الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية الدكتور إبن زرجب
إمتحان بكالوريا تجريبي
الشعبة: علوم تجريبية

تلمسان
دورة ماي 2014
المدة: 3سا.30د

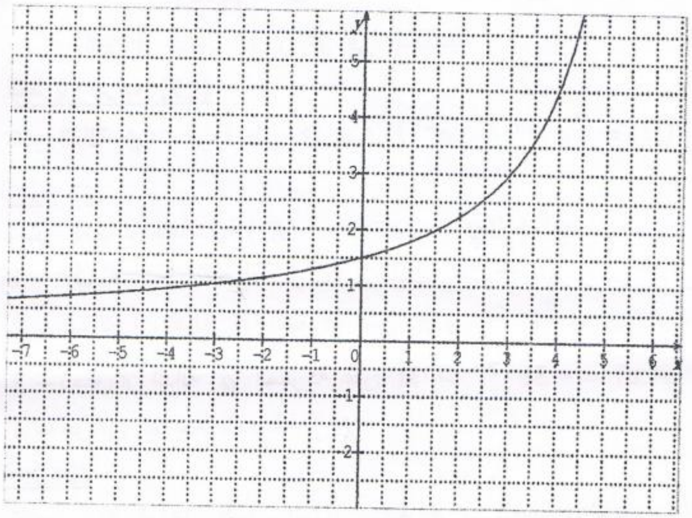
إختبار في مادة الرياضيات

على المترشح إختيار أحد الموضوعين التالين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (4.5ن)

نعتبر الدالة f المعرفة على $]-\infty,6[$ حيث : $f(x)=\frac{9}{6-x}$ ولتكن (U_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي :
$U_0=-3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1}=f(U_n)$



1- المنحنى البياني (C) الممثل للدالة f معطى في الشكل التالي:

أ- أنشئ النقط $M_0(U_0;U_1)$, $M_1(U_1;U_2)$, $M_2(U_2;U_3)$, $M_3(U_3;U_4)$

ب-ضع تخمينا حول تقارب ونهاية المتتالية (U_n)

2- أ- برهن أنه إذا كان $x<3$ فإن $f(x)<3$ ثم إستنتج أن $U_n<3$ من أجل $n\in\mathbb{N}$

ب-أدرس إتجاه تغير المتتالية (U_n)

ج-ماذا نستنتج من السؤالين 2-أ و 2-ب ؟

3-نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ حيث:

$$V_n=\frac{1}{U_n-3}$$

أ-بين أن (V_n) متتالية حسابية أساسها $-\frac{1}{3}$ عين حدها الأول

ب-عين V_n ثم U_n بدلالة n

ج-أحسب نهاية المتتالية (U_n)

التمرين الثاني: (4.5ن)

الجزء 1:

A و D نقطتان من الفضاء و I منتصف $[AD]$

1-أثبت أنه من أجل كل نقطة M من الفضاء : $\overrightarrow{MD}.\overrightarrow{MA}=MI^2-IA^2$

2-إستنتج (E) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق : $\overrightarrow{MD}.\overrightarrow{MA}=0$

الجزء 2:

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ولتكن النقط $A(3,0,0)$, $B(0,6,0)$, $C(0,0,4)$, $D(-5,0,1)$

1-أ-بين أن الشعاع $\vec{n}(4,2,3)$ ناظمي للمستوى (ABC)

ب-أكتب معادلة ديكارتية للمستوى (ABC)

2 – ا – عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) العمودي على المستوي (ABC) والذي يشمل النقطة D
ب – إستنتج إحداثيات النقطة H المسقط العمودي لـ D على المستوي (ABC)
ج – أحسب المسافة بين D و المستوي (ABC)
د – اثبت أن H تنتمي إلى المجموعة (E) المعرفة في الجزء (1)

التمرين الثالث:(4ن)

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس مباشر $(o,\vec{u},\vec{v})$ ولتكن النقط C,B,A لواحقها على الترتيب :
$$3-2i \quad ,-7-2i \ , \quad -5+6i$$
و F نقطة لاحقتها $-2+i$ حيث F مركز الدائرة (C) المحيطة بالمثلث ABC

