

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية باتنة

دورة: ماي 2014

المستوى: النهائي

وزارة التربية الوطنية

اختبار البكالوريا التجريبية

الشعبة: علوم تجريبية

المدة: 3 ساعات ونصف

(الموضوع الأول)

اختبار في مادة: الرياضيات

التمرين الأول: 5ن

الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ ، نعتبر النقط $A(1,1,0)$ ، $B(2,0,-1)$ ، $C(0,3,-1)$ ، $D(-1,4,0)$.

(1) أثبت أن الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع.

(2) عين العددين الحقيقيين b, a بحيث يكون الشعاع $\vec{n}(3, a, b)$ ناظما للمستوي (ABC)

(3) بين أن معادلة للمستوي (ABC) هي: $3x + 2y + z - 5 = 0$.

(4) بين أن معادلة للمستوي (Q) الذي يحوي المستقيم (AB) ويعامد للمستوي (ABC) هي: $x - 4y + 5z + 3 = 0$.

(5) (p) مستو معادلة له: $x - y - z + 2 = 0$.

(أ) أثبت أن (p) يعامد (ABC)

(ب) بين أن (Δ) مستقيم تقاطع (p) و (ABC) يعرف بالجملة: $\begin{cases} x = t \\ y = 3 - 4t \\ z = -1 + 5t \end{cases}$ حيث t وسيط حقيقي.

(ج) عين المسافة بين المبدأ O و المستقيم (Δ)

التمرين الثاني: 5ن

(1) الدالة f العددية معرفة على المجال $I = \left[\frac{3}{2}; 3 \right]$ كما يلي: $f(x) = \frac{12x-9}{4x}$

(أ) بين أن الدالة f متزايدة تماما على المجال I

(ب) استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال I فإن $f(x)$ ينتمي للمجال I .

(2) المتتالية (u_n) معرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية N كما يلي: $u_0 = 3$ و $u_{n+1} = f(u_n)$

(أ) أرسم (c) التمثيل البياني للدالة f والمستقيم (D) ذا المعادلة: $y = x$ ثم مثل على حامل محور

الفواصل الحدود الثلاثة الأولى للمتتالية (u_n) حيث المستوي منسوب لمعلم متعامد متجانس.

(ب) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $\frac{3}{2} \leq u_n \leq 3$

(ج) أثبت أن المتتالية (u_n) متناقصة ثم استنتج أنها متقاربة وعين نهايتها

(3) المتتالية (v_n) معرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية N كما يلي: $v_n = \frac{2}{2u_n - 3}$

(أ) بين أن (v_n) حسابية معيناً أساسها وحدها الأول.

(ب) أحسب v_n واستنتج u_n بدلالة n .

(ج) أوجد من جديد نهاية المتتالية (u_n)

(د) أحسب المجموع s بدلالة n حيث: $s = u_0 \cdot v_0 + u_1 \cdot v_1 + u_2 \cdot v_2 + \dots + u_n \cdot v_n$

التمرين الثالث: 4

نعتبر العدد المركب a حيث: $a = 1 + i\sqrt{3}$ ، أجب بصحيح أو خاطئ عما يلي مع التبرير:

(1) مجموعة النقط ذات اللاحقة z بحيث: $|z| = a$ هي دائرة.

(2) من أجل كل عدد طبيعي n يكون العدد: a^{6n} حقيقياً .

(3) عمدة للعدد $-a$ هي: $\arg(-a) = \frac{4\pi}{3}$

(4) مجموعة النقط ذات اللاحقة z بحيث: $z = a + 2e^{i\theta}$ دائرة حيث θ يسمح بالأعداد الحقيقية.

(5) $a^n + (\bar{a})^n = 2^{n+1} \cos \frac{\pi n}{3}$ ، حيث \bar{a} مرافق a ، n عدد طبيعي.

التمرين الرابع: 6

أولاً: نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ كما يلي: $g(x) = x - \frac{1}{x} - 2 \ln x$

(1) بين ان الدالة المشتقة للدالة g معرفة من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0, +\infty[$ [بالعلاقة:

$$g'(x) = \frac{(x-1)^2}{x^2} \text{ واستنتج إتجاه تغير الدالة } g$$

(2) أحسب نهايتي الدالة g عند 0 و $+\infty$ ثم ضع جدول تغيرات g .

(3) استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x من المجال $]0, +\infty[$

ثانياً: لتكن الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ كما يلي : $f(x) = x + \frac{1}{x} - (\ln x)^2 - 2$

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس (O, \bar{I}, \bar{J})

(1) بين أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^2}{x} = 0$ (بإمكانك وضع : $t = \sqrt{x}$) ثم احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(2) تحقق أن : $f\left(\frac{1}{x}\right) = f(x)$ ثم استنتج : $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ وفسر النتيجة بيانياً.

(3) بين أنه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0, +\infty[$ فإن الدالة المشتقة للدالة f تعين بالعلاقة :

$$f'(x) = \frac{g(x)}{x}$$

(4) أرسم المنحني (C).