ثانوية ابي راس الناصري
الشعبة :علوم تجريبية

دورة ماي2014
المدة :3ساعات 30 د

بكالوريا تجريبي في مادة الرياضيات

على المترشح أن يختار احد الموضوعين

الموضـــــــــوع الأول

التمرين الأول الفضاء المنسوب إلي معلم متعامد متجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ فيما يلي أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل

1. نعتبر النقاط $A\left(0;0;-3\right)$ و $B\left(-1;-1;-2\right)$ $C\left(1;1;-4\right)$ و $H\left(0;-3;-1\right)$
   a) A,B,C على استقامة واحدة. صحيح ☐, خطأ ☐
   b) C مرجح الجملة المثقلة $\{(A,2);(B,-1)\}$. صحيح ☐, خطأ ☐
   c) H مرجح الجملة المثقلة $\{(A,1);(B,1);(C,3)\}$. صحيح ☐, خطأ ☐
   d) A,B,C,H من مستوي واحد صحيح ☐, خطأ ☐
2. (P) مستوي معرف ب: $(p): x+2y+3z+9=0$ و (D) المستقيم المار من H وشعاع توجيهه $\vec{u}=\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}$
   a) التمثيل الوسيطي لـ(D) هو $\begin{cases} x=2k \\ y=-3+2k \\ z=-1-2k \end{cases} \quad (k\in\mathbf{R})$ صحيح ☐, خطأ ☐
   b) التمثيل الوسيطي لـ(D) هو $\begin{cases} x=2 \\ y=-3k+2 \\ z=-k-2 \end{cases} \quad (k\in\mathbf{R})$ صحيح ☐, خطأ ☐
   c) النقطة $C\left(1;1;-4\right)$ تنتمي إلي (D). صحيح ☐, خطأ ☐
   d) (D) محتوي في المستوي (P). صحيح ☐, خطأ ☐
3. نعرف مجموعة النقط (S) ذات المعادلة الديكارتية : $x^2+y^2+z^2-2x+2y-4z-10=0$
   a) (S) هي كرة مركزها $I\left(-2;2;-4\right)$ صحيح ☐, خطأ ☐
   b) (S) هي كرة مركزها $\Omega\left(1;-1;2\right)$ و نصف قطرها $r=4$ صحيح ☐, خطأ ☐
   c) (S) هي كرة قطرها $[FK]$ حيث $F\left(1;-1;-2\right), K\left(1;-1;6\right)$ صحيح ☐, خطأ ☐
   d) المستوي (P) و المجموعة (S) متقاطعان . صحيح ☐, خطأ ☐

التمرين الثاني:

ليكن $P(Z)$ كثير حدود للمتغير المركب حيث $P(Z)=Z^3+5Z^2+12Z+8$.

1- أ) أحسب $P(-1)$ وماذا نستنتج ؟ ثم حل في المجموعة C المعادلة $P(Z)=0$.
(ليكن $Z_0=-1$ ونرمز للحلين الآخرين بـ : Z_1 ، Z_2 علما أن : Z_1 جزؤه التخيلي سالب).
ب) أكتب على الشكل المثلثي و الآسي كلا من Z_1 ، Z_2 .

2- المستوي (π) منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o;\vec{i};\vec{j}\right)$
لتكن O ، C ، B النقط التي لواحقها على الترتيب O ، Z_1 ، Z_2 .
أ) أنشئ النقط O ، C ، B .
ب) حدد قيس للزاوية $\left(\overrightarrow{OB};\overrightarrow{OC}\right)$ ما طبيعة المثلث OBC .

3- S تحويل نقطي للمستوي (π) في نفسه الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة Z النقطة M' ذات اللاحقة Z' حيث:

$$Z'=\frac{1}{2}(1+i)(Z+2)$$

أ)عين طبيعة التحويل S محددا عناصره .
ب)عين صورة الدائرة المحيطة بالمثلث OBC بواسطة S.

التمرين الثالث :

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\dfrac{e^x-1}{xe^x+1}$.

ونسمي (c) منحنيها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$ طول الوحدة 4cm .

الفرع الأول :

نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x+2-e^x$.

1) ادرس تغيرات الدالة g .

2) برهن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $1.14\le\alpha\le1.15$.

3) استنتج إشارة $g(x)$.

الفرع الثاني :

1) أ) برهن أنه لأجل كل عدد حقيقي موجب : $f'(x)=\dfrac{e^x g(x)}{(xe^x+1)^2}$.

ب)استنتج اتجاه تغير الدالة f .

2) برهن أنه لأجل كل عدد حقيقي موجب: $f(x)=\dfrac{1-e^{-x}}{x+e^{-x}}$ واستنتج نهاية الدالة f عند $+\infty$.

3)برهن أن : $f(\alpha)=\dfrac{1}{\alpha+1}$.ثم جد حصرا للعدد $f(\alpha)$ واكتب جدول تغيرات الدالة f .

4)جد معادلة المماس (T) للمنحنى (c) في النقطة فاصلتها 0 .

5) أ) تحقق أنه لأجل كل عدد حقيقي موجب: $f(x)-x=\dfrac{(x+1)u(x)}{xe^x+1}$ حيث $u(x)=e^x-xe^x-1$.

ب) ادرس إتجاه تغير الدالة u على المجال $]0;+\infty[$ واستنتج إشارة $u(x)$.

ج) استنتج وضعية المنحنى (c) بالنسبة للمستقيم (T) .

6) ارسم المنحنى (c) والمماس (T) .

الفرع الثالث :

1) جد الدالة أصلية F للدالة f على المجال $]0;+\infty[$ (يمكن استعمال الشكل $f(x)=\dfrac{1-e^{-x}}{x+e^{-x}}$)

2) نسمي D الحيز من المستوى المحدد بالمنحنى (c) والمماس (T) والمستقيمين $x=0$ و $x=1$

احسب مساحة الحيز D .

