

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين
الموضوع الأول

التمرين الأول: (05 نقاط) أنا مجرد عالم يتحسس طريقه من نور القمر و يري الفجر قبل البزوغ

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{1}{3}n + 1 \end{cases} \quad n: \text{ من أجل كل عدد طبيعي}$$

1. أحسب u_1 و u_2 و u_3 و استنتج تخمين حول اتجاه تغير المتتالية أن (u_n) .

(ب) برهن بالتراجع، أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، فإن $u_n \leq n + 3$

2. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، فإن: $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{3}(n + 3 - u_n)$

استنتج صحة تخمينك في السؤال الأول.

3. (v_n) متتالية معرفة كما يلي: $v_n = u_n - n$

أ- أحسب v_0 ثم بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{2}{3}$.
ب- عبر v_n عن بدالة n .

ب- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، فإن: $u_n = 2\left(\frac{2}{3}\right)^n + n$

ت- أحسب $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$ ماذا تستنتج؟

4. نضع $S_n = \sum_{k=0}^n u_k = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ و $T_n = \frac{S_n}{n}$

5. عبر S_n عن بدالة n ثم أحسب النهاية $\lim_{n \rightarrow \infty} (T_n)$.

التمرين الثاني (4.5 نقطة) لكي تنجح يجب عليك فعل الأشياء التي تظن أنك لا تستطيع فعلها.

أربع نقط من الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ نعتبر النقط

$A(2; 1; 0)$, $B(2; -1; -2)$, $C(0; 1; -2)$ والمستوى (P) ذو المعادلة $(P): x + y - z - 3 = 0$

1. بين أن النقط A و B و C تنتمي للمستوى (P) .

2. نعتبر (S) مجموعة النقط $M(x; y; z)$ من الفضاء التي تحقق $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 4z + 5 = 0$

أ- بين أن (S) هي سطح كرة يطلب مركزها I و نصف قطرها R .

ب- بين أن (S) و (P) يتقاطعان وفق دائرة (C) محيطة بالمثلث ABC .

ت- بين أن المثلث ABC متقايس الأضلاع.

3. ليكن (Δ) المستقيم الذي يشمل I و العمودي على المستوى (P) .

أ- بين أن التمثيل الوسيطى للمستقيم (Δ) هو $\Delta: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + t \\ z = -2 - t \end{cases} ; t \in \mathbb{R}$

ب- عين إحداثيات G نقط تقاطع المستقيم (Δ) و المستوى (P) .

ت- تحقق أن G هي مركز ثقل المثلث ABC ثم استنتج مركز نصف قطر الدائرة (C) .

التمرين الثالث (4.5 نقطة) إتبع حلمك برغبة قوية لتحقيق هدفك في الحياة
المستوي المركب منسوب الى معلم متعامد ومتجانس (o, \vec{i}, \vec{j}) . نعتبر النقط A, B, I التي لواحقها على
الترتيب 1، $1-2i$ ، $-2+2i$. والدائرة (C) التي قطرها $[AB]$
-1/ أنشئ النقط A, B, I

-2/ حدد w لاحقة النقطة Ω مركز الدائرة (C). واحسب طول نصف قطرها R.

-3/ لتكن النقطة D ذات اللاحقة $Z_D = \frac{3+9i}{4+2i}$.

حدد الشكل الجبري للعدد Z_D ثم بين ان النقطة D تنتمي إلى الدائرة (C).

-4/ لتكن E النقطة ذات اللاحقة Z_E ، التي تنتمي الى الدائرة (C) والتي تحقق
أ - أنشئ النقطتين D، E.

ب- حدد طولية وعمدة العدد $Z_E + \frac{1}{2}$

ج- استنتج أن $Z_E = \frac{5\sqrt{2}-2}{4} + i\frac{5\sqrt{2}}{4}$

-5/ نعتبر التحويل النقطي T الذي يحول كل نقطة M ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث:

$$z' + \frac{1}{2} = e^{i\frac{\pi}{4}} \left(z + \frac{1}{2} \right)$$

أ/ تعرف على التحويل T وعناصره المميزة .

ب/ لتكن النقطة K ذات اللاحقة $z_K = 2$

عين حسابيا اللاحقة صورة النقطة K بالتحويل T وكيف يمكن إيجاد هذه النتيجة هندسياً ؟

التمرين الرابع 06 نقاط فقط الذين يجرون على المضي بعيدا يكتشفون كم هم قادرين على الوصول

في الشكل المقابل المنحنى C_f و C_g المرسوم في معلم متعامد ومتجانس (o, \vec{i}, \vec{j}) ممثل للدالتين g و f

المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = e^x - \frac{1}{x}$ و $g(x) = \ln x - \frac{1}{x}$.

