الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية وهران

ثانوية الرائد فراج السانية — ثانوية الرائد فراج السانية

الشعبة: العلوم التجريبية — المدة: 03 ساعات ونصف

اختبار في مادة: الرياضيات — 2014/2013 — 2014/2013

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الاول

تمرين1 : (8نقط)

I) g دالة معرفةعلى $]0;+\infty[$ بـــ : $g(x)=-2\ln x-xe+1$

1. أدرس نهاية الدالة g عند 0 و عند $+\infty$ 1

2. أدرس إتجاه تغير الدالة g 0.5

3. * بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[0.5\,;1]$ 0.5

* أعط حصرا لـــ α سعته 0.1 ..... 0.5

4. إستنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x 0.5

II) f دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـــ : $f(x)=\dfrac{\ln x+xe}{x^2}$

(C) تمثيلهاالبياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1. أحسب نهاية الدالة f عند 0 و عند $+\infty$ 1

2. أحسب $f'(x)$ و تحقق أن : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^3}$. استنتج تغيرات الدالة f 1.5

3. شكل جدول تغيرات الدالة f 0.5

4. بين أن : $f(\alpha)=\dfrac{1+\alpha e}{2\alpha^2}$. أعط حصرا لـــ $f(\alpha)$ 1.5

5. أنشئ المنحني (C) 0.5

تمرين2: (4.5 نقط)

نعتبر في المجموعة $\mathbb{C}$ كثير الحدود $P(z)$ حيث : $P(z)=z^4-6z^3+24z^2-18z+63$

1. أحسب $P(i\sqrt{3})$ و $P(-i\sqrt{3})$ 0.5

2. بين أنه يوجد كثير حدود $Q(z)$ حيث من أجل كل عدد مركب z : $P(z)=(z^2+3)Q(z)$ 0.5

3. حل المعادلة $P(z)=0$ 1

4. أنشئ النقط A,B,C,D التي لواحقها $z_A=i\sqrt{3}$ ، $z_B=-i\sqrt{3}$ ، $z_C=3+2i\sqrt{3}$ ، $z_D=\overline{z_C}$ 0.5

أ) عين لاحقة النقطة G منتصف $[DC]$ 0.5

ب) بين أن النقط A,B,C,D تنتمي إلى دائرة مركزها G يطلب تعيينها. 0.5

ج) لتكن النقطة E نظيرة النقطة D بالنسبة إلى O . بين أن : $\dfrac{z_C-z_B}{z_E-z_B}=e^{-i\frac{\pi}{3}}$ 0.5

ماطبيعة المثلث BEC ؟ 0.5

تمرين3: (4.5 نقط)

الفضاء المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

ليكن المستوي (P_1) الذي معادلته $-2x+y+z-6=0$ و ليكن المستوي (P_2) الذي معادلته $x-2y+4z-9=0$

1) بين أن (P_1) و (P_2) متعامدان 0.5

2) ليكن (D) تقاطع (P_1) و (P_2) .

بين أن (D) له تمثيل وسيطي من الشكل : $x=-7+2t$ ، $y=-8+3t$ ، $z=t$ $(t\in\mathbb{R})$ 0.75

3) . لتكن النقطة $A(-9,-4,-1)$ و M نقطة من (D) .

أ) بين أن A لاتنتمي إلى (P_1) و لاتنتمي إلى (P_2) 0.5

ب) عبر عن AM^2 بدلالة t 0.75

ج) لتكن f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـــ : $f(t)=2t^2-2t+3$. ادرس تغيرات الدالة f 0.75

ماهي النقطة M التي تكون من أجلها المسافة AM أقل مايمكن ؟ نرمز لهذه النقطة بـــ I 0.25

د) ليكن (Q) المستوي العمودي على (D) و المار من A . أكتب معادلة لـــ (Q) 0.5

هـ) بين أن النقطة I هي المسقط العمودي للنقطة A على (D) 0.5

تمرين4: (3نقط)

(U_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـــ :
$$\begin{cases} U_0=1 \\ U_{n+1}=\frac{1}{2}U_n+n-1 \end{cases}$$

و المتتالية (V_n) المعرفة بـــ : $V_n=4U_n-8n+24$ و المجموع S_n حيث : $S_n=u_0+u_1+.....+u_n$

أجب بصحيح أو خاطئ مع التعليل .

