الجمهورية الجزائرية الديموقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية
إمتحان بكالوريا تجريبي التعليم الثانوي
الشعبة: علوم تجريبية

الديوان الوطني للامتحانات و المسابقات
دورة: ماي 2014

إختبار في مادة : الرياضيات — المدة : 3 ساعات و نصف

على المترشح أن يختارأحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول :

التمرين الأول: المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(0, \vec{u}, \vec{v})$ ، نعتبر النقطة A ذات اللاحقة $Z_A = i$ و النقطة B ذات اللاحقة $Z_B = e^{\frac{-i5\pi}{6}}$

I) ليكن r الدوران الذي مركزه O و زاويته $\frac{2\pi}{3}$ ، نسمي C صورة B بالدوران r

1) أكتب العبارة المركبة للدوران r

2) بين أن لاحقة C هي $Z_C = e^{\frac{-i\pi}{6}}$

3) أكتب Z_C و Z_B على الشكل الجبري

4) علم النقط A, B, C

II) لتكن D مرجح الجملة $\{(A,2),(B,-1),(C,2)\}$

1) بين أن $Z_D = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$

2) بين أن النقط A, B, C, D تنتمي إلى نفس الدائرة

III) ليكن h تحاكي مركزه A و نسبته 2 ، نسمي E صورة D بالتحاكي h

1) أكتب العبارة المركبة للتحاكي h

2) بين أن لاحقة E هي $Z_E = \sqrt{3}$ و علمها

3) أحسب $\frac{Z_D - Z_C}{Z_E - Z_C}$ و أكتب النتيجة على الشكل الاسي

4) إستنتج طبيعة المثلث CDE

التمرين الثاني: الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نعتبر

المستوي (P_1) ذو المعادلة $-2x+y+z-6=0$ و المستوي (P_2) ذو المعادلة $x-2y+4z-9=0$

1) بين أن (P_1) و (P_2) متعامدان

2) ليكن (D) مستقيم تقاطعهما أكتب التمثيل الوسيطي له

3) لتكن M نقطة كيفية من المستقيم (D) و A نقطة إحداثياها $(-1,-4,-9)$

◄ تحقق أن A لا تنتمي إلى (P_1) و (P_2)

◄ أحسب AM^2 بدلالة t

4) لتكن f دالة ذات المتغير t المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(t)=2t^2-2t+3$

◄ أدرس تغيرات الدالة f

◄ من أجل أي نقطة M تكون AM أصغر ما يمكن أعطي إحداثياها و لتكن I

5) ليكن المستوي (Q) العمودي على (D) و يشمل A

◄ أكتب المعادلة الديكارتية له

◄ بين I هي المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (D)

التمرين الثالث:

لتكن f دالة معرفة على $]0,+\infty[$ كما يلي $f(x)=\frac{1}{2}(x+\frac{3}{x})$

1) أدرس تغيرات الدالة f و شكل جدول تغيراتها

2) إستنتج أن f تقبل قيمة حدية صغرى عينها

3) أحسب نهاية $(f(x)-\frac{1}{2}x)$ عند $+\infty$ ماذا تستنتج

4) أدرس إشارة $(f(x)-x)$ على المجال $]0,+\infty[$

5) أرسم المستقيم (D) ذو المعادلة $y=\frac{1}{2}x$ و المنصف الاول و منحني الدالة f

II) نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة كما يلي :

$$\begin{cases} U_0=3, \\ U_{n+1}=\frac{1}{2}(U_n+\frac{3}{U_n}), \end{cases}$$

1) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n أن $U_n \geq \sqrt{3}$

2) إشرح لماذا (U_n) متناقصة

3) بين أن (U_n) متقاربة إستنتج نهايتها

التمرين الرابع:

I) f دالة عددية معرفة على المجال $]-1,+\infty[$ كما يلي $f(x)=\frac{x}{x+1}-2\ln(x+1)$

1) أحسب الدالة المشتقة f' ثم أدرس إتجاه تغير الدالة f

2) أحسب نهايات الدالة f و شكل جدول تغيراتها

3) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين أحدهما معدوم و الاخر α حيث $-0.72\leq\alpha\leq-0.71$

4) إستنتج إشارة $f(x)$ على المجال $]-1,+\infty[$

II) نعتبر الدالة g المعرفة على $]-1,0[\cup]0,+\infty[$ كما يلي $g(x)=\frac{\ln(x+1)}{x^2}$

