

سلسلة استعد للباكوريا رقم (08)

السنة الدراسية: 2008/2007

المستوى : الثالثة ثانوي

الشعبة : علوم تجريبية + رياضيات

عداد الأستاذ
حليلات عمارة

و تقني رياضي

المحور : التحويلات النقطية في المستوي المركب والتشابه المباشر

التمرين (01) المستوي منسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$. التحويل النقطي الذي يرفق

بكل نقطة $M(x; y)$ النقطة $M'(x'; y')$ بحيث :

$$\begin{cases} x' = -2y - 3 \\ y' = 2x + 1 \end{cases}$$

1/ عيّن إحداثي النقطة A' صورة النقطة $A(1; -1)$ بالتحويل s

2/ ما هي احداثي النقطة B' صورة النقطة $B(-1; -1)$ بالتحويل s و ماذا تستنتج ؟

3/ عيّن الكتابة المركبة للتحويل s

4/ عيّن الطبيعة والعناصر المميزة للتحويل s

التمرين (02) المستوي منسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$. عيّن في كل حالة من الحالات

التالية الطبيعة والعناصر المميزة للتحويل الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' والمعرفة بالعبارة المركبة التالية :

$$z' = (1+i)z + 2i \quad /4 \quad , \quad z' = z + 1 - 2i \quad /1$$

$$z' = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i \right) z \quad /5 \quad , \quad z' = 3z + 2 - i \quad /2$$

$$z' = -z + 4 + 8i \quad /6 \quad , \quad z' = -iz + 2 \quad /3$$

التمرين (03) المستوي منسوب لمعلم متعامد ومتجانس ومباشر $(O; \vec{u}; \vec{v})$.

1/ عيّن التشابه المباشر S_1 الذي يحول النقطة $A(1; 2)$ إلى النقطة $B(1; 4)$ ويحول النقطة

$C(2; -1)$ إلى النقطة $D(5; 2)$ ثم عيّن عناصره المميزة

2/ عيّن نسبة وزاوية التشابه المباشر S_2 الذي مركزه $M_0(1; 0)$ ويحول النقطة $M_1(1; -1)$ إلى

النقطة $M_2(3; 0)$

3/ عيّن مركز وزاوية التشابه المباشر S_3 الذي نسبته $\sqrt{2}$ وزاويته $\frac{3\pi}{4}$ ويحول النقطة $A(2; 1)$

إلى النقطة $B(-3; 3)$

التمرين (04) المستوي منسوب لمعلم متعامد ومتجانس ومباشر $(O; \vec{u}; \vec{v})$.

1/ عيّن الدوران الذي يحول النقطة $A(1; -2)$ إلى النقطة $B(1; 0)$ و يحول النقطة $C(1; -1)$ إلى النقطة O ثم عيّن عناصره المميزة

2/ عيّن مركز الدوران الذي زاويته $\frac{-\pi}{3}$ و يحول $A(1; \sqrt{3})$ إلى النقطة $B(2; 2)$

التمرين (05) المستوي منسوب لمعلم متعامد ومتجانس ومباشر $(O; \vec{u}; \vec{v})$.

تعطى النقط $A(-1+2i)$ ، $B(3-i)$ ، $C(7+\lambda i)$ حيث λ عدد حقيقي نعتبر التشابه المباشر s الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاهقة z بالنقطة M' ذات اللاهقة z' و $z' = az + b$ ، b عدنان مركبان و $a \neq 0$ بحيث : صورة B و صورة A و صورة C صورة B

1/ عيّن a بدلالة λ

2/ عيّن λ ، إن وجدت ، بحيث يكون s :

أ) انسحاب ، ب) دوران

التمرين (06) في المستوي المركب ، نعتبر التحويل النقطي T يرفق بكل نقطة M ذات اللاهقة z

النقطة M' ذات اللاهقة $z' = az + a$ مع عدد مركب.

(1) عيّن a حتى يكون التحويل T انسحابا يطلب شعاعه.