1 - H نقطة لاحقتها -5 , عين عناصر التشابه المباشر الذي مركزه A ويحول C إلى H

2 – J نقطة لاحقتها 1

أ- عين لاحقة النقطة E صورة J بالإنسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{HA}$

ب- تحقق أن E نقطة من الدائرة (C)

ج- أحسب طويلة و عمدة للعدد المركب $\frac{z_H-z_A}{z_E-z_A}$. إستنتج طبيعة الرباعي $HAEJ$

3 – I منتصف $[AC]$. عين لاحقة النقطة G صورة النقطة I بالتحاكي الذي مركزه B ونسبته $\frac{2}{3}$

أثبت أن النقط F,G,H في إستقامية

التمرين الرابع:(7ن)

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\frac{9}{2}e^{-2x}-3e^{-3x}$

الجزء 1:

نعتبر المعادلة التفاضلية (E) : $y'+2y=3e^{-3x}$

1 – حل المعادلة التفاضلية (E') : $y'+2y=0$

2 - إستنتج أن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $h(x)=\frac{9}{2}e^{-2x}$ حلا للمعادلة (E')

3 – تحقق أن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $g(x)=-3e^{-3x}$ حلا للمعادلة (E)

4 – بين ان f حلا للمعادلة (E)

الجزء2:

نسمي C_f المنحنى البياني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$. (الوحدة 1سم)

1 – بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا : $f(x)=3e^{-2x}(\frac{3}{2}-e^{-x})$

2 – ادرس نهاية f عند $+\infty$ وعند $-\infty$

3 – أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

4 – احسب إحداثيات نقط تقاطع C_f مع محوري الإحداثيات

5 – أحسب $f(1)$ ثم أرسم المنحنى C_f

6- ناقش عدد وإشارة حلول المعادلة ذات الوسيط الحقيقي m : $f(x)=x+m$

7 – أوجد مجموعة الدوال الأصلية للدالة f على $\mathbb{R}$

8 - g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ حيث : $g(x)=f(x^2)$

أ – بإستعمال مشتقة دالة مركبة . عين إتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

ب – ارسم C_g منحنى الدالة g

الموضوع الثاني:

التمرين الأول:(7ن)

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x + \ln 4 + \frac{2}{e^x+1}$ و $(\mathcal{C})$ تمثيلها البياني في معلم في المستوي .

1 – أوجد نهاية f عند $+\infty$, وعند $-\infty$.

2 – أحسب من أجل كل x حقيقي , $f(x) + f(-x)$

– ماذا يمكن أن نستنتج بالنسبة للنقطة $\mathcal{A}(0;1 + \ln 4)$ ؟

3 – ادرس تغيرات الدالة f .

4– أ – علل مايلي : من أجل كل m عدد حقيقي المعادلة $f(x) = m$ لها حل وحيد في $\mathbb{R}$.

ب- أوجد حصرا لـ α حل المعادلة $f(x) = 3$. (التقريب 10^{-1} برر الجواب).

ج – أوجد قيمة m حيث , $f(-\alpha) = m$.

5– أ – بين أنه من أجل كل x حقيقي , $f(x) = x + 2 + \ln 4 - \frac{2e^x}{e^x+1}$.

ب –بين أن المستقيم (Δ)الذي معادلته $y = x + \ln 4$ والمستقيم (Δ') الذي معادلته $y = x + 2 + \ln 4$ هما مستقيمان مقاربان للمنحنى $(\mathcal{C})$. أدرس وضعية المنحنى $(\mathcal{C})$ بالنسبة للمستقيم المقارب (Δ).

6– ليكن العدد الحقيقي الموجب α.

ا – ماذا يمثل التكامل : $I(\alpha) = \int_0^\alpha [f(x) - x - \ln 4]dx$ ؟

ب – بين أن $I(\alpha) = 2\ln\left(\frac{2e^\alpha}{e^\alpha+1}\right)$ (يمكن إستعمال نتائج السؤال (5)(أ)).

ج – أحسب α من أجل: $I(\alpha) = 1$, ثم أعط قيمة مقربة لـ α بتقريب 10^{-1}.