المنحنى C_f يقطع محور الفواصل في النقطة $A(\alpha, 0)$ المنحنى C_g يقطع محور الفواصل في النقطة $B(\beta, 0)$.

(1) أ) عين إشارة $f(x)$ و $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

ب) بين أن $e^\alpha = \frac{1}{\alpha}$ و $\ln \beta = \frac{1}{\beta}$.

(2) نعتبر الدالة h المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي $h(x) = e^x - \ln x$ و المنحنى البياني C_h الممثل لها في المعلم (o, \vec{i}, \vec{j}) .

أ- أحسب النهاية $\lim_{x \rightarrow 0^+} h(x)$ وفسر هندسيا النتيجة .

ب- بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{h(x)}{x} = +\infty$.

ت- بين أن $h(\alpha) = -g(\alpha)$.

ث- أدرس تغيرات الدالة h و شكل جدول تغيراتها.

(3) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي من المجال $]0; +\infty[$ فإن $f(x) - h(x) = g(x)$

أ- أدرس الوضع النسبي للمنحنيين C_f و C_h ثم أنشئ المنحنى C_h في المعلم (o, \vec{i}, \vec{j}) .

(4) نعتبر العدد الحقيقي a حيث $a > 0$ والمستقيم (Δ) ذو المعادلة $x = a$ يقطع المنحنى C_f في النقطة M و المنحنى C_g في النقطة N .

أ- عين إحداثيات النقطتين M و N بدلالة a ثم عبر عن المسافة MN بدلالة a .

ب- بين أن المسافة MN تكون أصغر مايمكن من أجل القيمة $a = \alpha$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (5 نقاط) الأسرار الخمسة للنجاح التركيز, التميز, التنظيم, التطور, و التواصل.

1/ حل في مجموعة الأعداد المركبة C المعادلة: $Z^2 - 2\sqrt{3}Z + 4 = 0$. ثم أكتب الحلين على الشكل الأسّي

2) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$. لنعتبر في المستوي التحويل النقطي T الذي يرفق بكل نقطة M ذات

اللاحقة Z النقطة M' ذات اللاحقة Z' بحيث : $Z' = e^{i\frac{2\pi}{3}} Z$

(أ) ما طبيعة التحويل النقطي T ؟

(ب) لتكن M_1 النقطة ذات اللاحقة : $Z_1 = 2$.

عين اللاحقتين : Z_2 و Z_3 للنقطتين : M_2 و M_3 على الترتيب حيث : $M_2 = T(M_1)$ و $M_3 = T(M_2)$

إستنتج أن : $\frac{Z_3 - Z_2}{Z_1 - Z_2} = e^{-i\frac{\pi}{3}}$ واستنتج طبيعة المثلث $M_1 M_2 M_3$.

عين مركز ثقل المثلث $M_1 M_2 M_3$ ثم أكتب المعادلة الديكارتية للدائرة (C) المحيطة بالمثلث $M_1 M_2 M_3$.

بين أن المثلث $M_1 M_2 M_3$ صامد بالتحويل النقطي T ثم إستنتج صورة الدائرة (C) التحويل النقطي T .

1) لتكن المجموعة E_M للنقط M من المستوي حيث $(E) \dots = \overline{MA}^2 + \overline{MB}^2 + \overline{MC}^2 = K$ و K عدد حقيقي.

أ - بين العلاقة (E) تكافئ $OM^2 = \frac{K-12}{3}$.

ب - ناقش حسب قيم العدد الحقيقي K طبيعة مجموعة النقط E_M محددًا عناصرها.

ت - عين قيمة العدد الحقيقي K حتى تكون الدائرة (C) عنصر من المجموعة E_M .

التمرين الثاني 4 نقاط الإنسان الإيجابي لا تنتهي أفكاره .. و الإنسان السلبي لا تنتهي أعداره

المتتالية الهندسية (u_n) معرفة بحددها الأول u_0 حيث $u_0 \neq 0$ و العلاقة $27u_5 = 8u_2$

1. أحسب q ثم أكتب عبارة (u_n) بدلالة u_0 و n .