1) أحسب نهايات الدلة g

2) بين أن $g'(x)=\frac{f(x)}{x^3}$ و أدرس إتجاه تغير الدالة g

3) بين أن $g(\alpha)=\frac{1}{2\alpha(\alpha+1)}$ و إستنتج قيمة تقريبية لـ $g(\alpha)$ حيث $\alpha=-0.715$

4) شكل جدول تغيرات الدلة g

◄ أرسم التمثيل البياني للدالة g

5) بين أن الدالة G هي دلة أصلية للدالة g حيث $G(x)=\ln x-\ln(x+1)-\frac{\ln(x+1)}{x}$

◄ أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بمنحني الدالة g و المستقيمات $x=2, x=1, y=0$

الموضوع الثاني :

التمرين الأول: نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $U_0=0, U_1=1$ و $U_{n+2}=\frac{2}{5}U_{n+1}-\frac{1}{25}U_n$ نضع لكل n من $\mathbb{N}$ ما يلي $V_n=U_{n+1}-\frac{1}{5}U_n$ و $W_n=5^n\times U_n$

1) بين أن (V_n) متتالية هندسية عين أساسها و أحسب حدها العام

2) بين أن (W_n) متتالية حسابية عين أساسها و أحسب حدها العام

3) إستنتج عبارة U_n بدلالة n

4) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم أن : $0\leq U_{n+1}\leq\frac{2}{5}U_n$

5) إستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم أن : $0 \leq U_n \leq \left(\frac{2}{5}\right)^{n-1}$ هل المتتالية متقاربة

التمرين الثاني: المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(0, \vec{u}, \vec{v})$ ، نعتبر النقطة A ذات اللاحقة $Z_A = 10$ و النقطة B ذات اللاحقة $Z_B = 5i$

1) أكتب العبارة المركبة للتشابه المباشر S الذي يحول O إلى A و يحول B إلى O

◄ أكتب العبارة المركبة للتشابه S

◄ حدد العناصر المميزة لـ S نسمي Ω مركزه

◄ عين صورة النقطة B بالتحويل $S \circ S$ واستنتج وضعية Ω بالنسبة لرؤوس ABO .

2) نسمي (D) المستقيم الذي معادلته $x - 2y = 0$ و النقطتان A', B' ذات اللاحقتين $Z_{A'} = 8 + 4i$ ، $Z_{B'} = 2 + i$

◄ بين أن A', B' هما المسقطين العموديين لـ A, B على (D)

◄ تحقق أن $S(B') = A'$

◄ إستنتج أن النقطة Ω تنتمي إلى الدائرة ذات القطر $[A'B']$

التمرين الثالث:

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، (P) المستوي ذو المعادلة $-8x - 14y + z + 57 = 0$ ، نعتبر النقط $A(2,3,1), B(4,2,3), C(-1,5,5)$

1) تحقق أن النقط A, B, C تعين مستوي

2) تحقق أن هذا المستوي هو (P)

3) بين أن المثلث ABC قائم

4) أكتب التمثيل الوسيطي للمستقيم (Δ) المار من المبدء و يعامد (P)

5) أحسب المسافة HO حيث H هي المسقط العمودي للنقطة O على (P)

6) أحسب حجم رباعي الوجوه $OABC$

7) G مرجح الجملة $\{(O,3),(A,1),(B,1),(C,1)\}$

◄ عين وضعية G على المستقيم (LO) حيث L مركز ثقل المثلث ABC

◄ عين طبيعة و عناصر المجموعة (E) للنقط M التي تحقق

$||3\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|| = 12$

◄ حدد طبيعة تقاطع (P) و (E)

التمرين الرابع:

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي $g(x) = 1 + (1-x)e^{-x+2}$

1) أدرس إتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

2) إستنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي أن $g(x) \geq 0$

II) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي $f(x) = x - 1 + xe^{-x+2}$

1) أحسب نهايات الدالة f

2) أحسب نهاية $(f(x) - x + 1)$ عند $+\infty$ ماذا تستنتج

3) بين أن $f'(x) = g(x)$

4) أدرس إتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها

5) بين أن منحنى الدالة f يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيينها

6) أدرس الوضع النسبي للمنحنى و المستقيم (D) الذي معادلته $y = x - 1$

7) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حل وحيد α حيث $0 \leq \alpha \leq 0.2$

8) بين أن المنحنى يقبل مماسا (Δ) يوازي (D) يطلب تعيين معادلته

◄ أنشىء المنحنى و (Δ) و (D)

9) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x) = xe^{-x+2}$

◄ أحسب h' و h'' ثم إستنتج دالة أصلية للدالة h

◄ أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بمنحنى الدالة f و المستقيمات $y = x - 1, x = 0, x = 2$