د – أرسم $(\mathcal{C})$, (Δ) و (Δ').

التمرين الثاني:(6ن)

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$ الوحدة البيانية 2cm

1 – نذكر أن من أجل كل الأعداد المركبة a و b لدينا : $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول المركب z : $z^3 = 8$

2 – لتكن $\mathcal{C}, \mathcal{B}, \mathcal{A}$ النقط ذات اللواحق a, b و d على الترتيب: $a = 2 , b = -1 + i\sqrt{3}, d = -1 - i\sqrt{3}$

$\mathcal{R}$ دوران مركزه $\mathcal{A}$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$. $\mathcal{R}'$ دوران مركزه $\mathcal{A}$ وزاويته $-\frac{\pi}{2}$.

نضع : $\mathcal{C}' = \mathcal{R}(\mathcal{C})$, $\mathcal{B}' = \mathcal{R}'(\mathcal{B})$ و d' , b' لاحقتا $\mathcal{B}'$ و $\mathcal{C}'$ على الترتيب .

أ – علم النقط $\mathcal{C}, \mathcal{B}, \mathcal{A}$ ثم أكمل الشكل لاحقا .

ب – بين أن $b' = 2 + \sqrt{3} + 3i$

ج – أثبت أن $b' = \overline{d'}$

3 – لتكن $\mathcal{Q}, \mathcal{P}, \mathcal{N}, \mathcal{M}$ منتصفات القطع $[\mathcal{CB}]$, $[\mathcal{BB}']$, $[\mathcal{B}'\mathcal{C}']$, $[\mathcal{CC}']$ على الترتيب . m, n, p, q لواحقها

ا – أثبت أن n لاحقة $\mathcal{N}$ تساوي $\left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)\left(1 + i\sqrt{3}\right)$. إستنتج أن النقط $\mathcal{N}, \mathcal{O}$ و $\mathcal{C}$ في إستقامية .

ب – بين أن $n + 1 = i(q + 1)$. ماذا نستنتج بالنسبة للمثلث $\mathcal{NQM}$ ؟

ج – أثبت أن $\mathcal{NPQM}$ مربع .

التمرين الثالث: (4ن)

الجزء الأول:

نذكر أن المستوي المحوري لقطعة $[\mathcal{KL}]$ في الفضاء هو المستوي العمودي على $(\mathcal{KL})$ في النقطة I منتصف $[\mathcal{KL}]$

أثبت أن المستوي المحوري للقطعة $[\mathcal{KL}]$ هو مجموعة النقط من الفضاء المتساوية البعدعن $\mathcal{K}$ و L

الجزء الثاني :

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومنجانس $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. نعتبر النقط : $\mathcal{D}(0,0,-3), \mathcal{C}(3,-3,-1), \mathcal{B}(2,2,2), \mathcal{A}(4,0,-3)$

1 – بين أن المستوي المحوري للقطعة $[\mathcal{AB}]$ معادلته من الشكل : $4x - 4y - 10z - 13 = 0$

نقبل فيما يلي أن المستويان المحوريان للقطعتين$[\mathcal{BC}]$ و $[\mathcal{CD}]$ معادلتهما على الترتيب من الشكل :

$$3x - 3y + 2z - 5 = 0 \text{ و } 2x - 10y - 6z - 7 = 0$$

2 – أثبت أن المستويان الثلاثة تتقاطع في نقطة E . يطلب إعطاء إحداثياها .

3 – بإستعمال الجزء الأول برهن أن النقط $\mathcal{D}, \mathcal{C}, \mathcal{B}, \mathcal{A}$ تنتمي إلى سطح كرة مركزها E . أوجد نصف قطرها .

التمرين الرابع:(3ن)

لتكن المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول $u_0 = 1$ وبالعلاقة :

$$u_{n+1} = u_n + 2n + 3$$

1 – اثبت أن المتتالية (u_n) متتالية متزايدة تماما .

2 – أ – أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n , $u_n > n^2$

ب – عين نهاية المتتالية (u_n).

3 – أعط تخمينا لعبارة u_n بدلالة n ثم برهن صحة تخمينك .

*** إنتهى***

***بالتوفيق ***