ثانوية الشهيد شويمت عبد القادر

الجزار ـ باتنة ـ

الاختبار التجريبي لمادة الرياضيات

السنة الدراسية 2014/2013

المستوى: الثالثة ع تج

الموضوع الأول

التمرين الأول (08 نقاط) :

I) g الدالة العددية المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ : $g(x)=x^2+\ln x$

1- احسب نهايات الدالة g عند $+\infty$ و 0.

2- ادرس اتجاه تغير الدالة g .وشكل جدول تغيراتها.

3- برهن أن المعادلة $g(x)=0$ يقبل وحيد α حيث $0,65 \le \alpha \le 0,66$.

4- استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0,+\infty[$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ: $f(x)=1-x+\dfrac{1+\ln x}{x}$

(C) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ (وحدة الطول $2cm$)

1- احسب نهايات الدالة f عند $+\infty$ و 0.

2- بين أن المستقيم (D) ذو المعادلة $y=1-x$ مقارب لـ (C).

3- احسب الدالة المشتقة للدالة f واستنتج اشارتها انطلاقا من إشارة $g(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

4- α هو العدد الحقيقي المعرف في السؤال I.3)

أ) بين أن $\ln\alpha=-\alpha^2$ واستنتج أن $f(\alpha)=1-2\alpha+\dfrac{1}{\alpha}$.

ب) برهن أن الدالة h المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بـ : $h(x)=1-2x+\dfrac{1}{x}$ متناقصة على هذا المجال .

واستنتج أن $f(\alpha)\prec h(0,65)$.

جـ) برهن أن $f(\alpha)\succ f(0,65)$ وأعطي حصرا لـ $f(\alpha)$.

5- ارسم المنحني (C) و (D) .

التمرين الثاني (04,5 نقطة) : الفضاء منسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$

1- نعتبر المستوي (P) الذي يشمل $B(1;-2;1)$ وشعاعه الناظمي $\vec{n}(-2;1;5)$ و (Q) المستوي الذي معادلته

$x+2y-7=0$.

أ) برهن أن المستويين (P) و (Q) متعامدان .

ب) برهن ان تقاطع المستويين (P) و (Q) هو المستقيم (Δ) الذي يمر من النقطة $C(-1;4;-1)$ وشعاع توجيهه $\vec{u}(2;-1;1)$

جـ) لتكن النقطة $A(5;-2;-1)$ احسب المسافة بين النقطة A والمستوي (P) والمسافة بين النقطة A والمستوي (Q).

د) عين المسافة بين النقطة A و المستقيم (Δ).

2- من اجل كل عدد حقيقي t ، نعتبر النقطة M_t التي احداثياتها $(1+2t;3-t;t)$ ، عن قيمة t حتى يكون الشعاعان $\overrightarrow{AM_t}$ و $\vec{u}$ متعامدان واستنتج المسافة بين النقطة A و المستقيم (Δ) بطريقة اخرى

<u>التمرين الثالث (04,5 نقطة)</u> : المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ (وحة الطول $2cm$)

1/ z_1 و z_2 <u>عددين مركبين</u> ، حل جملة المعادلتين التالية : $\begin{cases} z_1\sqrt{3}-z_2=-2 \\ z_1-z_2\sqrt{3}=-2i \end{cases}$

2/ نعتبر النقطتين A و B لاحقتاهما على الترتيب $z_A=-\sqrt{3}+i$ ، $z_B=-1+i\sqrt{3}$ ، اكتب z_A و z_B في شكلهما الاسي .علم A و B.

3/ احسب طويلة وعمدة $\frac{z_A}{z_B}$ ، واستنتج طبيعة المثلث ABO وقيس الزاوية $(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB})$.

4/ عين لاحقة النقطة C حتى يكون الرباعي $ACBO$ معين،علم C في المعلم السابق. واحسب مساحة المثلث ABC.

5/ S التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطة M' ذات الاحقة z' بحيث $z'=(\sqrt{3}-i)z$.

أ) عين طبيعة العناصر المميزة للتحويل S.

ب) عين لواحق النقط A'، B'، C' صور النقط A، B، C بالتحويل S .

جـ) ماهي مساحة المثلث $A'B'C'$.

<u>التمرين الرابع(03نقاط):</u> نعتبر من أجل كل عدد طبيعي n المتتالية (u_n) المعرفة بـ: $u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n $u_{n+1}=\frac{1}{3}u_n+4$ ونعتبر المتتالية (v_n) من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=u_n-6$.

1/ بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

2/ عين عبارة v_n بدلالة n ثم بين أن $u_n=-5\left(\frac{1}{3}\right)^n+6$.