(2) عيّن a حتى يكون التحويل T دوران زاويته $\frac{\pi}{3}$. أوجد مركزه .

(3) عيّن a حتى يكون التحويل T تحاك نسبه -3 . أوجد مركزه .

(4) عين الطبيعة والعناصر المميّزة للتحويل T في حالة $a = -1 - i$.

التمرين (07) (1) أعط العناصر المميّزة للتشابه المباشر f المعرف بالكتابة المركبة التالية :

$$z' = (1-i)z + 2 - i$$

(2) في كل من الحالات التالية ، عين التشابه المباشر s حيث $f \circ s$ يكون :

– التحاكي الذي مركزه O ونسبته $\frac{1}{2}$.

– الانسحاب الذي شعاعه $\vec{v}(1; -1)$.

– التشابه المباشر الذي مركزه $B\left(\frac{3}{5}; \frac{4}{5}\right)$ ، زاويته $\frac{5\pi}{4}$ ونسبته 2 .

التمرين (08) A نقطة من المستوي لاحقها 1 ؛ h التحاكي الذي مركزه A ونسبته -2 ؛ r

الدوران الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

أكتب العبارة المركبة لكل من التحويلات h ، r ، $h \circ r$ و $r \circ h$.

هل $r \circ h = h \circ r$ ؟

التمرين (09) ليكن ABA' مثلث متساوي الأضلاع مباشر النقطة B' معرفة بـ: $\overrightarrow{A'B'} = 2\overrightarrow{AA'}$

ليكن S التشابه المباشر الذي يحول A إلى A' و يحول B إلى B'
1/ عيّن نسبة وزاوية التشابه S

2/ لتكن النقطة I مركز التشابه S ، عيّن الشروط على I بحيث: $S(A) = A'$

- أنجز رسماً وأنشئ I

3/ أنشئ الصورة A'' للنقطة A' بالتحويل S

التمرين (10) $ABCD$ شبه منحرف قاعدته $[AB]$ و $[AC]$ ، قطراه $[AC]$ و $[BD]$

يتقاطعان في النقطة I . الموازي للمستقيم (AB) والذي يشمل I يقطع (AD) في E و (BC)

في F . 1/ تحقق أن : أ) المثلثان DAB و DEI متشابهان

ب) المثلثان ABC و IFC متشابهان

2/ استنتج أن I منتصف $[EF]$

التمرين (11) في المستوي الموجّه، ABC مثلث قائم A ومتساوي الساقين حيث

$(\overline{AB}; \overline{AC}) = \frac{\pi}{2}$. نعيّن I منتصف القطعة $[BC]$ ، M نقطة كيفية من $[BC]$ متمايضة عن B و C .

P و Q نقطتان من $[AB]$ و $[AC]$ على الترتيب حيث يكون $APMQ$ مستطيلاً .

أ - برّر وجود تشابه مباشر وحيد S حيث $S(A) = B$ و $S(Q) = P$.

ب - حدّد الطبيعة والعناصر المميزة لهذا التشابه .

ج - استنتج أن المثلثين IQA و IPB متقايسان مباشرة .

التمرين (12) في المستوي الموجّه ، نعتبر مربعاً مباشراً $ABCD$ ذي المركز O . لتكن P

نقطة من القطعة $[BC]$ وتختلف عن B . نعيّن Q تقاطع المستقيمين (AP) و (CD) .

المستقيم Δ العمودي على (AP) في A ، يقطع (BC) في R و (CD) في S .

1. أنجز رسماً .

2. ليكن r الدوران ذي المركز A والزاوية $\frac{\pi}{2}$.

أ - حدّد صورة المستقيم (BC) بالدوران r مبرّراً إجابتك .

ب - عيّن صورة لكل من النقطتين R و P بالدوران r .

ج - ما هي طبيعة كل من المثلثين ARQ و APS ؟

3. نسمي N منتصف القطعة $[PS]$ و M منتصف القطعة $[QR]$. ليكن s التشابه المباشر ذي

المركز A ، النسبة $\frac{\sqrt{2}}{2}$ والزاوية $\frac{\pi}{4}$.

