

اقرأ بتمعن الموضوع التالي ثم أجب عنه:

التمرين الأول: (04 نقاط)

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي :

$$u_0 = 2 \text{ ومن أجل كل عدد طبيعي } n : 4u_{n+1} - 2u_n = 9 .$$

ولتكن (v_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي :

$$\text{من أجل كل عدد طبيعي } n : v_n = 2u_n - 9 .$$

$$1- \text{أحسب : } u_1, u_2, u_3 \text{ ثم } v_0, v_1, v_2, v_3 .$$

$$2- \text{أ) برهن أن } (v_n) \text{ متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها. جد بدلالة } n \text{ عبارة الحد العام } v_n .$$

$$\text{ب) استنتج عبارة الحد العام } u_n \text{ بدلالة } n .$$

$$3- \text{أحسب مجموع الحدود } v_0 + v_1 + \dots + v_n \text{ ثم استنتج عبارة المجموع } u_0 + u_1 + \dots + u_n \text{ بدلالة } n .$$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

نعتبر كثير الحدود $t(z)$ للمتغير المركب z والمعرف كما يلي :

$$t(z) = z^3 - (3 + i)z^2 + (4 + i)z + 2i - 4$$

يرمز i إلى العدد المركب الذي الطويلته 1 وعمدته $\frac{\pi}{2}$.

$$1- \text{أحسب } t(2) \text{ ثم أوجد كثير الحدود } P(z) \text{ للمتغير المركب } z \text{ حتى يتحقق من أجل كل } z \text{ من } \mathbb{C} :$$

$$t(z) = (z - 2) \times P(z)$$

$$2- \text{حل في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة ذات المجهول } z : t(z) = 0 .$$

$$3- \text{في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس } (0; \vec{i}; \vec{j}) \text{ لتكن النقط } A, B \text{ و } C \text{ صور حلول المعادلة}$$

$$t(z) = 0 . \text{ ما هي طبيعة المثلث } ABC ?$$

المسألة: (12 نقطة)

- 1- لتكن الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي :
- $f(x) = x^2 + x + 2 + \ln(x + 1)^2$ (حيث يرمز \ln إلى دالة اللوغاريتم النيبيري).
- وليكن (C) المنحنى الممثل لها في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.
- أ. جد مجموعة تعريف الدالة f وأحسب نهايات f عند حدود هذه المجموعة.
- ب. أدرس تغيرات الدالة f والفروع اللانهائية للمنحنى (C) .
- ج. هل توجد مماسات للمنحنى (C) معامل توجيهها 3؟ يطلب تعيين معادلات لها في حالة الإيجاد.
- د. بين أن المنحنى (C) يقطع محور الفواصل في نقطة فاصلتها x_0 تحقق :
- $$\frac{5}{2} < x_0 < \frac{11}{4}$$
- أنشئ المماسات ذات معامل التوجيه 3 ثم أنشئ المنحنى (C) .
- 2- أ) باستخدام المكاملة بالتجزئة جد دالة أصلية على المجال $]-1; +\infty[$ للدالة $x \mapsto \ln(x + 1)$.
- ب) أحسب مساحة الحيز المستوي المحدود بالمنحنى (C) والمستقيمات التي معادلاتها :
- $$x = 2, x = 0, y = 0$$
- 3- h هي الدالة العددية للمتغير الحقيقي x والمعرفة كما يلي :

$$h(x) = \begin{cases} x^2 + x + 2 + 2\ln(x + 1) & : x > -1 \\ x^2 - x - 2 - 2\ln(-x - 1) & : x < -1 \end{cases}$$

- أ) باستعمال نتائج دراسة تغيرات الدالة f استنتج جدول تغيرات الدالة h .
- ب) أرسم المنحنى (Γ) الممثل للدالة h في المعلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$.
- ج) ليكن (Δ_m) المستقيم الذي معادلته $y = m$ ، حيث m وسيط حقيقي.
- أدرس حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد نقاط تقاطع المنحنى (Γ) و المستقيم (Δ_m) .

اقرأ بتمعن الموضوع التالي ثم أجب عنه:

التمرين الأول: (05 نقاط)

ليكن z العدد المركب حيث: $z = \frac{\sqrt{3}+i}{1-i}$.

1- أحسب طولية العدد المركب z وعمدته.

2- أكتب z على الشكل الجبري.

3- استنتج $\cos \frac{5\pi}{12}$ و $\sin \frac{5\pi}{12}$.

4- عين الأعداد الطبيعية n حتى يكون $\left(\frac{z}{\sqrt{2}}\right)^n$ عددًا حقيقيًا.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

زهرة نرد مكعبة $Dé_1$ لها وجه يحمل الرقم 1 ووجهان يحملان الرقم 2 وثلاثة أوجه تحمل الرقم 3.

زهرة نرد مكعبة $Dé_2$ لها وجه يحمل الرقم 1 ووجهان يحملان الرقم 2 ووجه تحمل الرقم 3 ووجهان يحملان

الرقم 4.

نفرض أن كل الأوجه في كل من المكعبين لها نفس حظوظ الظهور.