3) لأجل كل عدد طبيعي n نضع : $v_n=\displaystyle\int_n^{n+1}f(x)dx$.

أ) احسب v_0 ، v_1 ، v_2 .

ب) فسر بيانيا العدد v_n ثم برهن أنه من أجل $n\ge2$: $f(n+1)\le\displaystyle\int_n^{n+1}f(x)dx\le f(n)$

واستنتج رتابة (v_n)

4)احسب نهاية المتتالية (v_n) .

الموضـــــــــــــــــوع الثـــــــــــــــــــــاني

التمرين الأول :

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس . $(o;\vec{i};\vec{j})$.

لتكن النقط A ، B ، I لواحقها على الترتيب $Z_A=1-2i$ ، $Z_B=-2+2i$ ، $Z_I=1$ والدائرة (Φ) ذات القطر $[AB]$

1) ارسم شكلا مناسبا بأخذ الوحدة 2cm

2) عين النقطة Ω مركز الدائرة (Φ) ثم احسب نصف قطرها .

3) لتكن النقطة D ذات اللاحقة $Z_D=\frac{3+9i}{4+2i}$. أكتب Z_D على الشكل الجبري ثم بين أن D نقطة من الدائرة (Φ)

4) على الدائرة (Φ) نعتبر النقطة E ذات اللاحقة Z_E حيث قيس الزاوية $(\overrightarrow{\Omega I};\overrightarrow{\Omega E})$ بالراديان هو $\frac{\pi}{4}$

عين عمدة العدد $Z_E+\frac{1}{2}$ ثم استنتج أن $Z_E=\frac{5\sqrt{2}-2}{4}+\frac{5\sqrt{2}}{4}i$

5) ليكن التحويل r في المستوي الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة Z النقطة M' ذات اللاحقة Z' حيث:

$$Z'+\frac{1}{2}=e^{i\frac{\pi}{4}}\left(z+\frac{1}{2}\right)$$

أ) عين طبيعة التحويل r محددا عناصره المميزة .

ب) لتكن k النقطة ذات اللاحقة $Z_k=2$. عين حسابيا صورة k بالتحويل r ثم بين كيف يمكن الحصول على هذه النتيجة هندسيا .

التمرين الثاني :

لتكن (v_n) المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول $v_0=3$ من أجل كل عدد طبيعي n : $4v_{n+1}=v_n+6$

1) احسب v_1 ، v_2 .

2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n \succ 2$.

3) لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n=v_n+\alpha$ حيث α عدد حقيقي

أ) عين العدد الحقيقي α حتى تكون (u_n) متتالية هندسية .

ب) اكتب u_n ثم v_n بدلالة n .

ت) احسب كلا من المجاميع : $s_1=u_4+u_5+....+u_n$ ، $s_2=v_4+v_5+....+v_n$

$$s_3=v_5+v_8+v_{11}+v_{14}+....+v_{44}$$

ث) تحقق أن: $u_4\times u_5\times....\times u_n=\left(\frac{1}{2}\right)^{n^2+n-12}$.

التمرين الثالث:

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

نعتبر المستوي (P) الذي معادلته $x+2y-z+7=0$: و النقط $A(2,0,1), B(3,2,0)$ و $C(-1,-2,2)$

1) تحقق أن النقط A, B وC ليست على استقامة,

ثم بين أن المعادلة الديكارتية للمستوي (ABC) هي : $2z+y-2=0$

2) تحقق أن المستويين (P) و (ABC) متعامدان.

أ. ثم عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) مستقيم تقاطع (ABC) و (P)

ب-احسب المسافة بين النقطة A و المستقيم (Δ)

التمرين الرابع :

لتكن الدالة f ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ :

$$f(x) = x(\ln x)^2 - 2x\ln x + 2x - 2$$

الجزء الأول:

أ) 1)أدرس نهاية $f(x)$ لما x ينتهي لـ $+\infty$.

2)أدرس النهايات لـ $x(\ln x)^2$ ثم لـ $f(x)$ لما x ينتهي لـ 0 (استعمل $\left(\lim\limits_{x\to 0} x^n \ln x = 0\right) n \in \mathbb{N}^*$)

3)برهن أن: $f'(x) = (\ln x)^2$ ثم أدرس تغيرات الدالة f

ب) ليكن (ξ) المنحنى البياني ـ f في معلم متعامد ومتجانس حيث الوحدة هي 2cm .

1)ادرس الوضعية النسبية لـ (ξ) ومماسه (T) في النقطة ذات الفاصلة 1.

2) ارسم (ξ) .

ت) 1)برهن ان المعادلة $f(x) = 1$ تقبل حلا α من المجال $]2.9;3[$

2)حدد بيانيا قيمة تقريبية بدرجة 10^{-1} لـ α .

الجزء الثاني:

1)ارسم المنحنى (c) للدالة اللوغاريتمية النيبرية $x \mapsto \ln x$ في الشكل اخر.

2)احسب التكامل : $\int_1^x (\ln t)^2 dt$ (استعمل الجزء الاول أ)3)).

3) لكل $a \succ 1$ نرمز بـ $v(a)$ للحجم بـ cm^3 للجسم المتولد من الدوران حول (xx') للمساحة المحددة بالمستقيمين و المنحنى (c) و $x = 1$ و $x = a$ والمحور الفواصل و

- ❖ عبر عن $v(a)$ بدلالة تكامل (نذكر بالصيغة $v = \int_a^b s(x)dx = \pi \int_a^b y^2(x)dx$)
- ❖ اشرح $v(a)$.
- ❖ ماهي قيمة a التي تعطي $v(a) = 8\pi$.