أ - عيّن صورة لكل من النقطتين R و P بالتشابه s .

ب - ما هو المحل الهندسي للنقطة N لما P تمشح القطعة $[BC]$ باستثناء B ؟

برهن أنّ النقط M ، B ، N و D في استقامية .

التدريب على حل تمارين بكالوريات

التمرين (01) نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة ذات المجهول z :

$$z^3 - (-\sqrt{3} + 2i)z^2 + (-5 + \sqrt{3}i)z - 8i = 0 \dots\dots\dots (1)$$

(1) تحقق أن (i) حل للمعادلة (1)

(2) حل في \mathbb{C} المعادلة (1)

نسمي z_0, z_1, z_2 حلول المعادلة (1) حيث : $z_0 = -i$ ، z_1 هو الحل الذي جزؤه الحقيقي موجب.

(3) في المستوي المركب المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$. نعتبر النقط A, B, C

صور z_0, z_1, z_2 على الترتيب ، عيّن العناصر المميزة للتشابه المباشر الذي مركزه A ويحول النقطة B إلى C واستنتج نوع المثلث ABC .

التمرين (02) ليكن كثير الحدود $P(z)$ للمتغير المركب z المعروف كما يلي :

$$P(z) = z^3 - (2 - 3i)z^2 + 9z - 18 + 27i$$

(1) أ- ليكن \bar{z} مرافق z . احسب $\overline{P(z)}$ بدلالة \bar{z} .

ب- حل في \mathbb{C} ، المعادلة $P(z) = 0$ إذا علمت أنها تقبل حلين مترافقين z_1 و \bar{z}_1 .

(2) في المستوي المركب ، نعتبر النقط A, B, C ذات اللاحقات $3i, -3i, 2-3i$ على الترتيب .

(أ) عيّن زاوية ونسبة التشابه المباشر الذي مركزه B ويحول C إلى A . واستنتج طبيعة المثلث ABC .

(ب) عين إحداثيي النقطة G مرجح للنقط A, B, C المرفقة بالمعاملات $1, 2, -2$ على الترتيب

(ج) عين مجموعة النقط M من المستوي حيث : $MA^2 + 2MB^2 - 2MC^2 = 25$

التمرين (03) 1. حلّ في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة : $z^2 - (1 + i)z - 2 - i = 0$.

نرمز بـ z_1 و z_2 لحلي هذه المعادلة، حيث z_1 هو الحلّ الذي جزؤه الحقيقي موجب.

2 . المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس.

A, B, C والنقط التي لواحقها على الترتيب z_1, z_2 و z_3 حيث $z_3 = 3 - 2i$.

(أ) عيّن لاحقة النقطة I منتصف القطعة $[BC]$.

(ب) أكتب على الشكل المثلثي العدد المركب $\frac{z_3 - z_1}{z_2 - z_1}$ واستنتج :

- أن C هي صورة B بتحويل نقطي يُطلب تعيين عناصره المميزة .

- نوع المثلث ABC .

(ج) عيّن لاحقة النقطة D نظيرة A بالنسبة إلى I .

التمرين (04) -1 أحسب : $(\sqrt{3}-i)^2$

2- حل في \mathbb{C} المعادلة : $(E) \quad 2z^2 - (\sqrt{3} + 3i)z - 1 + \sqrt{3}i = 0 \dots$

ليكن z_1 و z_2 حلي المعادلة (E) بحيث الجزء الحقيقي لـ z_2 موجب تماما

أ- اكتب على الشكلين الجبري والمثلثي كل من z_1 و z_2 .

ب- بين أن لكل عدد طبيعي فردي n يكون : $z_1^{6n} + z_2^{6n} + 2 = 0$.