نرمي الزهرتين في آن واحد. ما احتمال أن يكونا الرقمان المسجلان على الوجهين العلويين للزهرتين :

أ- زوجيين؟

ب- فرديين؟

دورة : جوان 1998

اختبار شهادة البكالوريا

التمرين الثاني: (04 نقاط)

1- نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كما يلي :

$$u_0 = 0 \text{ ومن أجل كل عدد طبيعي } n : u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{1}{3}$$

(أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n : 0 \leq u_n < 1$.

ب) برهن أن (u_n) متزايدة تمامًا.

2- لتكن k الدالة العددية المعرفة على مجموعة الأعداد الحقيقية كما يلي:

$$k(x) = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}.$$

أ) عين العدد الحقيقي α بحيث $k(\alpha) = \alpha$.

ب) نضع $v_n = u_n - \alpha$ من أجل كل عدد طبيعي n .

- بين أن (v_n) متتالية هندسية ثم عبر عن حدها العام بدلالة n .

ج) استنتج u_n بدلالة n ، ثم أحسب النهاية $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

اقرأ بتمعن الموضوع التالي ثم أجب عنه:

التمرين الأول: (04 نقاط)

1- حل في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة ذات المجهول z :

$$z^2 - (7 + 3i)z + 10 + 10i = 0$$

نرمز لحلي هذه المعادلة بالرمزين z_1 و z_2 حيث $|z_1| < |z_2|$.

2- أ) أحسب طويلة العدد المركب $z_1 z_2$ وعمدته.

ب) عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $(z_1 z_2)^n$ عدداً حقيقياً.

ج) عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $(z_1 z_2)^n$ عدداً تخيلياً صرفاً و $100 < n < 130$.

3- المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

A و B صورتا العددين المركبين z_1 و z_2 على الترتيب و C النقطة المعرفة بـ $C(0; 2)$.

- عين مركز ونسبة وزاوية التشابه المباشر Γ الذي يحقق $\Gamma(A) = B$ و $\Gamma(C) = O$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

يحتوي كيس على 10 قريصات مرقمة من 1 إلى 10 (لكل قريصتين مختلفتين رقمان مختلفان)، نسحب في

آن واحد 3 قريصات ونعتبر أن جميع السحبات متساوية الاحتمال.

1- أحسب عدد السحبات الممكنة.

2- أحسب احتمال سحب 3 قريصات أرقامها زوجية.

3- أحسب احتمال سحب 3 قريصات أرقامها أعداد أولية.

4- أحسب احتمال سحب 3 قريصات رقم كل واحدة منها عدد غير أولي.

5- أحسب احتمال سحب 3 قريصات رقم إحداها على الأقل عدد أولي.

تعطى النتائج على شكل كسور غير قابلة للاختزال.

المسألة: (12 نقطة)

1- لتكن الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي :

$$f(x) = \frac{4x^2 - 5x}{2x^2 - 5x + 2}$$

أ) عين مجموعة تعريف الدالة f .

ب) عين الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث :

$$a + \frac{b}{2x-1} + \frac{c}{x-2} f(x) =$$

ج) أدرس تغيرات الدالة f .

2- نسمي (C) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

أ) عين معادلة لكل من المستقيمات المقاربة للمنحنى (C) .

ب) أكتب معادلة لمماس المنحنى (C) عند النقطة التي فاصلتها 0.

ج) عين إحداثيات نقطتي تقاطع المنحنى (C) وحامل محور الفواصل.

د) أرسم المنحنى (C) .

3- أحسب دالة أصلية للدالة f على المجال $]2; +\infty[$.

- أحسب مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C) والمستقيمات التي معادلاتها:

$$x = 3, \quad x = 4, \quad y = 2 \quad (\text{تعطى النتيجة مقربة إلى } \frac{1}{100} \text{ بالنقصان}).$$

4- لتكن الدالة العددية h للمتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي :

$$h(x) = f(e^x)$$

أ) عين مجموعة تعريف الدالة h .

ب) أحسب الدالة المشتقة للدالة العددية g للمتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي :

$$g(x) = 2e^{2x} - 5e^x + 2$$

- استنتج دالة أصلية للدالة h على المجال $] - \infty; -\ln 2[$.

5- α عدد حقيقي أصغر من $(-\ln 3)$.

- أحسب التكامل $\varphi(\alpha)$ المعروف كما يلي : $\varphi(\alpha) = \int_{-\ln 3}^{\alpha} h(x) dx$

- أحسب إلى $\frac{1}{100}$ بالنقصان : $\lim_{\alpha \rightarrow -\infty} \varphi(\alpha)$.

إقرأ بتمعن الموضوع التالي ثم أجب عنه:

التمرين الأول: (04 نقاط)

1- بين أنه إذا كانت a ، b ، c ثلاثة أعداد حقيقية حدود متتابة لمتتالية هندسية بهذا الترتيب فإن:

$$a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)(a - b + c)$$

2- أوجد ثلاث حدود متتابة لمتتالية هندسية علماً أن مجموعها هو 78 ومجموع مربعاتها 3276.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

1- حل في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة ذات المجهول z :

$$z^2 - 2(3 + 2i)z + 1 + 12i = 0$$

نرمز لحلي هذه المعادلة بالرمزين z_1 و z_2 حيث $|z_1| < |z_2|$.

2- المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. A ، B ، C و D نقط من المستوي لواحقها على

الترتيب z_1 ، z_2 ، $1 + 4i$ و $2 - i$.

- عين التشابه S الذي يحول النقطة A إلى C والنقطة D إلى B وحدد عناصره المميزة.

3- لتكن M_0 النقطة التي لاحققتها $3i$. نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $M_{n+1} = S(M_n)$

و $u_n = \|\overrightarrow{\omega M_n}\|$ حيث ω هو مركز التشابه S .

أ) أحسب $\|\overrightarrow{\omega M_n}\|$ بدلالة n .

ب) ما هي طبيعة المتتالية (u_n) ؟ أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

المسألة: (12 نقطة)

f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x والمعروفة كما يلي :

$$f(x) = \frac{2x}{x+1} - \ln(x+1)$$

(C) المنحنى البياني للممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ حيث طول الوحدة $4cm$.

1- أ) عين D_f مجموعة تعريف الدالة f ثم أدرس تغيراتها.

ب) بين أنه يوجد عدد حقيقي α من المجال $]3; 4[$ بحيث $f(\alpha) = 0$.

2- أ) أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى (C).

ب) برهن أن المنحنى (C) يقبل نقطة انعطاف A يطلب تعيين إحداثياتها.

- عين معادلتين لمماسي (C) عند A وعند النقطة ذات الفاصلة المعدومة.

ج) أنشئ بعناية هذين المماسين والمنحنى (C).

3- أ) أوجد العددين الحقيقي a و b بحيث : $\frac{2x}{x+1} = a + \frac{b}{x+1}$ من أجل كل x من D_f .

ب) تحقق من أن : $x \mapsto (x+1)\ln(x+1) - x$ هي دالة أصلية للدالة :

$$x \mapsto \ln(x+1) \text{ على المجال }]-1; +\infty[.$$

- استنتج دالة أصلية للدالة f على المجال $] - 1; +\infty[$.

ج) أحسب المساحة $\mathcal{A}(\alpha)$ للحيز المستوي المحدود بالمنحنى (C) ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين

$$x = 0 \text{ و } x = \alpha.$$

د) تحقق من أن : $\mathcal{A}(\alpha) = \frac{\alpha(\alpha-3)}{\alpha+1}$.

4- الدالة المعرفة على مجموعة الأعداد الحقيقية بما يلي :

$$g(x) = e^x \ln(1 + e^{2x})$$

- بين أن إشارة $g'(x)$ هي إشارة $f(e^{2x})$ ثم استنتج تغيرات الدالة g على المجال $] - \infty; +\infty[$.

إقرأ بتمعن الموضوع التالي ثم أجب عنه:

التمرين الأول: (04 نقاط)

1- حل في \mathbb{C} مجموعة الأعداد المركبة المعادلة ذات المجهول z :

$$z^2 - (7 + i)z + 14 + 2i = 0$$

نرمز لحلي هذه المعادلة بالرمزين z_1 و z_2 حيث $|z_1| < |z_2|$.

2- المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ، لتكن النقطتان A و B صورتين العدديتين

المركبتين z_1 و z_2 على الترتيب.

أ) بين أن المثلث OAB قائم ومتقايس الساقين.

ب) عين مركز وزاوية الدوران الذي يحول النقطة A إلى النقطة B والنقطة B إلى النقطة O .

ج) لتكن النقطة C صورة النقطة O بهذا الدوران. ما هي طبيعة الرباعي $ABCD$ ؟

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(u_n) متتالية عددية معرفة بـ: $u_0 = 14$ ، ومن أجل كل عدد طبيعي n $u_{n+1} = 4u_n + 3$.

نضع $v_n = u_n + 1$ من أجل كل عدد طبيعي n .

1- أ) بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب) أحسب: $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$ ثم $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

2- نعتبر المجموع S_n المعرف كما يلي :

$$S_n = v_0^2 + v_1^2 + \dots + v_n^2$$

أ) أحسب S_n بدلالة n .

ب) عين قيمة: $S_5 + S_3 \times S_2$.

3- ليكن العدد الطبيعي $A_n = 15(4^{2n+2} - 1)$. عين تبعاً لقيم العدد الطبيعي n باقي القسمة الإقليدية

للعدد A_n على 7.

المسألة: (12 نقطة)

f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x والمعرّفة كما يلي :

$$f(x) = \frac{3e^{2x}+1}{e^{2x}-1}$$

(C) المنحنى البياني الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1- أ) أدرس تغيرات الدالة f .

ب) بين أنّ النقطة $A(0,1)$ مركز تناظر للمنحنى (C).

ج) أرسم المنحنى (C) في المستوى المنسوب إلى المعلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

2- بين أنّ المنحنى (C) يقبل مماسين ميل كل منهما (-6) عند نقطتين من (C) يطلب تعيين إحداثياتهما.

