تدور حول محور ثابت مقاومتها للأثر الدوراني التي ندعوها العطالة الدورانية .
- خطأ : تتعلق الطاقة الحركية الانسحابية بمعلم الدراسة لأن السرعة الانسحابية تحسب بالنسبة لمعلم .
- خطأ : تتعلق الطاقة الحركية الدورانية بموضع محور الدوران لأن عزم عطالة الجسم المتحرك يتعلق بمحور الدوران ، أي أن كيفية توزيع نقاط الجسم الصلب تتعلق بموضع محور الدوران .
- خطأ : إذا تغيرت سرعة الجسم فإن طاقته الحركية بالضرورة تتغير .
- صحيح : لأن الطاقة الحركية دالة حالة معرّفة في كل لخظة .

التمرين 2

عقرب الساعات : $\omega_1 = \frac{2\pi}{86400} = 7{,}27\times10^{-5} (\frac{rd}{s})$

عقرب الدقائق : $\omega_1 = \frac{2\pi}{3600} = 1{,}74\times10^{-3} (\frac{rd}{s})$

عقرب الثواني : $\omega_1 = \frac{2\pi}{60} = 10{,}47\times10^{-2} (\frac{rd}{s})$

السرعة الزاوية هي النسبة بين الزاوية الممسوحة على الزمن اللازم لمسحها.

التمرين 3

$$\omega_T = \omega_1 = \frac{2\pi}{24\times60\times60} = 7{,}27\times10^{-5} (\frac{rd}{s})$$

التمرين 4

إذا رمزنا لعدد الدورات التي يدورها جسم حول محور معين في الدقيقة بالرمز N و فإن العلاقة التي تربطها بالسرعة الزاوية ω