3- لتكن M_1 و M_2 صورتى العددين المركبين z_1 و z_2 على الترتيب في المستوي المركب

وليكن S التشابه الذي مركزه $\omega\left(\frac{\sqrt{3}}{6}; \frac{3}{2}\right)$ ويحول M_1 إلى M_2 . عين العناصر المميزة

للتشابه S

التمرين (05) -1 حل في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة التالية ذات المجهول z

$$z^2 - (7+i)z + 14 + 2i = 0$$

نرمز لحلي هذه المعادلة بالرمزين z_1 ، z_2 بحيث يكون : $|z_1| > |z_2|$

2- لتكن A و B صورتى العددين المركبين z_1 و z_2 على الترتيب في المستوي المركب

(أ) بين أن المثلث OAB قائم ومتقايس الساقين

(ب) عين مركز وزاوية الدوران الذي يحول النقطة A إلى النقطة B ، والنقطة B إلى النقطة O

(ج) لتكن النقطة C صورة النقطة O بهذا الدوران . ما هي طبيعة الرباعي $ABOC$.

التمرين (06) نعتبر المعادلة في \mathbb{C} : $(E) \quad z^3 - (4+i)z^2 + (13+4i)z - 13 = 0 \dots$

(1) برهن أن المعادلة (E) تقبل حلا تخيليا صرفا z_0 يطلب تعيينه .

(2) حل عندئذ المعادلة (E)

(3) في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد ومتجانس مباشر $(O; \vec{u}; \vec{v})$ تعطى النقط:

A ، B و C ذات اللواحق i ، $2+3i$ ، $2-3i$ على الترتيب .

(أ) ليكن r الدوران الذي مركزه النقطة B وزاويته $\frac{\pi}{4}$. عين لاحقة النقطة A' صورة A

بالدوران r .

(ب) برهن أن النقط A' ، B و C تقع على استقامة واحدة ثم عين الكتابة المركبة للتحاكي ذو

المركز B و الذي يحول النقطة C إلى A'

التمرين (07) M نقطة من المستوي المركب (P) لاحتقتها z حيث $z = x + iy$ (وحدة القياس 4 cm).

1. $F(z)$ كثير الحدود المعرف في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} كما يلي:

$$F(z) = z^2 + \left[\frac{1}{2} - \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2} \right) i \right] z - \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} i$$

- احسب $F(i)$ ثم استنتج الجذر الآخر لكثير الحدود $F(z)$.
 - أكتب الجذرين السابقين على الشكل الأسّي علماً أنّ b هو التخيلي الصرف والآخر a .
2. نعرّف التحويل النقطي T الذي يرفق بكل نقطة M لاحتقتها z النقطة M' لاحتقتها z' حيث
- $$z' = e^{\frac{2i\pi}{3}} + i$$

- حدد طبيعة التحويل T ثم عيّن عناصره المميزة.
 - أنشئ النقط Ω, M_1 و M_2 إذا علمت أنّ Ω هي النقطة الصامدة بالتحويل T و M_1 صورة O و M_2 صورة M_1 بالتحويل T .
3. نعرّف متتالية نقط المستوي (P) كما يلي:
- $$M_{n+1} = T(M_n) \text{ فإن } n \text{ عدد طبيعي}$$
- نسمّي z_n لاحقة النقطة M_n ونضع $Z_n = z_n - \omega$ حيث ω لاحقة النقطة Ω .
- احسب $\frac{Z_{n+1}}{Z_n}$ ثم جد عبارة Z_n بدلالة n واستنتج عندئذ z_n .
 - حدد موقع النقطة M_{2008} .