3- عين العددين الحقيقيين α و β بحيث من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم :

$$f(x) = \alpha + \frac{\beta e^{2x}}{e^{2x}-1}$$

4- λ عدد حقيقي حيث : $\lambda < -\ln 2$.

أ) أحسب المساحة $\mathcal{A}(\alpha)$ للحيز المستوي المحدود بالمنحنى (C) والمستقيمت التي معادلاتها

$$x = -\ln 2 \text{ و } x = \lambda \text{ و } y = -1.$$

ب) أحسب النهاية : $\lim_{\lambda \rightarrow -\infty} \mathcal{A}(\alpha)$.

إقرأ بتمعن الموضوع التالي ثم أجب عنه:

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي كيس على 10 كريات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس، منها 3 حمراء ، 3 خضراء و 4 بيضاء.

1- نسحب من هذا الكيس ثلاث (3) كرات في آن واحد، ما احتمال الحصول على :

(أ) نفس اللون؟

(ب) الألوان الثلاثة؟

(ج) كرة بيضاء واحدة على الأقل؟

2- نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب لثلاث كرات عدد الكرات البيضاء المسحوبة.

(أ) ما هو قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X ؟

(ب) أحسب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

لتكن في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة ذات المجهول z التالية:

$$z^2 - (\sqrt{3} + 1 + 2i)z + (\sqrt{3} - 1) + i(\sqrt{3} + 1) = 0 \quad (1)$$

1- (أ) أحسب $(\sqrt{3} - 1)^2$ ثم حل في \mathbb{C} المعادلة (1).

نرمز لحلي هذه المعادلة بالرمزين z_1 و z_2 حيث $|z_1| > |z_2|$

(ب) أكتب كلا من العددين z_1 و z_2 على الشكل المثلثي ثم استنتج طويلة وعمدة العدد

المركب $z_1 \times z_2$.

2- (أ) عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $\left(\frac{z_1 \times z_2}{2\sqrt{2}}\right)^n$ عددًا حقيقيًا موجبًا.

(ب) نضع : $a = \frac{z_1}{2}$ و $b = \frac{z_2}{\sqrt{2}}$ و $\ell = \frac{a+b}{1+ab}$ ، نرمز بـ $\bar{\ell}$ لمرافق ℓ .

α - تحقق أن : $|a| = |b| = 1$.
 β - أحسب $\bar{\ell}$ بدلالة a و b واستنتج أن ℓ عدد حقيقي.

المسألة: (12 نقطة)

الجزء الأول: لتكن g الدالة العددية للمتغير الحقيقي x والمعرفة كما يلي :

$$g(x) = x + e^{2(x-1)}$$

1- أ) أدرس تغيرات الدالة g .

ب) بين أن g هي تطبيق عددي من \mathbb{R} نحو \mathbb{R} ثم استنتج أن للمعادلة $g(x) = 0$ حلا وحيداً α محصور بين $-\frac{1}{5}$ و $-\frac{1}{10}$.

ج) استنتج إشارة المقدار $g(x)$ من أجل كل عدد حقيقي x .

2- نعتبر الدالة العددية f ذات المتغير الحقيقي x حيث $f(x) = x^2 + e^{2(x-1)}$.

أ) تحقق أن $f'(x) = 2g(x)$ ثم أدرس تغيرات الدالة f من أجل كل عدد حقيقي x .

ب) بين أن : $f(\alpha) = \alpha^2 - \alpha$ واستنتج حصراً للعدد $f(\alpha)$.

ج) نرمز بـ (C) للمنحنى البياني الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. الوحدة على المحورين $5cm$.

- أدرس الفروع اللانهائية لـ (C) .

- أرسم المنحنى (C) .

3- n عدد طبيعي. نضع $u_n = \int_n^{n+1} [f(x) - x^2] dx$.

أ) أحسب u_n بدلالة n .

ب) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$.

ج) عين العدد الطبيعي n حتى تكون مساحة الحيز من المستوى المحصور بين المنحنى (C) والمنحنى $y = x^2$: (P) والمستقيمين اللذين معادلتهما $x = 0$ و $x = n + 1$ مساوية إلى :

$$\frac{25}{2} \left(e^6 - \frac{1}{e^2} \right) cm^2$$

اقرأ بتمعن الموضوع التالي ثم أجب عنه:

التمرين الأول: (04 نقاط)

في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} نعتبر كثير الحدود :

$$P(z) = z^3 - (2 - 3i)z^2 + 9z - 18 + 27i = 0$$

1- أ) ليكن \bar{z} مرافق z . أحسب $\overline{P(z)}$ بدلالة \bar{z} .

ب) حل في \mathbb{C} المعادلة $P(z) = 0$ إذا علمت أنها تقبل حلين مترافقين z_1 و \bar{z}_1 .

2- في المستوي المركب، نعتبر النقط A ، B ، C ذات اللواحق $3i$ ، $-3i$ ، $2 - 3i$ على الترتيب.