2. عين أصغر قيمة للعدد الطبيعي n حتى يكون $u_n \leq u_0 (2014 \times 10^{-10})$

3. نضع $S_n = \sum_{k=0}^n u_k = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

- أحسب المجموع S_n بدلالة u_0 و n .

- عين u_0 علما أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} (S_n) = 10^3$.

4. n و p عدنان طبيعيين معرفان بالعلاقة (E) كما يلي $(E) \dots \times u_p \times u_{n-p}$

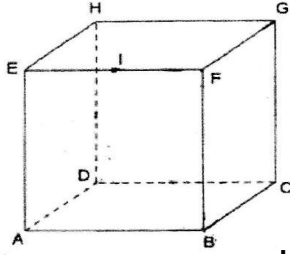
- أحسب $u_{n-p} \times u_p$ بدلالة u_0 و n .

- أحسب باستعمال العلاقة (E) الجداء $\pi_n^2 = (u_0 \times u_1 \times u_2 \times u_3 \dots \times u_n)^2$

- استنتج مع التبرير الجداء π_n

التمرين الثالث: (4 نقاط) الدنيا ثلاث (أمل و ألم و أجر) ف عش بالأولى وتحمل الثانية من أجل الثالثة .

نعتبر في الفضاء مكعبا $ABCDEFGH$ طول حرفه 1. نختار المعلم المتعامد والمتجانس $(A; \overline{AB}, \overline{AD}, \overline{AE})$.
نسمي I منتصف القطعة المستقيمة $[EF]$ و J نظيرة E بالنسبة للنقطة F



1- عين إحداثيات النقطتين I و J

2- تحقق أن الشعاع \overline{DJ} هو شعاع ناظمي للمستوى (BGI) .

- استنتج المعادلة الديكارتي للمستوى (BGI) .

- أحسب المسافة بين المستوى (BGI) و النقطة F .

3- ليكن (Δ) المستقيم الذي يشمل النقطة F و عمودي على المستوى (BGI) .

- أعطى تمثيلا وسيطي للمستقيم (Δ) .

- بين أن المستقيم (Δ) يمر على النقطة K مركز الوجه $ADHE$.

- بين أن المستقيم (Δ) و المستوى (BGI) يتقاطعان في نقطة و لتكن L ذات الإحداثيات $(\frac{2}{3}; \frac{1}{6}; \frac{5}{6})$

- هل النقطة L هي مركز ثقل المثلث BGI .

التمرين الرابع: 07 نقاط لا تخف من مواجهة الإمتحان فإن بدا عليك الخوف زادت عليك الصعاب .

نعتبر الدالة f المعرفة على $[0; +\infty[$ كمايلي :

$$\begin{cases} f(x) = x - x \ln(x) & (x > 0) \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

نرمز بـ (C) للمنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

أ- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب- بين أن f مستمرة عند 0 على اليمين .

أ- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$. هل f قابلة للاشتقاق عند 0 ؟ أعط تفسيرا هندسيا .

(2) أ- بين أنه من أجل عدد x من $]0; +\infty[$ $f^2(x) = -\ln(x)$

ب- ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

(3) أ- احسب إحداثيات نقطتي تقاطع المنحنى (C) مع محور الفواصل.

ب- أكتب معادلة المماس (T) عند الفاصلة $x_0 = e$

ج- انشئ المنحنى (T) و (c) .

(4) نعتبر المستقيم (Δ_m) ذو المعادلة $y = mx - me$ حيث m و سيط حقيقي .

أ- بين ان جميع المستقيمات (Δ_m) تشمل نقطة ثابتة يطلب تعيينها .

ب - ناقش حسب قيم الوسيط عدد نقاط تقاطع المنحنى (c) و المستقيم (Δ_m)

(5) أ- نعتبر الدالة F المعرفة على $[0; +\infty[$ كمايلي :

$$F(x) = \frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{2}x^2 \ln x$$

بين أن الدالة F هي دالة أصلية للدالة f على المجال $]0; +\infty[$

ب- احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) و المستقيمات التي معادلاتها :

$x = e$ ، $x = 1e^2$ و $y = 0$

تذكر و أنت صغير على أكتاف والدك تحضن رأسه بين ذراعيك مقبل على الدنيا و عيونك كلها أمل كان ولازال مصدر سعادتكحان دورك لتكون مصدر سعادته بنجاحك فهو ينتظره منك من أجله ومن أجل من يحبك إنجح