التمرين (08) نعتبر في \mathbb{C} كثير الحدود ذو المتغير المركب z حيث:

$$P(z) = z^3 - (1 + 4i)z^2 - (5 - 3i)z + 2 + 2i$$

1- بيّن أن العدد i هو جذر لـ $P(z)$

2- عيّن العدد المركب λ حيث: $P(z) = (z - i)(z^2 + \lambda z - 2 + 2i)$

3- حل في \mathbb{C} المعادلة $P(z) = 0$

4- في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد ومتجانس مباشر $(O; \vec{u}; \vec{v})$. لتكن النقط

$$A(0;1), B(0;2), C(1;1)$$

أ- عين زاوية ونسبة التشابه المباشر الذي مركزه B ويحول A إلى C

ب- M و M' نقطتان من المستوي لاحتقاهما z و z' على الترتيب و S تحويل نقطي للمستوي في نفسه يرفق بالنقطة M بالنقطة M' بحيث: $z' = (1 + i)z + 2$

- ما هي طبيعة المثلث BMM' ؟

- عين مجموعة النقط M من المستوي بحيث يكون: $\| \overrightarrow{OM} \| = \| \overrightarrow{OM'} \|$

التمرين (09) -1 حل في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة ذات المجهول z :

$$z^2 - 4(1+i)z + 1 + 8i = 0$$

نسمي z_1 و z_2 حلي هذه المعادلة علما أن $|z_1| > |z_2|$

(1) اكتب العدد $(z_1^2 - z_2^2)$ على شكله الأسى .

(2) اكتب العدد $\left(\frac{z_1^2 - z_2^2}{8\sqrt{2}}\right)^{1994}$ على شكله الجبري

(3) النقطتان A و B صورتا العددين المركبين z_1 و z_2 على الترتيب في المستوي المركب

(α) عيّن إحداثي مركز التشابه S الذي نسبته $\sqrt{2}$ و زاويته $\frac{\pi}{4}$ والذي يرفق بالنقطة

A النقطة B ($S(A) = B$)

(β) اكتب معادلة لصورة المستقيم (AB) بالتشابه S

التمرين (10) (1) حل في \mathbb{C} المعادلة $z^2 - (2+i)z + 3+i = 0$.

نرمز للحلين بـ z_0 و z_1 حيث $|z_0| > |z_1|$.

(2) A ، B و C نقط من المستوي لواحقها على الترتيب 1 ، z_0 و z_1 .

أوجد إحداثي النقطة G مركز المسافات المتساوية للنقط A ، B و C .

(3) T التحويل النقطي في المستوي الذي يرفق بكل نقطة M النقطة M' حيث :

$$\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$$

أ - بين أن $\overrightarrow{GM'} = -2\overrightarrow{GM}$.

ب - استنتج طبيعة التحويل T وعناصره المميّزة . ج - أكتب العبارة المركبة للتحويل T .

(4) A' ، B' و C' صور النقط A ، B و C على الترتيب بالتحويل T . بين أن النقط A' ، B'

و C' في استقامة

التمرين (11) 1/ حل في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة التالية ذات المجهول z :

$$z^2 - 2(1+2i)z + 9 + 20i = 0$$

نسمي z_1 ، z_2 حلي هذه المعادلة بحيث : $|z_1| < |z_2|$

2/ النقطتان : M_1 ، M_2 صورتا العددين المركبين z_1 ، z_2 على الترتيب في مستوي مزود بمعلم

متعامد ومتجانس مباشر $(O; \vec{u}; \vec{v})$. نقطة من حامل محور الفواصل و r الدوران الذي مركزه

ω و يحول M_1 إلى M_2 .

- عيّن مركز وزاوية الدوران r

التمرين (12) 1/ حل في \mathbb{C} المعادلة التالية: $4z^2 - 12z + 153 = 0$

2/ في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$ (وحدة الرسم: 1cm)

نعتبر النقط A, B, C, P ذات اللواحق: $z_A = \frac{3}{2} + 6i$ ، $z_B = \frac{3}{2} - 6i$ ،

$z_C = -3 - \frac{1}{4}i$ ، $z_P = 3 + 2i$ و الشعاع $\vec{\omega}$ المعرف باللاحقة: $z_{\vec{\omega}} = -1 + \frac{5}{2}i$

(أ) عيّن اللاحقة z_Q للنقطة Q صورة النقطة B بالانسحاب t الذي شعاعه $\vec{\omega}$.