أ) عين زاوية ونسبة التشابه المباشر الذي مركزه B ويحول C إلى A .

- استنتج طبيعية المثلث ABC .

ب) عين إحداثيي النقطة G مرجح الجملة $\{(A, 1); (B, 2); (C, 2)\}$.

ج) عين مجموعة النقط M من المستوي حيث : $MA^2 + 2MB^2 - 2MC^2 = 25$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

مقرر على شعبة رياضيات فقط في النظام الجديد.

المسألة: (12 نقطة)

لتكن f الدالة العددية ذات المتغير الحقيقي x حيث:

$$f(x) = (x + 2) - 2 \ln|2x + 1|$$

يرمز بـ (P) للمنحنى البياني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

الجزء الأول:

1- أدرس تغيرات الدالة f والفروع اللانهائية لـ (P) .

2- بين أن (P) يقبل مماسًا (Δ) معامل توجيهه (-3) . أكتب معادلة لـ (Δ) .

- 3- أحسب إحداثيات نقطتي تقاطع (P) مع المستقيم ذي المعادلة $y = x$.
- 4- أحسب $f(-1)$ ، $f(0)$. أرسم المماس (Δ) والمنحنى (P) .
- 5- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m وجود وإشارة حلول المعادلة :
- $$f(x) = -3x + m$$

الجزء الثاني: g دالة عددية للمتغير الحقيقي x حيث : $g(x) = \frac{3}{2} + \left|x + \frac{1}{2}\right| - \ln(2x + 1)^2$

نرمز بـ (Γ) إلى منحنى g في نفس المعلم السابق.

- 1- أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي يختلف عن $(-\frac{1}{2})$ يكون لدينا:
- $$g(-1-x) = g(x) \quad \text{و} \quad -1-x \neq -\frac{1}{2}$$
- استنتج أن (Γ) يقبل محور تناظر (d) يطلب إيجاد معادلة له.
- 2- أثبت أن $g(x) = f(x)$ على مجال I يطلب تعيينه.
- استنتج إنشاء (Γ) انطلاقا من (P) ثم ارسم (Γ) في نفس المعلم السابق.
- 3- أ) باستعمال الكاملة بالتجزئة، جد الدالة الأصلية للدالة $x \mapsto \ln(2x + 1)$ على المجال
- $$\left[-\frac{1}{2}; +\infty\right[\quad \text{والتي تنعدم من أجل } x = 0$$
- ب) λ عدد حقيقي من المجال $\left[-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right]$
- أحسب المساحة $\varphi(\lambda)$ للحيز المستوي المحصور بالمنحنى (P) والمستقيمات التي معادلاتها :
- $$x = \lambda, \quad x = \frac{3}{2} \quad \text{و} \quad y = 0$$
- ما هي نهاية $\varphi(\lambda)$ لما $\lambda \xrightarrow{>} -\frac{1}{2}$

إقرأ بتمعن الموضوع التالي ثم أجب عنه:

التمرين الأول: (04 نقاط)

مقرر على شعبة رياضيات ، آداب وفلسفة ، لغات أجنبية فقط في النظام الجديد.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

α عدد مركب غير معدوم، i العدد المركب ذو الطويلة 1 والعمدة $\frac{\pi}{2}$.

1- أنشر العبارة $[1 - i(\alpha + 1)]^2$.

2- حل في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة التالية ذات المجهول z :

$$z^2 + [-1 + (1 - \alpha)i]z + \alpha i + \alpha = 0$$

نرمز بـ z_1 و z_2 لحلي هذه المعادلة حيث z_2 هو الحل المستقل عن α .

3- نفرض في هذا السؤال أن $\alpha = iy$ حيث y عدد حقيقي غير معدوم.

أكتب كلا من z_1 و z_2 على الشكل المثالي.

4- المستوي مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. A و M نقطتان من المستوي لاحقتهما z_2 و z ذ

بالترتيب ولتكن (S) مجموعة النقط M من المستوي التي يكون من أجلها $(z - z_2)(\overline{z - z_2}) = 2$.

- تحقق أن O تنتمي إلى (S) ثم عيّن مجموعة النقط (S) .

المسألة: (12 نقطة)

لتكن f الدالة العددية ذات المتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي:

$$f(x) = 1 - \frac{\ln x^2}{x}$$

(C) المنحنى البياني للممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ حيث

وحدة الطول $1cm$.

1- أدرس تغيرات الدالة f والفروع اللانهائية للمنحنى (C) .

- أثبت أن المنحنى (C) يقطع المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = 1$ في نقطتين يطلب تعيين إحداثياتهما.

2- أحسب $f(-x) + f(x)$. ماذا تستنتج ؟

3- بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث : $\alpha \in]-1; -\frac{1}{2}[$.

4- أثبت أن (C) يقبل مماساً (T) يشمل النقطة $A(0,1)$ ويمس المنحنى (C) في نقطتين يطلب تعيين إحداثياتهما.

- أوجد معادلة للمماس (T) .

5- أرسم (T) ثم (C) .

6- ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x) = mx + 1$.

