تمرين01

نعتبر الدالة f المعرفة على $D_f=]-\infty;-1[\cup]-1;1[\cup]1;+\infty[$ بـ $f(x)=x+1+\frac{x}{x^2-1}$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;I,J)$.

1. أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها.استنتج المستقيمات المقاربة الموازية لمحور التراتيب.
2. أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.أكتب معادلة للمماس (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة **0** .
3. من ملاحظة جدول التغيرات خمن وجود مركز تناظر للمنحني (C_f) ثم أثبت صحة أو عدم صحة تخمينك.
4. بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x+1$ مستقيم مقارب مائلا للمنحني (C_f) عند $-\infty$ و عند $+\infty$.
5. أدرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل (Δ).
6. بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-1;1[$ يطلب إيجاد، باستعمال حاسبة بيانية، حصر له سعته $0,1$.
7. أرسم المستقيمات المقاربة و المنحني (C_f).
8. ناقش بيانيا إشارة و عدد حلول المعادلة : $(m-1-x)(x^2-1)-x=0$

تمرين02

الجزء الأول: نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=2x^3+x^2-1$

1. أدرس تغيرات الدالة g على $\mathbb{R}$.
2. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α محصورا بين $0,5$ و $0,9$.
3. حدد، حسب قيم x، إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني: نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x)=\frac{x^3+x^2+1}{3x}$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث وحدة الأطوال هي $3cm$.

1. أدرس نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها.
2. بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$، إشارة $f'(x)$ هي من نفس إشارة $g(x)$.
3. أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
4. بين أن $f(\alpha)=\frac{\alpha}{6}+\frac{1}{2\alpha}$ ثم استنتج ، باستعمال حصر العدد α، حصرا للعدد $f(\alpha)$.
5. أرسم المنحني (C_f)
6. ناقش بيانيا إشارة و عدد حلول المعادلة : $f(x)=m+1$

تمرين03

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ بـــ: $f(x)=\frac{-x^2+5x-15}{2x-4}$

C هو التمثيل البياني لها في معلم متعامد ومتجانس $(O;I,J)$

1. بين أن $f'(x)=\frac{-x^2+4x+5}{(2x-4)^2}$ حيث f' هي مشتقة f ثم ادرس إشارة f'

ب–ادرس نهايات الدالة f عند حدود مجموعة التعريف، استنتج أن المنحني C يقبل مستقيما مقاربا عموديا D .

ج– شكل جدول تغيرات f .

2. ا–عين الأعداد الحقيقية a ، b ، c بحيث من أجل كل عدد حقيقي $x\neq 2$: $f(x)=ax+b+\frac{c}{2x-4}$

ب – بين أن المستقيم الذي معادلته $y=-\frac{x}{2}+\frac{3}{2}$ مقارب للمنحني C .

3.أ– عين إحداثيات نقط التقاطع A و B للمنحني C مع حامل محور الفواصل.

ب – عين معادلة لكل من الماسين T_A و T_B للمنحني C عند النقطتين A و B على الترتيب.

4 . أرسم المنحني (C_f)

تمرين04

نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـــ: $f(x)=\frac{6}{x}-\frac{9}{2x^2}+\frac{1}{x^3}$

C هو التمثيل البياني لها في معلم متعامد و متجانس $(O;I,J)$ الوحدة $3cm$.

1.درس تغيرات f ، شكل جدول التغيرات .

2. أ – حل المعادلة $f(x)=0$ ، استنتج أن للمنحني C لا يقطع محور الفواصل.

ب – حسب جدول التغيرات ناقش حسب قيم اعدد الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x)=m$.

ج– عين معادلة لكل من المماسين T_1 و T_2 للمنحني C عند النقطتين اللتين فاصلتاهما $\frac{1}{2}$ و 1 .

4. أنشئ المماسين T_1 ، T_2 و المنحني C.

تمرين 05

نعتبر دالة كثير الحدود **p** المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $p(x)=x^3+3x^2+3x-5$

1) أ) ادرس تغيرات **p** .

ب) بين أن المعادلة $p(x)=0$ تقبل حلا واحدا في المجال α في المجال $[0;1]$.

- أعط حصرا لـــ α سعته 10^{-1} .

ج) عين إشارة $p(x)$ حسب قيم **x** .

2) نعتبر الدالة **f** المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـــ: $f(x)=\dfrac{x^3-3x+1}{(x+1)^2}$

(C) المنحنى الممثل للدالة **f** في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. الوحدة $2cm$

أ) عين نهاية الدالة **f** عند **1−** . فسر بيانيا النتيجة.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2. أ) احسب $f'(x)$. بين انه من أجل كل **x** من $]-1;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{P(x)}{(x+1)^3}$

ب) شكل جدول تغيرات **f**

3) أ) بين أن المستقيم Δ الذي معادلته $y=x-2$ مقارب للمنحنى (C) عند $+\infty$.

ب) ادرس وضعية (C) بالنسبة إلى Δ.

4.عين معادلة للماس **T** للمنحنى (C) الممثل للدالة **f** عند النقطة التي فاصلتها **0**.

5. أنشئ (C)، **T** و المستقيمات المقاربة.