(ب) عيّن اللاحقة z_R للنقطة R صورة النقطة P بالتحاكي h الذي مركزه C ونسبته $\frac{-1}{3}$

(ج) عيّن اللاحقة z_S للنقطة S صورة النقطة P بالدوران r الذي مركزه A وزاويته $\frac{-\pi}{2}$

(د) أنشئ النقط: P, Q, R, S

3/ (أ) أثبت أن الرباعي $PQRS$ متوازي أضلاع

(ب) احسب: $\frac{z_R - z_Q}{z_P - z_Q}$ ثم استنتج الطبيعة الخاصة لمتوازي الأضلاع $PQRS$

(ج) برهن أن النقط P, Q, R, S تنتمي إلى دائرة واحدة (C) يطلب تعيين لاحقة مركزها Ω ونصف قطرها ρ . هل المستقيم (AP) مماس للدائرة (C)؟

التمرين (13) 1/ حل في \mathbb{C} المعادلة التالية إذا علمت أنها تقبل حلا حقيقيا z_0 :

$$(1) \dots\dots\dots z^3 + 2z^2 - 16 = 0$$

2/ اكتب حلول المعادلة (1) على الشكل الأسى

3/ في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد ومتجانس مباشر $(O; \vec{u}; \vec{v})$.

لتكن $z_A = -2 - 2i$ ، $z_B = 2$ ، $z_D = -2 + 2i$ ،

(أ) عيّن اللاحقة z_C للنقطة C بحيث يكون $ABCD$ متوازي أضلاع ثم ارسم شكلا

(ب) لتكن النقطة E صورة النقطة C بالدوران الذي مركزه B وزاويته $\frac{-\pi}{2}$ و النقطة F

صورة النقطة C بالدوران الذي مركزه D وزاويته $\frac{+\pi}{2}$.

- احسب z_E و z_F لاحقتي النقطتين E و F على الترتيب. أنشئ E و F

- تحقق أن: $\frac{z_F - z_A}{z_E - z_A} = i$ ثم استنتج طبيعة المثلث AEF

(ج) عيّن صورة المثلث EBA بالدوران الذي مركزه I منتصف القطعة $[EF]$ وزاويته $\frac{-\pi}{2}$

التمرين (14) حل في \mathbb{C} المعادلة ذات المجهول المركب z التالية :

$$z^2 - 2(2-i)z + 6 = 0$$

يرمز بـ z_1 للحل الذي له أصغر طولية و z_2 للحل الآخر .

(2) المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس مباشر . نسمي A ، B ، M_1 و M_2 النقط التي لواحقها $2i$ ، 6 ، z_1 و z_2 على الترتيب .

α و β عدنان مركبان و T تحويل نقطي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z ، النقطة M' ذات اللاحقة z' بحيث $z' = \alpha z + \beta$.

أ - عيّن α و β علماً أنّ صورة A بالتحويل T هي B وصورة M_1 بالتحويل T هي M_2 .
ب - ما هي طبيعة التحويل T ؟ أعط عناصره المميزة

التمرين (15) حل في \mathbb{C} المعادلة : $z^2 - 2(3+2i)z + 1+12i = 0$

يرمز z_1 ، z_2 إلى حل هذه المعادلة حيث : $|z_2| > |z_1|$.

2- المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس مباشر . A ، B ، C و D نقط من

المستوي لواحقها على الترتيب z_1 ، z_2 ، $1+4i$ ، $2-i$.

أ - عيّن التشابه المباشر s الذي يحول النقطة A إلى C و النقطة D إلى النقطة B (تعطى العناصر المميزة للتشابه المباشر s)

ب- لتكن النقطة K_0 التي لاحتقتها $3i$ ، نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $K_{n+1} = s(K_n)$

و $u_n = \|\overrightarrow{\omega K_n}\|$ حيث ω هو مركز التشابه s

- احسب $\|\overrightarrow{\omega K_n}\|$ بدلالة n .