7- الدالة العددية للمتغير الحقيقي x والمعرفة كما يلي : $h(x) = 1 + \frac{\ln x^2}{|x|}$.

(γ) تمثيلها البياني في المعلم المستوي السابق.

أ) بين أن h دالة زوجية.

ب) دون دراسة تغيرات h شكل جدول تغيراتها مع التعليل. أرسم (γ) .

8- أحسب $A(\alpha)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) والمستقيمات التي معادلاتها:

$x = -1$ ، $x = \alpha$ ، $y = 1$ ، $y = 1$ هو نفسه حل المعادلة $f(x) = 0$

- بين أن : $A(\alpha) = cm^2 \frac{\alpha^2}{4}$.

- أعط حصرًا للعدد $A(\alpha)$.

إقرأ بتمعن الموضوع التالي ثم أجب عنه:

التمرين الأول: (04 نقاط)

- 1- أ. أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 7^n على 10.
ب. استنتج أنه مهما يكن العدد الطبيعي k فإن العدد :
 $7^{4k} + 7^{4k+1} + 7^{4k+2} + 7^{4k+3}$ يقبل القسمة على 10.
- 2- نضع $A_n = 1 + 7 + 7^2 + \dots + 7^n$ من أجل كل عدد طبيعي n .
أ. أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $A_{n+4} \equiv A_n [10]$.
ب. أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد A_n على 10.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

- 1- حل في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} كلا من المعادلتين :
$$z^2 - 2z + 5 = 0$$
$$z^2 - 2(1 + \sqrt{3})z + 5 + 2\sqrt{3} = 0$$
- 2- نعتبر في المستوي المزود بمعلم متعامد ومتجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) النقط A, B, C و D صور الأعداد المركبة $z_1 = 1 + 2i, z_2 = 1 + \sqrt{3} + i, z_3 = 1 - 2i$ و $z_4 = 1 + \sqrt{3} - i$ على الترتيب.

- أ. ما هي طبيعة المثلث ABC ؟
- ب. أكتب معادلة للدائرة (C) المحيطة بالمثلث ABC .
- ج. أثبت أن النقطة D تنتمي إلى الدائرة (C) .
- أنشئ (C) والنقط A, B, C و D في المعلم المعطى.

المسألة: (12 نقطة)

الجزء الأول: نعتبر الدالة العددية g للمتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي: $g(x) = x + 1 + e^x$ (حيث e أساس اللوغاريتم النيبيري).

- 1- أدرس تغيرات الدالة g .
- 2- أثبت أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α وأن: $-1.27 < \alpha < -1.28$
- 3- استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني: نعتبر الدالة العددية f ذات المتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي:

$$f(x) = \frac{xe^x}{e^x + 1}$$

يرمز (C) إلى منحنى الدالة f في مستوٍ منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) . تؤخذ وحدة الطول على المحورين $2cm$.

- 1- بين أنه مهما كان العدد الحقيقي x ف: $f'(x) = \frac{e^x \cdot g(x)}{(e^x + 1)^2}$.
أ. f' هي الدالة المشتقة لـ f .
ب. أدرس تغيرات الدالة f .
- 2- بين أن: $f(\alpha) = \alpha + 1$ واستنتج حصراً للعدد $f(\alpha)$.
- 3- أ. ليكن (T) مماس (C) في النقطة O . أكتب معادلة للمستقيم (T) .
ب. أثبت أن (C) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما (Δ) معادلته $y = x$ ، ثم أدرس الوضعية النسبية للمستقيم (Δ) والمنحنى (C) .
ج. أحسب $f(-2)$ ، $f(-1)$ ، $f(1)$ ، $f(2)$ ، $f(3)$ ثم أنشئ في نفس المعلم (Δ) ، (T) و (C) .

الجزء الثالث: لتكن الدالة العددية h ذات المتغير الحقيقي x حيث $h(x) = -\ln(e^x + 1)$.

يرمز (λ) إلى منحنى الدالة h في المعلم السابق (O, \vec{i}, \vec{j}) . (لا يطلب رسم المنحنى (λ)).

- 1- بين أن الدالة العددية k المعرفة على $[0; +\infty[$ بالعلاقة $k(x) = x \ln(e^x + 1)$ هي دالة أصلية للدالة: $[0; +\infty[\ni x \mapsto f(x) - h(x)$.
- 2- أ. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x موجب فإن $f(x) - h(x) > 0$.
ب. β عدد حقيقي موجب تماماً. أحسب بدلالة β وبالسنتمتر المربع المساحة $A(\beta)$ للحيّز من المستوي

المحصور بالمنحنيين (C) و (λ) والمستقيمين اللذين معادلتهما $x = 0$ و $x = \beta$.
ج. عين β حتى يكون $A(\beta) = 4 \ln(e + 1)^\beta$

إقرأ بتمعن الموضوع التالي ثم أجب عنه:

التمرين الأول: (04 نقاط)

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة ذات المجهول z :

$$(1) \dots z^3 - (-\sqrt{3} + 2i)z^2 + (-5 + \sqrt{3}i)z - 8i = 0$$

(i العدد المركب الذي طويلته 1 و $\frac{\pi}{2}$ عمدة له)

1- تحقق أن $(-i)$ حل للمعادلة (1).