3/ احسب المجموع : $S=u_0+u_1+u_2+..........+u_n$

مع تمنياتنا لكم بالنجاح

الموضوع الأول

حل التمرين الاول :

I) 1- $\lim_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$ ، $\lim_{x \xrightarrow{>} 0} g(x)=-\infty$ 0.5

2- $g'(x)=\dfrac{2x^2+1}{x}$ ومنه

x	0		$+\infty$
$g'(x)$	‖	+	

1.25

3- g دالة متزايدة تماما على المجال $]0,+\infty[$ وتأخذ قيمها من قيم سالبة نحو قيم موجبة فهي تنعدم مرة واحدة على هذا المجال و $g(0.65)\approx-0.008$ ، $g(0.66)\approx 0.02$ إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة يوجد عدد حقيقي وحيد α حيث $0,65\le\alpha\le 0,66$. 0.5

4- إشارة $g(x)$ على المجال $]0;\alpha[$ فإن $g(x)\prec 0$ وعلى المجال $]\alpha;+\infty[$ فإن $g(x)\succ 0$ 0.5

II)

1) $\lim_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$ ، $\lim_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)=-\infty$ 0.5

2) $\lim_{x\to+\infty}\left(\dfrac{1+\ln x}{x}\right)=0$ إذن المستقيم ذو المعادلة $y=1-x$ مقارب للمنحني (C) 0.25

3) $f'(x)=\dfrac{-\left(x^2+\ln x\right)}{x^2}=\dfrac{-g(x)}{x^2}$ ، ومنه إشارة $f'(x)$ عكس إشارة $g(x)$ ومنه الدالة 0.75

x	0		α		$+\infty$
$f'(x)$	‖	+		$-$	
$f(x)$	‖ $-\infty$	↗	$f(\alpha)$	↘	$-\infty$

0.5

0.25

4)أ) تبيان ان $\ln\alpha=-\alpha^2$ لدينا $\alpha^2+\ln\alpha=0$ ومنه $\ln\alpha=-\alpha^2$

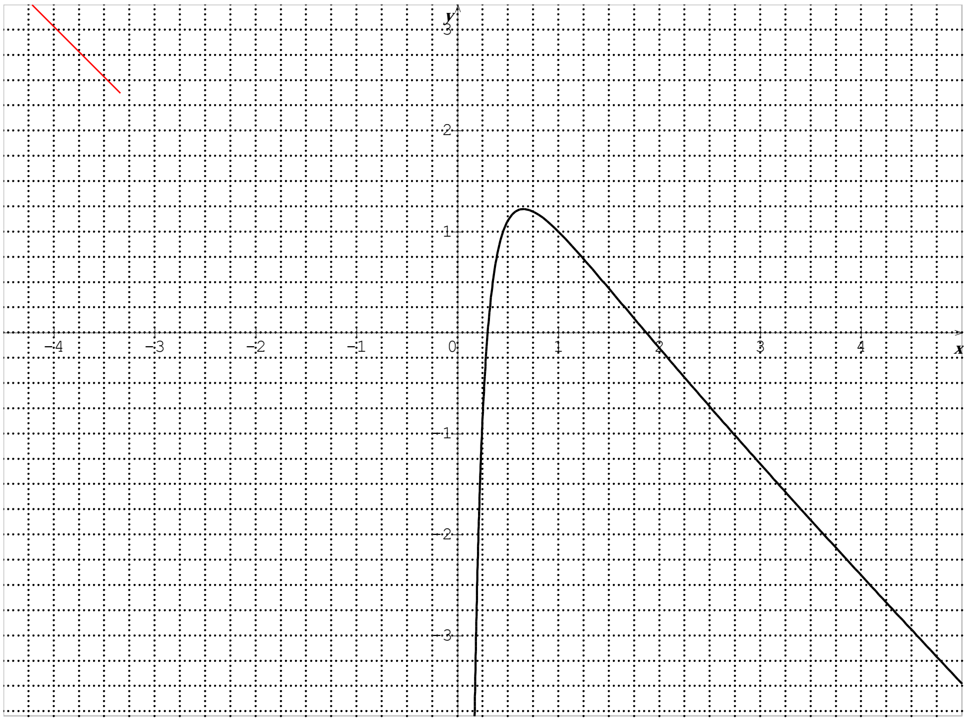
بالتعويض في عبارة الدالة f نجد $f(\alpha)=1-2\alpha+\dfrac{1}{\alpha}$ 0.5

ب) لدينا $h'(x)=-1-\dfrac{1}{x^2}=\dfrac{-(x^2+1)}{x^2}$ واشارته سالبة تماما على المجال $]0;+\infty[$ ومنه hمتناقصة تماما 0.5

على هذا المجال .ولدينا $\alpha\succ 0.65$ إذن $h(\alpha)\prec h(0.65)$ وبما أن $f(\alpha)=h(\alpha)$ إذن $f(\alpha)\prec h(0.65)$ 0.5

ج) بما أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $]0;\alpha[$ و $\alpha\succ 0.65$ فإن $f(\alpha)\succ f(0.65)$ مما سبق نستنتج 0.5