- ما هي طبيعة المتتالية (u_n) ؟ احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ و ماذا تستنتج بالنسبة للمتتالية (u_n)

التمرين (16) حل في \mathbb{C} المعادلة : (1) $z^2 - (2-7i)z - 13(1+i) = 0$

(2) المستوي منسوب لمعلم متعامد ومتجانس مباشر . A و B صورتا العددين المركبين z_1 و z_2 حل المعادلة (1) على الترتيب بحيث الجزء الحقيقي لـ z_1 موجب .

أ) عيّن المركز ω للتشابه S الذي نسبته 2 و زاويته $\frac{3\pi}{2}$ والذي يحول A إلى B

ب) عيّن لاحقة النقطة C صورة النقطة B بالتشابه S

ج) اكتب معادلة لصورة المستقيم (AB) بالتشابه S

(3) أ) عيّن لاحقة D مرجح الجملة المثقلة : $\{(A;1), (B;-1), (C;1)\}$

ب) ما هي طبيعة الرباعي $ABCD$

ج) عيّن المجموعة (γ) للنقط ذات اللاحقة z حيث :

$$MA^2 - MB^2 + MC^2 = \lambda$$
 حيث λ مساحة الرباعي $ABCD$

التمرين (17) 1- ليكن العددان المركبان z_1 و z_2 حيث :

$$z_2 = \frac{\sqrt{2} + (-1 + \sqrt{2})i}{1 - z_1} \quad \text{و} \quad z_1 = \sqrt{2}(1 - i)$$

أ- اكتب العدد z_1 على الشكل المثلثي .

ب- برهن أن $z_2 = -i$

2- المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس مباشر. M و M' نقطتان من المستوي لاحقتهما z و z' على الترتيب . نضع $z = x + iy$ و $z' = x' + iy'$ و نعتبر التحويل النقطي S الذي

$$\begin{cases} X' = \sqrt{2}(x + y + 1) \\ y' = \sqrt{2}(-x + y + 1) - 1 \end{cases} \quad \text{يرفق بكل نقطة } M \text{ النقطة } M' \text{ حيث :}$$

أ- اكتب z' بدلالة z

ب- استنتج الطبيعة والعناصر المميزة للتحويل S

ج- (Δ) مستقيم ذو المعادلة $x + y + 1 = 0$ ، اكتب معادلة لصورة المستقيم (Δ) بالتحويل S

د) اكتب معادلة لصورة الدائرة (γ) التي مركزها O ونصف قطرها 2 بالتحويل S

3- أ- اكتب العبارة المركبة للتحويل $S \circ S$.

ب- برهن أن $S \circ S$ هو تشابه مباشر .

ج- قارن بين العناصر المميزة للتحويلين S و $S \circ S$

التمرين (18) ليكن ABC مثلث مباشر .النقط A' ، B' و C' الواقعة خارج المثلث ABC

بحيث المثلثات : $A'BC$ ، $B'CA$ و $C'AB$ متقايسة الأضلاع .

النقط J ، K و L مراكز ثقل المثلثات : $A'BC$ ، $B'CA$ و $C'AB$ على الترتيب .

نقترح البرهان على أن المثلث JKL متقايس الأضلاع.

ليكن S_A التشابه المباشر الذي مركزه A والذي يحول K إلى C و S_B التشابه المباشر الذي مركزه B ويحول C إلى J .

1/ عيّن نسبة وزاوية S_A

2/ عيّن نسبة وزاوية S_B

3/ - برهن أن : $S_B \circ S_A$ دوران يطلب تعيين زاويته .

- برهن أن L هي مركز $S_B \circ S_A$

4/ استنتج من السؤال الثالث أن المثلث JKL متقايس الأضلاع

التمرين (19) 1) أحسب العدد المركب $(2\sqrt{3} + i)^3$.

2) حل في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة ذات المجهول z التالية : $z^3 = 18\sqrt{3} + 35i$.

نرمز بـ : z_1 ، z_2 و z_3 إلى حلول هذه المعادلة