2- حل في \mathbb{C} المعادلة (1).

نسمي z_0 ، z_1 و z_2 حلول المعادلة (1) حيث $z_0 = -i$ ، z_1 هو الحل الذي جزؤه الحقيقي موجب.

3- في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) نعتبر النقط A ، B و C صور z_0 ، z_1 و

z_2 على الترتيب، عين العناصر المميزة للتشابه الذي مركزه A ويحول النقطة B إلى C .

استنتج نوع المثلث ABC .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

\mathbb{Z} هي مجموعة الأعداد الصحيحة، نعتبر المعادلة :

$$(E) \dots \dots \dots 4862x - 1430y = 2002$$

1- أحسب القاسم المشترك الأكبر للأعداد : 4862 ، 1430 و 2002.

2- حل في \mathbb{Z}^2 المعادلة (E) ذات المجهول $(x; y)$.

3- a و b عدنان طبيعيين حيث $(a; b)$ حل للمعادلة (E) ، L هو القاسم المشترك الأكبر للعددين a و b .

عين قيم L الممكنة ، ثم أوجد العددين a و b عندما $L = 7$.

المسألة: (12 نقطة)

I. f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي:

$$f(x) = \frac{x-1}{x+2} + \ln\left(\frac{x}{x+2}\right) \quad (\text{يرمز } \ln \text{ إلى اللوغاريتم النيبيري}).$$

(C) المنحنى البياني الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) .

وحدة الطول $1cm$.

1- أدرس تغيرات الدالة f .

2- بين أن (C) يقبل عند نقطتين A و B مماسين معامل توجيه كل منها يساوي 1. عيّن عندئذ إحداثيات نقطتي التماس A و B .

3- بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً x_0 حيث $x_0 \in \left[\frac{13}{4}; \frac{7}{2}\right]$.

4- أحسب $f(2)$ ، $f(-5)$ و $f(-3)$.

5- أنشئ (C).

II. g الدالة العددية للمتغير الحقيقي x حيث :

$$g(x) = x - 5\ln(x+2) + x \ln\left(\frac{x}{x+2}\right)$$

1- بين أن g دالة أصلية للدالة f على المجال $]0; +\infty[$.

2- أحسب مساحة الحيز المستوي المحدود بالمنحنى (C) والمستقيمات التي معادلاتها:

$$x = 5, \quad x = 4, \quad y = 1.$$

3- ناقش بياناً حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية:

$$(x+2) \ln\left(\frac{x}{x+2}\right) - mx - 2m - 3 = 0$$

إقرأ بتمعن الموضوع التالي ثم أجب عنه:

التمرين الأول: (04 نقاط)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) . A, B, P و P' نقط من المستوي لواحقتها على الترتيب $1, i, z$ و iz .

1- ما هي طبيعة المثلث POP' ؟

2- ما هي مجموعة النقط P من المستوي بحيث :

$$2z\bar{z} - (z + \bar{z}) + i(z - \bar{z}) = 0 \quad (\text{يرمز } \bar{z} \text{ إلى مرافق } z)$$

أرسم هذه المجموعة.

3- دائرة قطرها $[AB]$ ، عندما تتغير النقطة P على (C) فما هي مجموعة النقط P' ؟

- برهن أنه من أجل $P \in (C)$ ف P, B, P' على استقامة واحدة.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

$(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية عددية حيث $u_0 = 1$ و من أجل $n \in \mathbb{N} : u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{2}{3}$.

1- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ف: $u_n < 2$.

- استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متزايدة.

2- $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية عددية حيث : $v_n = u_n - 2$ أجل كل عدد طبيعي n .

- أثبت أن (v_n) متتالية هندسية ، عين أساسها وحدها الأول.

3- أكتب v_n بدلالة n ثم أحسب المجموع δ_n حيث: $\delta_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$.

- استنتج المجموع S_n حيث : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

المسألة: (12 نقطة) (مقرر خاص بالعلوم الدقيقة)

اقرأ بتمعن الموضوع التالي ثم أجب عنه:

التمرين الأول: (04 نقاط) خاص بشعبة العلوم الدقيقة

التمرين الثاني: (04 نقاط)

1- أحسب الجذرين التربيعيين للعدد المركب $-2 - 2\sqrt{3}i$.

2- حل في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة التالية ذات المجهول z :

$$z^2 - 2z + 3 + 2\sqrt{3}i = 0 \quad (1)$$

(نسمي حلي هذه المعادلة z_0 و z_1 حيث $|z_0| < |z_1|$)

3- φ عدد حقيقي، z عدد مركب حيث : $z = 1 + 2 \cos \varphi + 2i \sin \varphi$.

P_0, P_1 و P نقط من المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(\vec{j}; \vec{i}; \vec{0})$ لواحقتها على الترتيب

z_0, z_1 و z .

أ) ما هي قيم φ حتى تكون P عنصراً من $\{P_0; P_1\}$.