تمرين 06

نعتبر الدالة **f** المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـــ: $f(x)=\dfrac{-x^3-2x^2-x-4}{(x+1)^2}$

1. عين الأعداد الحقيقية **a** ، **b** و **c** بحيث من أجل كل عدد حقيقي **x** يختلف عن**1−**: $f(x)=ax+\dfrac{b}{(x+1)^2}$

2.أ– احسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة التعريف

ب– بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{-1\}$: $f'(x)=\dfrac{-(x-1)(x^2+4x+7)}{(x+1)^3}$

ج– ادرس إشارة $f'(x)$ و شكل جدول تغيرات f

3. بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا واحدا α حيث $-2,5<\alpha<-2$

4. بين أن المستقيم D الذي معادلته $y=-x$ مقارب للمنحني (C) عند $-\infty$ و عند $+\infty$.

5. أرسم D و المنحني (C) الممثل للدالة f في معلم متعامد $(O;\vec{i},\vec{j})$،الوحدة: $2cm$ على محور الفواصل و $1cm$ على محور التراتيب.

تمرين07

f و g دالتان معرفتان على $]1;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=x+\dfrac{x+1}{x^3}$ و $g(x)=x-\dfrac{2x-1}{x^4}$

(C_f) و (C_g) هما التمثيلان البيانيان للدالتين f و g في معلم متعامد و متجانس الوحدة على المحورين $1cm$

1.أ– تحقق من أن المستقيم Δ الذي معادلته $y=x$ مستقيم مقارب لـ (C_f) و (C_g) عند $+\infty$.

ب– عين وضعية (C_f) بالنسبة إلى Δ ثم وضعية (C_g) بالنسبة إلى Δ .

ج–ادرس تغيرات كل من f و g على $]1;+\infty[$.

د– شكل جدولي تغيرات كل من f و g .

هـ – أنشئ Δ ، (C_f) و (C_g).

تمرين08

نعتبر الدالة f المعرفة بـ : $f(x)=ax+\dfrac{b}{4x+2}$ مع a و b عددان حقيقيان.

1. أ ـــ عين D_f مجموعة تعريف الدالة f .

ب ـــ بيّن أن الدالة f تقبل الاشتقاق على كل مجال من المجموعة D_f .

جـ ـــ عين العددين a و b بحيث من أجل كل $x\in D_f$ ، $f'(0)=\dfrac{7}{2}$ و $f(0)=-\dfrac{3}{2}$.

2. أ ــ أحسب النهايات عند حدود المجموعة D_f .

ب ــ برّر أنه من أجل كل $x \in D_f$ ، $f'(x) > 0$.

جــ ــ أنجز جدول تغيرات الدالة f .

3. نسمي $\mathcal{C}_f$ المنحني الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

أ ــ برهن أن المستقيم ذي المعادلة $y = \frac{1}{2}x$ هو مستقيم مقارب للمنحني $\mathcal{C}_f$.

ب ــ أكتب معادلة لمماس المنحني $\mathcal{C}_f$ عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

جــ ــ برهن أنّ النقطة ω ذات الإحداثيتين $\left(-\frac{1}{2};-\frac{1}{4}\right)$ هي مركز تناظر للمنحني $\mathcal{C}_f$. أرسم المنحني $\mathcal{C}_f$.

تمرين09

لتكن الدالة f المعرّفة بــ : $f(x) = \frac{x^3 + 2x^2}{(x+1)^2}$.

نسمي $\mathcal{C}_f$ المنحني الممثل لها في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أدرس تغيرات الدالة f . استنتج أن المنحني $\mathcal{C}_f$ يقبل مستقيما مقاربا عموديا .

2) بين أن المستقيم ذي المعادلة $y = x$ هو مقارب مائل للمنحني $\mathcal{C}_f$.

3) أدرس وضعية المنحني $\mathcal{C}_f$ بالنسبة إلى المستقيم المقارب له المائل .

4) أحسب إحداثيات نقطتي تقاطع المنحني $\mathcal{C}_f$ مع حامل محور الفواصل.

5) أكتب معادلة للمماس Δ عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

6) أنشئ Δ ثم المنحني $\mathcal{C}_f$.

7) لتكن الدالة g المعرّفة بــ : $f(x) = x^2 . \frac{|x|+2}{(|x|+1)^2}$

– برهن أن g زوجية ، و أن $g = f$ على مجال يطلب تعيينه .

– ادرس استمرارية g عند الصفر ثم اشتقاقية g عند الصفر

– انشئ C_g

تمرين 10

لتكن الدالـــــة المعرفة على R^* بـــ : $f(x)=\frac{x^3+x^2+4}{x^2}$

1. عين الثوابت الحقيقية a ، b بحيث: $f(x)=x+a+\frac{b}{x^2}$

2. ادرس تغـــيرات الدالـــة f و عين المستقيمات المقاربة.

3. أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (Δ) مـــيله 2 يطلب معادلته.

4. أنشئ المـــاس (Δ) ثم المنحنى (C_f) .

5. أوجد النقاط من المنحنى (C_f) التي إحداثـــياتها صحيحة.

6. m وسيط حقيـــقي ، نـــاقش حسب قيم m إشـــارة و عدد حلول المعادلة : $f(x)=2x+m$.

7. لتكن الدالة g المعرفة على R^* $g(x)=|x|+\frac{x^2+4}{x^2}$.

   - تحقق أن الدالة g زوجية .ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنى C_g
   - بين أن $g=f$ على مجال يطلب تعيينه. ثم أنشئ C_g

8. ناقش بيانيا إشارة و عدد حلول المعادلة : $g(x)=m$