1) المتتالية (V_n) هندسية متزايدة 1

2) من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n=7\left(\frac{1}{2}\right)^n+2n-6$ 0.5

3) المتتالية (U_n) هي مجموع متتاليتين إحداهما حسابية و الاخرى هندسية 0.5

4) $S_n=n^2-5n+8-\frac{7}{2^n}$ 0.5

5) $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n=+\infty$ 0.5

التمرين1 : (7نقط)

الموضوع الثاني

I) f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـــ : $f(x)=(2x+1)e^{-2x}$

(C) تمثيلهاالبياني في مستوي منسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1. أحسب نهاية الدالة f عند $+\infty$. مادا تستنتج بالنسبة للمنحني (C) 0.5
2. أحسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ 0.25
3. أحسب $f'(x)$ ثم استنتج تغيرات الدالة f 0.75
4. شكل جدول تغيرات الدالة f 0.5
5. عين إحداثيي النقطة A نقطة تقاطع المنحني (C) مع محور الفواصل 0.25
6. أدرس إشارة $f(x)$ حسب قيم x 0.5

II) نرمز بـــ f'' للدالة المشتقة الثانية للدالة f .

1. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $f''(x)=4(2x-1)e^{-2x}$ 0.5
2. حل المعادلة $f''(x)=0$ 0.25
3. لتكن B النقطة من (C) التي فاصلتها $\frac{1}{2}$.أكتب معادلة للمماس T للمنحني (C) عند النقطة B 0.5

III) . لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ : $g(x)=f(x)-\left(-\frac{2}{e}x+\frac{3}{e}\right)$

1. أحسب $g'(x)$ و $g''(x)$ 0.5
2. أدرس إشارة $g''(x)$ حسب قيم x 0.5
3. استنتج اتجاه تغير الدالة g' على $\mathbb{R}$ 0.25
4. استنتج إشارة $g'(x)$ حسب قيم x ثم اتجاه تغير g على $\mathbb{R}$ 0.5
5. استنتج وضعية المنحني (C) بالنسبة للمماس T 0.25
6. أرسم المماس T و المنحني (C) 1

التمرين2: (3نقط)

نعتبر العدد المركب z حيث : $z=\sqrt{6}-\sqrt{2}+i\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)$.

أجب بصحيح أو خاطئ مع التعليل .

1) $z^2=8\sqrt{3}+8i$ 1
2) $|z^2|=8\sqrt{3}$ 0.5
3) $\frac{z^2}{16}=e^{\frac{5i\pi}{6}}$ 0.5
4) z^{2004} حقيقي 0.5
5) z^{2010} تخيلي صرف 0.5

تمرين3 : (4 نقط)

الفضاء المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

نعتبر النقط $A(1,2,2)$ ، $B(3,2,1)$ ، $C(1,3,3)$

1. بين أن النقط A ، B ، C تعين مستويا . أكتب معادلة له 1

2. نعتبر المستويين (P) ،(P') المعرفين بالمعادلتين: $x-2y+2z-1=0$ ، $x-3y+2z+2=0$ على الترتيب .

أ) بين أن المستويين (P) ، (P') متقاطعان. 0.5

ب) بين أن النقطة C تنتمي إلى المستقيم (Δ) تقاطع المستويين (P) ، (P') 0.5

ج) بين أن الشعاع $\vec{u}(2;0;-1)$ هو شعاع توجيه للمستقيم (Δ).....0.5

د) أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) 0.5

3.لتكن النقطة M من المستقيم (Δ) المعرف بـــ : $x=1+2k$ ، $y=3$ ، $z=3-k$ $(k\in\mathbb{R})$.

أ) عين العدد الحقيقي k حتى يكون الشعاعان $\overrightarrow{AM}$ و $\vec{u}$ متعامدين 0.5

ب) استنتج المسافة بين النقطة A والمستقيم (Δ).....0.5

تمرين4: (6 نقط)

f دالة معرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـــ : $f(x)=\dfrac{3x+2}{x+2}$ ،

(C) تمثيلهاالبياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

I) أدرس تغيرات الدالة f ثم أنشئ منحناها (C) .أعط حصرا لـــ $f(x)$ في المجال $[0\ ;\ 2]$ 1.5

II) (u_n) هي المتتالية المعرفة بـــ $u_0=0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=\dfrac{3u_n+2}{u_n+2}$.

1) أحسب u_1 ثم أنشئ بيانيا الحدين u_2 ، u_3

.....0.75

2) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $0\le u_n\le 2$ 0.75

3) برهن أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما . هل (u_n) متقاربة ؟ 0.75

4) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة بـــ : $v_n=\dfrac{u_n+1}{u_n-2}$

5)أثبت أن (V_n) متتالية هندسية يطلب أساسها r . هل (V_n) متقاربة ؟ 0.75

6) أكتب V_n بدلالة n ثم استنتج U_n بدلالة n 0.75

7) أحسب بدلالة n المجموع : $S_n=v_0+v_1+.....+v_n$ 0.5

III) نعتبر المتتالية (w_n) المعرفة بـــ : $w_n=\ln(-v_n)$

ماطبيعة المتتالية (w_n) وماهو اتجاه تغيرها ؟ 0.75