ب) إذا كانت P تختلف عن P_0, P_1 ، برهن أن المثلث PP_0P_1 قائم في P .

ج) عين قيم φ حتى يكون : $P_0P = \frac{1}{2} P_0P_1$. أنشئ P عندئذ.

المسألة: (12 نقطة)

m وسيط حقيقي، f_m الدالة العددية للمتغير الحقيقي x حيث :

$$f_m(x) = e^{-2x} - (1 + m)e^{-x} + m$$

(C_m) التمثيل البياني للدالة f_m في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(\vec{j}; \vec{i}; \vec{0})$.

الجزء الأول: نضع $m = 1$:

1- أدرس تغيرات الدالة f_1 والفروع اللانهائية للمنحنى (C_1) .

2- أ) برهن أن المنحنى (C_1) يقبل نقطة إنعطاف A_0 يطلب تعيينها.

ب) أكتب معادلة المماس لـ (C_1) عند النقطة A_0 ثم أرسمه.

ج) أرسم المنحنى (C_1) . (تؤخذ $\|\vec{i}\| = 2cm$).

- 3- أ) أحسب المساحة $\mathcal{A}(\lambda)$ للحيز المحدود بالمنحنى (C_1) وحامل محور الترتيب والمستقيمين اللذين معادلتهما $y = 1$ و $x = \lambda$. حيث $\lambda > 0$.
- ب) أحسب نهاية $\mathcal{A}(\lambda)$ لما λ يؤول إلى $(+\infty)$.

الجزء الثاني: m وسيط حقيقي كفي.

- 1- أ) بين أن المنحنيات (C_m) تشترك في نقطة ثابتة يطلب تعيينها.
- ب) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m وجود نقاط تقاطع (C_m) وحامل محور الفواصل.
- 2- أدرس تغيرات الدالة f_m والفروع اللانهائية للمنحنى (C_m) .
- 3- أ) $m' > m$ عدد حقيقي حيث $m' > m$. أدرس الوضع النسبي للمنحنيين (C_m) و $(C_{m'})$.
- ب) أرسم (دون دراسة التغيرات) المنحنيين (C_{-2}) و (C_3) في نفس المعلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$.
- 4- برهن أن ذرا المنحنيات (C_m) -النقط التي تقبل عندها f_m قيم حدية- تنتمي إلى منحنى (P) يطلب إعطاء معادلة له مستقلة عن m .

الجزء الثالث: خاص بشعبة العلوم الدقيقة

اقرأ بتمعن الموضوع التالي ثم أجب عنه:

التمرين الأول: (04 نقاط)

مقرر السنة الثانية ثانوي حاليا

التمرين الثاني: (04 نقاط)

مقرر شعبة رياضيات، تقني رياضي حاليا

المسألة: (12 نقطة)

الجزء الأول: نعتبر الدالة العددية f_m ذات المتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي: $f_m(x) = \frac{e^{mx}-1}{2e^x}$ حيث m وسيط حقيقي.

(P_m) التمثيل البياني للدالة f_m في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (O, \vec{i}, \vec{j}).

1- أثبت أن (P_m) يشمل نقطة ثابتة يطلب تعيين إحداثياتها.

2- أدرس حسب قيم الوسيط الحقيقي m تغيرات الدالة f_m .

الجزء الثاني: 1- نضع $m = 2$:

أ) أنشئ جدول تغيرات f_2 واستنتج إشارة $f_2(x)$.

بين أن (P_2) يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيين إحداثياتها.

ب) أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى (P_2).

ج) جد معادلة المماس (Δ) للمنحنى (P_2) عند نقطة الإنعطاف.

2- لتكن الدالة العددية g للمتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي: $g(x) = f_2(x) - x$.

أ) أحسب $g(0)$.

ب) أدرس تغيرات الدالة g' ثم استنتج تغيرات الدالة g .

ج) استنتج الوضعية النسبية لـ (P_2) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

3- أرسم (Δ) و (P_2). (بقية الأسئلة خاصة بقسم العلوم الدقيقة - نظام قديم)

إقرأ بتمعن الموضوع التالي ثم أجب عنه:

المسألة: (12 نقطة)

المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) حيث طول الوحدة : $2cm$.
الجزء الأول:

1- g الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي:

$$g(x) = -1 - xe^x.$$

- أدرس تغيرات الدالة g .

2- f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x حيث :

$$f(x) = -x + (1 - x)e^x \text{ و } (C) \text{ تمثيلها البياني في المستوى السابق.}$$

(أ) أدرس تغيرات الدالة f والفروع اللانهائية للمنحنى (C) .

(ب) أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C) عند النقطة التي فاصلتها 0.

(ج) أثبت أن (C) نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثياتها في المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) .

(د) برر وجود عدد حقيقي x_0 من المجال $\left[\frac{1}{2}; \frac{2}{3}\right]$ حيث $f(x_0) = 0$.

(هـ) أرسم (Δ) ثم (C) .

3- الأجزاء الأخرى خاصة بشعبة العلوم الدقيقة - نظام قديم -