$f(0.65)\prec f(\alpha)\prec h(0.65)$ ومنه $1.22\prec f(\alpha)\prec 1.88$

	5) الرسم 	01
	التمرين الثاني :	
	1) أ) لدينا $\overrightarrow{n_p}.\overrightarrow{n_Q}=0$ ومنه لمستويين (P) و (Q) متعامدان.	0.5
	ب) ط1: نتأكد أن النقطة C تنتمي الى (P)و(Q) ثم نبين أن الشعاع $\vec{u}$ عمودي على $\overrightarrow{n_p}$ و$\overrightarrow{n_Q}$ وهي الاسهل .	01
	ط2: نعين التمثيل الوسيطي للمستقيم تقاطع (P)و(Q) ونتأكد أنه يشمل C و $\vec{u}$ شعاع توجيه له .	
	جـ) $d_1(A;(P))=\frac{18}{\sqrt{30}}$ و $d_2(A;(Q))=\frac{6\sqrt{5}}{5}$	01
	د) المسافة بين A و المستقيم (Δ) هي $d^2(A;(\Delta))=d_1^2+d_2^2=\frac{324}{30}+\frac{36}{5}=18$ ومنه $d(A;(\Delta))=3\sqrt{2}$.	01
	2) $\overrightarrow{AM_t}$ و $\vec{u}$ متعامدان معناه $\overrightarrow{AM_t}.\vec{u}=0$ ومنه $t=2$ ومنه احداثيات النقطة M من اجل $t=2$ هي $(5;1;2)$، استنتاج المسافة بطريقة أخرى نتأكد بسهولة أن M نقطة من (Δ) (مثلا نبين أن $\overrightarrow{CM}$ يوازي $\vec{u}$) إذن المسافة هي البعد بين A و M ومنه $AM=3\sqrt{2}$	2×0.5
	التمرين الثالث:1) حل الجملة هي $z_1=-\sqrt{3}+i$ و $z_2=-1+i\sqrt{3}$	2×0.25
	2) $z_A=2e^{i\frac{5\pi}{6}}$ و $z_B=2e^{i\frac{2\pi}{3}}$ ، تعليم النقط	2×0.25
	3) $\frac{z_A}{z_B}=\frac{2e^{i\frac{5\pi}{6}}}{2e^{i\frac{2\pi}{3}}}=e^{i\frac{\pi}{6}}$ ، ومنه الطويلة هي 1 و العمدة هي $\frac{\pi}{6}$	0.5 2×0.25
	طبيعة المثلث ABO متساوي الساقين و $(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB})=\arg\frac{z_B}{z_A}=-\frac{\pi}{6}$	2×0,25
	4) $ACBO$ فيه ضلعان متجاوران متقايسان لأن $OA=OB$ أذن يكفي أن يكون متوازي أضلاع حتى يكون معين أي $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{OB}$ ومنه $z_C-z_A=z_B-z_O$ إذن $z_C=-\left(\sqrt{3}+1\right)+i\left(\sqrt{3}+1\right)$	0.5 0.25
	لتعليم C يكفي أن نكمل رسم المعين .	
	مساحة ABC هي $\frac{AB}{2}\times\frac{OC}{2}=1\times 4cm^2$ (4 المضروبة في 1 هي وحدة المساحة لان وحدة الطول $2cm$)	0.25

5) $z' = (\sqrt{3}-i)z$

0.25

أ) طبيعة التحويل تشابه مباشر نسبته 2 وزاويته $-\dfrac{\pi}{6}$ ومركزه O مبدأ المعلم .

ب) صور النقط A ، B ، C بالتحويل S هي :

0.5

$z_{A'} = \left(\sqrt{3}-i\right)\left(-\sqrt{3}+i\right) = 2i\sqrt{3}-2$ و $z_{B'} = 4i$ و $z_{C'} = -2+i\left(4+2\sqrt{3}\right)$

بما أن المثلث $A'B'C'$ هو صورة المثلث ABC بالتشابه المباشر S فإن

0.25

مساحة $(A'B'C')$ $= 2^2$ مساحة (ABC) $= 4\times 4cm^2$

التمرين الرابع :

01

1) (v_n) متتالية هندسية أساسها $\dfrac{1}{3}$ وحدها الأول $v_0 = -5$

2×0.5

2) $v_n = -5\left(\dfrac{1}{3}\right)^n$ و $v_n = u_n - 6$ ومنه $u_n = v_n + 6$ إذن $u_n = -5\left(\dfrac{1}{3}\right)^n + 6$

3) $S = u_0 + u_1 + u_2 + ... + u_n$ ومنه $S = (v_0+6)+(v_1+6)+...........+(v_n+6)$

01

ومنه $S = v_0 + v_1 + v_2 + ... + v_n + 6(n+1)$ إذن $S = -5\dfrac{\left(\dfrac{1}{3}\right)^{n+1}-1}{\dfrac{1}{3}-1} + 6(n+1)$

$$S = \frac{15}{2}\left(\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}-1\right)+6(n+1)$$

بالتوفيق والنجاح في شهادة البكالوريا